

QCD 相転移が原始重力波スペクトルに及ぼす影響について

長谷川 拓哉 (総合研究大学院大学 素粒子原子核専攻 5 年一貫博士課程 1 年)

Abstract

QCD(quark hadron) 相転移とは、標準的な素粒子論によると宇宙初期における GUT 相転移、EW 相転移に次いで起こったとされる初期宇宙で最後の相転移である。それゆえ、QCD 相転移の特徴や性質は現在の宇宙の構造や様々な宇宙論パラメータと密接に関係していると考えられている。特に、初期宇宙における QCD 相転移が一次相転移であるかクロスオーバー転移であるかについては未だ明らかになっておらず多方面からの研究がなされている。近年の格子 QCD 計算と(観測事実を説明する)標準的な宇宙の進化シナリオの考察からは QCD 相転移がクロスオーバー転移である可能性が高まっている。一方、宇宙論においてバリオン生成のメカニズムは未解決の問題であり、多様なモデルが検討されている。そのメカニズム次第では標準的なシナリオと異なる宇宙の進化が可能である。この場合、初期宇宙の QCD 相転移が一次相転移になる可能性がある。今回の発表では、初期宇宙の QCD 相転移が一次相転移である場合とクロスオーバー転移である場合について、相転移が原始重力波スペクトルへ及ぼす影響を調べるとともに将来の重力波検出器による観測可能性を議論した S.Schettler 等の論文 [1] を紹介する。

1 Introduction

1.1 Purpose

初期宇宙における QCD 相転移 (以下単に QCD 相転移と呼ぶ) が一次相転移である場合とクロスオーバー転移である場合について、予想される原始重力波スペクトルへの影響を導き、その観測可能性を議論することが [1] の主な目的である。そこで以下のような手順で説明を行う。まず、QCD 及び QCD 相転移について簡単な説明を行う。次に今回 (一次) 相転移の記述に用いる QCD 有効模型である MIT Bag model に関して触れ、その後に標準的なシナリオと異なる宇宙の進化に言及するために宇宙のバリオン生成を取り上げる。続いて、特定のバリオン生成モデルのもとに可能になる、QCD 相転移における新たなシナリオ “Inflationary QCD Phase Transition Scenario” について述べる。そして、今回の目的である QCD 相転移の重力波スペクトルへの影響を調べるのに必要な式を列挙し、最後に結果の説明と考察を行う。

1.2 Primordial QCD Phase Transition

QCD 相転移とはクォークが非閉じ込めを起こした相 (QCD 相) とハドロンに閉じ込められた相 (ハドロン相) の間の相転移である。近年のハドロン物理学の研究によると高温 ($T=150-200\text{MeV}$) and/or 高密度 ($\rho \approx 10\rho_0$; ρ_0 は原子核密度) 環境においてハドロン相から QCD 相への相転移が起こることが明らかになってきた。このような極度の環境は初期宇宙や中性子星内部、高エネルギーの加速器実験などで実現されると考えられている。QCD の研究は、格子 QCD 計算 (LQCD)、QCD 有効模型、摂動 QCD などにより行われている。これら多様な手段による研究によって明らかになってきた QCD の相図が図 1 である。有限密度の格子 QCD 計算、QCD 有効模型による研究から相転移の臨界点が $\mu_c = O(1)T_c$ に存在する可能性が示唆されている。CMB の観測と BBN から得られるバリオン非対称性の値などの観測事実を上手く説明できる標準的な宇宙進化のシナリオが図 1 の矢印で描かれている。図 1 から見て取れるように標準的な進化シナリオを仮定すると QCD 相転移は $\mu_B = 0$ の付近で起こることになる。

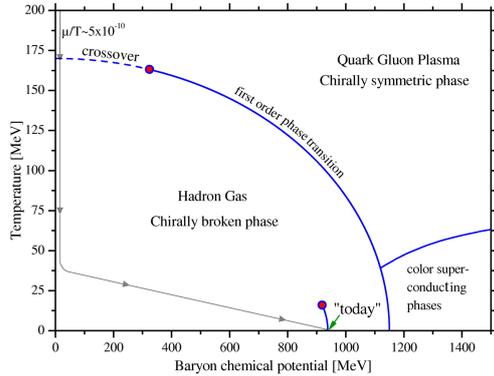


図 1: QCD の相図 (+ 標準的な宇宙の進化シナリオ)

