

背景重力波の非等方性

米丸 直之 (熊本大学大学院 自然科学研究科)

Abstract

重力波検出方法の一つに Pulsar Timing Array (PTA) がある。重力波により地球とパルサー間の時空が摂動を受けると、パルスの到来時刻が変化する。重力波の signal は小さいが、複数のパルサーで ToA のずれ (timing residual) の相関をとることでノイズから分離することができる。

PTA により検出される重力波の周波数帯は $10^{-9} - 10^{-7}$ Hz である。その周波数帯で検出される signal の大部分は、 $10^6 - 10^9 M_{\odot}$ の質量を持つ超巨大ブラックホールの連星系 (以下、SMBHB ; Super Massive Black Hole Binary) が作る重力波の重ね合わせにより生じる背景重力波だと考えられる。背景放射が等方的な場合、timing residual の相関は、パルサーの angular separation のみに依存した関数 (Hellings and Downs curve) となる。もし波源が遠方に多く分布しているなら等方的だと考えられるが、波源数は有限で個々の signal の強さも異なるので、非等方性が生じる可能性がある。

1 Introduction

PTA の主な目的は、重力波を検出、観測することである。パルサーとは、その磁極から電磁波を放射し、高速で回転する中性子星である。一般に放射方向と自転軸は一致しておらず、放射方向と視線方向が重なった時にのみ光っているように見える。パルスの周期が安定していればパルスの到来時刻を予測することができる。もし地球とパルサーの間の時空 (metric) が重力波による摂動を受けると、パルスの伝播に影響を及ぼし、観測される到来時刻と予測されるものに差が生じる。(この到来時刻の差を timing residual という。) この residual に重力波の情報が含まれる。しかし、パルスの遅延を引き起こす要因は重力波の影響以外にも様々なものがあり、それらのノイズから重力波のみの signal を分離する必要がある。重力波の signal は小さいため、signal とノイズを分離するのは困難なことに思えるが、重力波の signal のみが異なるパルサーで角度相関を持つため、residual の相関をとることで signal を抜き出すことができる。

PTA の観測周波数帯は、観測の間隔と期間により決まり、およそ $10^{-9} - 10^{-7}$ Hz となる。観測の対象は、主に個々には識別できない多数の波源からの重力波の重ね合わせにより生じる背景重力波である。背景重力波の波源として主に考えられるのは、SMBHB

だと考えられている。波源は遠方に等方的に分布していると考えられる。しかし、波源の数は有限であり、構造形成のシナリオによっては背景放射に非等方性を生じさせる可能性もある。背景放射が等方的である場合、timing residual の相関はパルサーの angular separation にのみ依存し、Hellings and Downs curve として知られる曲線となる。背景放射に非等方性があると相関曲線は波源の位置にも依存し、Hellings and Downs curve からずれたものとなる。

2 Stochastic Background

metric の摂動によるパルスの周波数の変化を考える。天球上で \hat{p} の方向にある周波数 ν_0 のパルサーのパルスの周波数は以下のように表せる。観測される周波数を $\nu(t)$ とする。

$$z \equiv \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\hat{p}^i \hat{p}^j}{1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}} \Delta h_{ij}(t, \hat{\Omega}), \quad (2)$$

ここで、 Δh_{ij} は、地球とパルサーの metric の摂動 (それぞれ Earth-term, pulsar-term とよばれる) の差であり、

$$\Delta h_{ij}(t, \hat{\Omega}) \equiv h_{ij}(t, \hat{\Omega}) - h_{ij}(t_p, \hat{\Omega}) \quad (3)$$

と表される。 t, t_p は、それぞれ地球、パルサーでの時刻である。

実際に観測される物理量である timing residual は、方程式 (2) を積分したものと与えられる。

$$r(t) = \int d\hat{\Omega} \int_{-\infty}^t dt z(t', \hat{\Omega}) \quad (4)$$

residual の相関を考える前に metric の摂動 $h_{ij}(t, \hat{\Omega})$ の平面波展開について考える。 $c = G = 1$ とする。

$$h_{ij}(t, \hat{\Omega}) = \sum_A \int_{-\infty}^{\infty} df h_A(f, \hat{\Omega}) e^{i2\pi f(t - \hat{\Omega} \cdot \vec{x})} e_{ij}^A(\hat{\Omega}) \quad (5)$$