1.3 MIT Bag Model

MIT Bag model とは QCD の一次相転移を記述する非常にシンプルなモデルである。しかし、QCD の基本的な性質である“漸近的自由性”と“クォークの閉じ込め”を上手く表現している。QCD 相転移が一次相転移のときの重力波スペクトルへの影響を調べる際には、このモデルを使用する。Bag Model では、QCD 相はハドロン相の中に埋め込まれた Bag で表現され、Bag の内側と外側では異なる真空状態にあると考える (図 2)。つまり、Bag の内側は摂動 QCD の適用が可能な真空 (摂動的真空) で、Bag の外側は摂動 QCD を使うことのできない QCD 結合定数の大きい真空 (非摂動的真空) になっている。また、Bag の表面が境界条件となり、クォークとグルーオン (及び QCD 相に含まれる粒子) は Bag の中に閉じ込められている。

Bag model では QCD 相とハドロン相における熱力学的諸量は以下で与えられる (ただし $\mu_B = 0$ としている。また $T \geq T_c$ が QCD 相, $T < T_c$ がハドロン相に対応する)。

$$p(T) = \int s(T) dT = \begin{cases} \frac{\pi^2}{90} g_1 T^4 - B & \text{if } T \geq T_c \\ \frac{\pi^2}{90} g_2 T^4 & \text{if } T < T_c, \end{cases} \quad (1)$$

$$\rho(T) = sT - p = \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g_1 T^4 + B & \text{if } T \geq T_c \\ \frac{\pi^2}{30} g_2 T^4 & \text{if } T < T_c, \end{cases} \quad (2)$$

ここで B は Bag Constant と呼ばれる正の定数で摂

動的真空と非摂動的真空のエネルギー密度の差を与える。今回は $B = (250 \text{ MeV})^4$ という値を採用する。また g_1 と g_2 はそれぞれ QCD 相とハドロン相における相対論的粒子の自由度である。



図 2: MIT Bag Model

1.4 Lattice QCD Calculation

本節では QCD 相転移がクロスオーバー転移であるという帰結を与える格子 QCD (LQCD) 計算のモデルについて言及する。今回採用されているのは、improved staggered fermion action である asqtad, p4, stout action の 3 つのモデルである。また、 $100 \text{ MeV} < T < 130 \text{ MeV}$ の低温領域では、hadron resonance gas calculation (HRG) の結果を加味することで、LQCD の計算結果を改善している。

LQCD 計算からは以下の式で定義される trace anomaly

$$\frac{\Theta^{\mu\mu}(T)}{T^4} \equiv \frac{\rho - 3p}{T^4} = T \frac{\partial}{\partial T} (p/T^4)$$

を求めることができる。また、熱力学的関係式から

$$\frac{p(T)}{T^4} - \frac{p(T_0)}{T_0^4} = \int_{T_0}^T dT' \frac{\rho - 3p}{T'^5}$$

が成立するので、trace anomaly から圧力の温度依存性 $p = p(T)$ が求まる。さらに得られた圧力と trace anomaly の表式からエネルギー密度 $\rho = \rho(T)$ の温度依存性が得られるので、各温度について状態方程式 (EOS) である $p = p(\rho)$ が定まる。

1.5 Baryogenesis

バリオン生成のメカニズムについては未だ定説は無く、多くのモデルが存在し、それぞれが検証段階にある。中でも (超対称性理論に基づく) “Affleck-Dine Baryogenesis” や (レプトン生成及びスファレロン過

程を通してバリオン生成を説明する)“ Leptogenesis ”
 といったモデルでは初期宇宙において大きなバリオン
 非対称性 ($\eta \equiv \frac{s}{n_B} \approx O(1)$) が実現される可能性が
 ある。この場合、CMB の観測と BBN から高精度で
 得られている現在の宇宙におけるバリオン非対称性
 $\eta \approx 6.0 \times 10^{-10}$ との一致は悪い。しかし、次節で説
 明する “ Inflationary QCD Phase Transition ” とい
 う宇宙の急膨張 (及びその後の再加熱) を伴う QCD
 相転移が起きたとすれば、バリオン数密度は減少し、
 エントロピー密度が増大するためバリオン非対称性は
 大きく減少することになり、CMB と BBN から得
 られた値を実現する可能性がある。

1.6 Inflationally QCD Phase Transition Scenario

前節で挙げたようなバリオン生成モデルを仮定する
 と QCD 相転移が宇宙の急膨張 “ Little Inflation ” を
 伴って起こる可能性がある。このような QCD 相転移
 のシナリオは “ Inflationally QCD Phase Transition
 Scenario ” (以下 inflationary scenario) と呼ばれる。
 この場合、Affleck-Dine , Leptogenesis などのバリオン
 生成モデルの問題点であるバリオン非対称性の齟
 齬を解消できるかもしれない。

ここでは [1] に従って、前節で説明した Bag Model
 を用いた inflationary scenario の記述を行う。Bag
 model のエネルギー密度と圧力の表式 (1),(2) におい
 て、 ρ の第一項 (radiation の寄与) と第二項 (摂動的
 真空の寄与) が等しくなる $p = -\frac{1}{3}\rho$ のときに Lit
 tle Inflation が始まると仮定すると、対応する温度は
 $T_{\text{infl}} = \left(\frac{30}{g_1 \pi^2} B\right)^{1/4}$ となる。Little Inflation が起き
 ている間、宇宙を記述する EOS は $p = -\rho$ となり
 scale factor は $a(t) \propto e^{Ht}$ で増加する。そして ρ の第
 一項の寄与が ≈ 0 となったときに reheating が始ま
 ると仮定すると、第二項の摂動的真空のエネルギー
 が全て radiation のエネルギーに変換されるとして、
 再加熱後の温度 $T_{\text{reheat}} = \left(\frac{30}{g_2 \pi^2} B\right)^{1/4}$ が得られる。
 このような inflationary scenario に基づく宇宙の進
 化は、図 3 の “ Inflation ” → “ reheating ” と書かれ
 た矢印で示される path に沿って起こる。

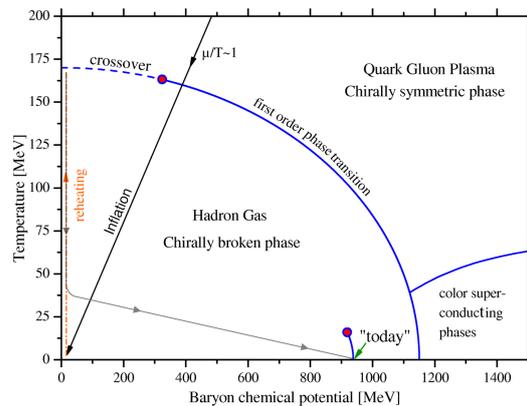


図 3: Little Inflationary QCD Phase Transition Scenario

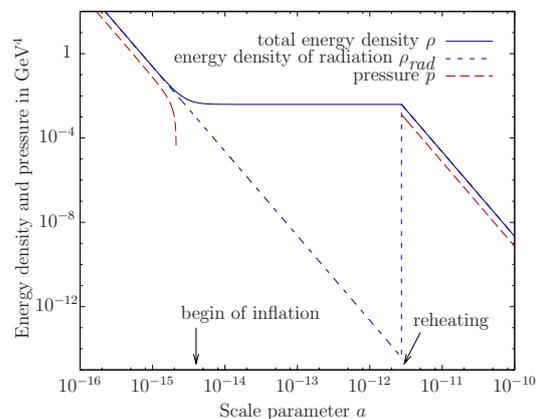


図 4: inflationary scenario における圧力 p とエネルギー密度 ρ の時間発展)

2 GWs Energy Spectrum

QCD 相転移が原始重力波スペクトルに与える影響
 を導くために必要な数式を与えるのが本節の役割で
 ある。原始重力波 (GWs) とは宇宙初期の inflation の
 際に inflaton 場の量子ゆらぎにより生成された “ 時
 空のゆがみを伝搬する波 ” である。

一様等方宇宙を記述する Friedmann Robertson
 Warker (FRW) 計量の空間成分に摂動を入れた線素
 は、

$$ds^2 = a^2 (d\eta^2 - (\delta_{ij} - h_{ij}) dx^i dx^j).$$

のように記述される。ここで η は conformal time を
 表し、 h_{ij} は計量ゆらぎのテンソル成分で重力波の振

幅に対応する。

次に完全流体の EM tensor と FRW 計量を用いて Einstein 方程式を解くと、

$$h''_{ij} + 2\mathcal{H}h'_{ij} - \Delta h_{ij} = 0.$$

という重力波の運動方程式を得る。(\mathcal{H} は conformal Hubble parameter を表し、ダッシュは conformal time での微分を表す。)

さらに $h_{ij} = h_{ij}(\eta, x)$ を Fourier 変換し、 $v(\eta, k) = a(\eta) \cdot h_{ij}(\eta, k)$ に変数変換すると、波数空間における重力波の運動方程式

$$v''_{\mathbf{k}} + \left(k^2 - \frac{a''}{a} \right) v_{\mathbf{k}} = 0$$

を得る。ここで Friedmann 方程式から、

$$\frac{a''}{a} = a^2 \left(H^2 + \frac{\ddot{a}}{a} \right) = \frac{4\pi G}{3} a^2 (\rho - 3p),$$

を導くことができる。よって、EM tensor の trace (= $\rho - 3p$) を温度または時間の関数として記述できれば、GWs の振幅 $h_{ij} = h_{ij}(k, x)$ が求まることになる。

結局、GWs の微分エネルギースペクトル (differential energy spectrum) は

$$\rho_g = \frac{1}{32\pi G} \langle (\partial_0 h_{ij})(\partial_0 h^{ij}) \rangle,$$

により求まるので、目的の GWs の微分エネルギースペクトル (differential energy spectrum) を得るには

$$\Omega_g(k) := \frac{1}{\rho_{\text{crit}}} \frac{d\rho_g}{d \ln k}$$

を計算すればよい。

§1.3 MIT Bag Model と §1.4 Lattice QCD calculation でみたように、Bag Model では式 (1) と式 (2) で与えられる $\rho(T)$ と $p(T)$ から、LQCD の場合には数値的に求まる trace anomaly ($\frac{\Theta^{\mu\mu}(T)}{T^4} \equiv \frac{\rho-3p}{T^4}$) の値から、それぞれ ($\rho-3p$) の温度依存性を知ることができる。ここで一次相転移の場合、及び Inflationary scenario (一次相転移 + “ Little Inflation ”) の場合は Bag Model で記述され、クロスオーバー転移の場合は Lattice QCD で記述されることを思い出すと、本節の式を用いて重力波のエネルギースペクトルへの影響を比較することができることが分かる。

3 Results

初期宇宙における QCD 相転移が一次相転移である場合とクロスオーバー転移である場合、及び “ Inflationally QCD Phase Transition Scenario ” の場合について、相転移が原始重力波スペクトルへ及ぼす影響を見積り、その観測可能性を議論することが [1] の目的であった。結果として得られた重力波のエネルギースペクトルが以下の図 5、図 6 である (ここで QCD 相転移の前に重力波のエネルギースペクトルが flat であることを仮定している)。

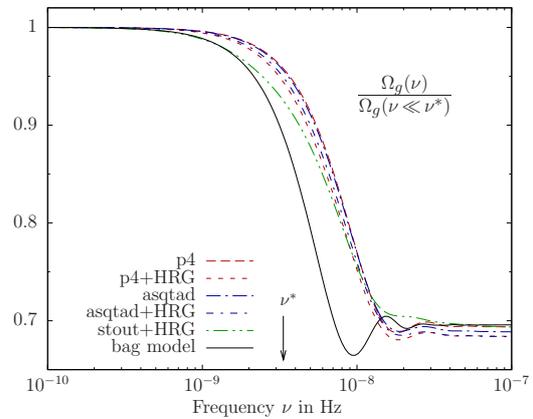


図 5: 一次相転移 (Bag Model) と crossover 転移 (LQCD) の場合の GWs energy spectrum

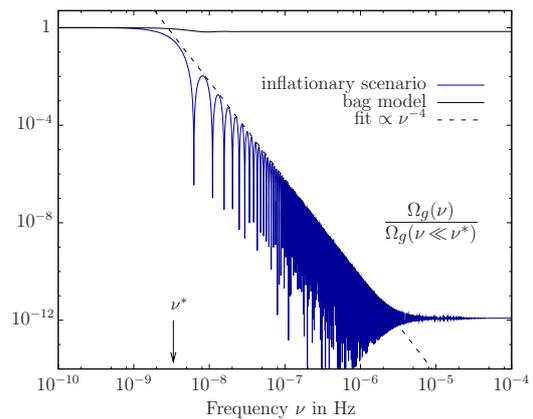


図 6: Inflationary QCD Phase Transition Scenario (Bag Model) の場合のエネルギースペクトル

4 Conclusion and Discussion

結果として得られた図 6 から、QCD 相転移が一次相転移である場合とクロスオーバー転移である場合の GWs のエネルギースペクトルの形状がほぼ一致していることが分かる。また、QCD 相転移の及ぼす影響の大きさについても、両者の場合で (規格化された) 重力波エネルギースペクトルの値が相転移の前後で約 0.7 倍になっている。一方で、Inflationary QCD Phase Transition Scenario では図 6 より相転移の前後でエネルギースペクトルの大きさが約 10^{-12} 倍になっていることが見て取れる。では、これらの観測可能性はどうだろうか。

以下の図 7 (upper panel) では将来計画されている重力波検出器である SKA (Square Kilometer Array), PPTA (Parkes Pulsar Timing Array), LISA (Laser Interferometer Space Antenna) の感度と共に今回得られた各 QCD 相転移に対応する重力波スペクトルが描かれている (ここで図 7 の upper における “oscillation” は little inflation 後に対応する scalar 場の振動エネルギーが優勢になる $w = \frac{p}{\rho} = 1$ の時期が存在すると仮定した場合のもの)。また、lower panel では Kamionkowski et al. [2], Caprini et al. [3] によって予測された QCD 相転移時に (nucleation bubble の衝突とそれに伴う乱流により) 生成される重力波スペクトルが描かれている。ここで、縦軸の characteristic amplitude $h_c(\nu)$ は、

$$h_c(\nu) := \frac{0.9 \cdot 10^{-18} \text{ Hz}}{\nu} \frac{h}{0.7} \sqrt{\Omega_g(\nu)},$$

で定義される。これは宇宙膨張による赤方偏移を考慮に入れた、今日観測される重力波の振幅を表している。図 7 の upper panel からは、QCD 相転移の原始重力波スペクトルへの影響は oscillation dominant の時期が存在する場合にのみ SKA で観測できることが見て取れる。一方、図 7 の lower panel からは、QCD 相転移時に生成される重力波が SKA と LISA で観測可能であることが分かる。

5 Future Work

今回紹介した [1] では、一次相転移や inflationary scenario について非常にシンプルな QCD のモデル

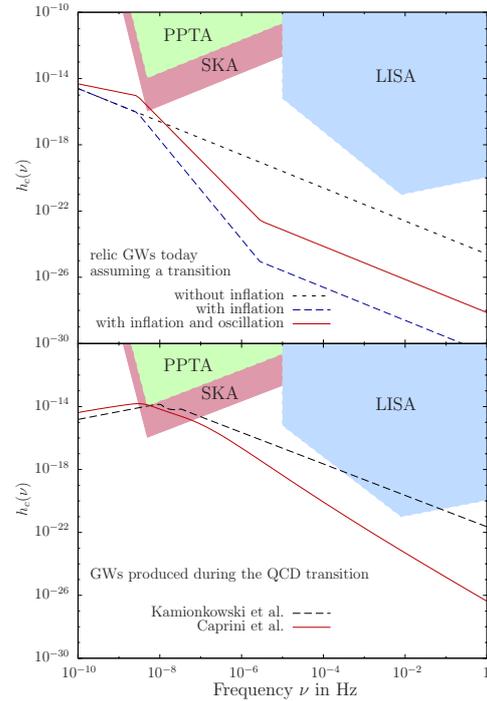


図 7: 重力波検出器 (SKA, PPTA, LISA) における (QCD 相転移による GWs への影響の) 観測可能性

である Bag Model を用いて議論している。しかし、実際の QCD は遥かに複雑であり reality のある議論をするには妥当性の高い QCD 有効模型や近年注目されるカイラル摂動論に立脚してこれらの解析を行う必要がある。特に、Little Inflation においては、e-fold 数の大きさやバリオン非対称をどれだけ薄めるかについて、nucleation のダイナミクスを考慮して議論する必要があるだろう。加えて、バリオン非対称性の初期値を正確に知るために、Affleck-Dine や Leptogenesis といったバリオン生成モデルについての立ち上がった研究が必要だと考える。今後は [1] に含まれる上記の問題について注目しつつ、QCD 相転移の inflationary scenario を場の理論に基づいてより詳細に調べていきたい。

Reference

- [1] .Schettler et al.(2011) arXiv : 1010.4857v2 [astro-ph]
- [2] .Kamionkowski et al.(1994) Phys. Rev. D49,2837
- [3] .Caprini et al.(2010)Phys. Rev. D82,063511