ここで、 $A = +, \times$ (重力波の偏光) であり、 $e_{ij}^A(\hat{\Omega})$ は偏光テンソルである。

$$e_{ij}^+(\hat{\Omega}) = \hat{m}_i \hat{m}_j - \hat{n}_i \hat{n}_j \quad (6)$$

$$e_{ij}^\times(\hat{\Omega}) = \hat{m}_i \hat{n}_j + \hat{n}_i \hat{m}_j \quad (7)$$

地球の座標を $t_e = t$, $\vec{x}_e = 0$ とし、パルサーまでの距離を L とすると、metric の摂動の差は、

$$\Delta h_{ij}(t, \hat{\Omega}) = \sum_A \int_{-\infty}^{\infty} df e_{ij}^A(\hat{\Omega}) h_A(f, \hat{\Omega}) e^{i2\pi f t} \times \left[1 - e^{-i2\pi f L(1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p})} \right] \quad (8)$$

と表せる。 $h_A(f, \hat{\Omega})$ は、以下の関係を満たす。 $\langle \cdot \rangle$ は、アンサンブル平均を表す。

$$\begin{aligned} \langle h_A^*(f, \hat{\Omega}) h_{A'}(f', \hat{\Omega}') \rangle \\ = \delta^2(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') \delta_{AA'} \delta(f - f') H(f) P(\hat{\Omega}) \end{aligned} \quad (9)$$

$H(f)$ は、背景重力波のスペクトルを表し、以下のよう表せる。

$$H(f) = \frac{1}{12\pi^2} \frac{1}{f^3} h_c(f)^2 = \frac{A^2}{12\pi^2} \left(\frac{f}{\text{yr}^{-1}} \right)^{-\gamma} \text{yr}^3 \quad (10)$$

ここで、 $\gamma \equiv 3 - 2\alpha$ である。 α の値は背景放射を作り出す波源に依存し、SMBHB の場合は $2/3$ である。

パルサー a, b の residual の相関は、計算結果のみを示すと、

$$\begin{aligned} \langle r_a^*(t_j) r_b(t_k) \rangle = \int_{-\infty}^{t_j} dt' \int_{-\infty}^{t_k} dt'' \int_{-\infty}^{\infty} df \\ \times e^{-2\pi f(t' - t'')} H(f) {}^{(ab)}\Gamma(f) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。式 (11) 中の ${}^{(ab)}\Gamma(f)$ は、overlap reduction function と呼ばれるもので、重力波の角度相関や背景放射が非等方的である場合、波源の分布や非等方性の強さなどの情報を含む。

$${}^{(ab)}\Gamma(f) \equiv \int d\hat{\Omega} P(\hat{\Omega}) \kappa_{ab}(f, \hat{\Omega}) \left[\sum_A F_a^A(\hat{\Omega}) F_b^A(\hat{\Omega}) \right] \quad (12)$$

ここで、 $F^A(\hat{\Omega})$ は、antenna beam pattern である。

$$F^A(\hat{\Omega}) = \left[\frac{1}{2} \frac{\hat{p}^i \hat{p}^j}{1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}} e_{ij}^A(\hat{\Omega}) \right] \quad (13)$$

κ_{ab} は、Earth-term、pulsar-term の寄与を表し、パルサーまでの距離が波長に比べ十分に大きいとき、以下のように近似できる。

$$\begin{aligned} \kappa_{ab}(f, \hat{\Omega}) \equiv \left[1 - e^{i2\pi f L_a(1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}_a)} \right] \left[1 - e^{-i2\pi f L_b(1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}_b)} \right] \\ \simeq 1 + \delta_{ab} \end{aligned} \quad (14)$$

次に、overlap reduction function の球面調和展開を考える。

$${}^{(ab)}\Gamma(f) = \sum_{lm} c_l^{m(ab)} \Gamma_l^m(f) \quad (15)$$

$\Gamma_l^m(f)$ は、generalized overlap reduction function と呼ばれ、 $l = m = 0$ が背景放射が等方的な場合の Hellings and Downs curve を表す。異方性係数 c_l^m は、異方性の程度を表す。図 1 に $l = 0, 1$ の $\Gamma_l^m(f)$ を示す。

3 The Level of Anisotropy

背景重力波のエネルギー密度の球面調和展開を考える。

$$\rho(\hat{\Omega}) = \sum_{l,m} c_{lm} Y_{lm}(\hat{\Omega}) \quad (16)$$

より、異方性係数は、

$$c_{lm} = \int_{S^2} d\hat{\Omega} \rho(\hat{\Omega}) Y_{lm}(\hat{\Omega}) \quad (17)$$

と表せる。これは、背景放射の非等方性の程度を表す。波源を点源として考えると、

$$c_{lm} = \sum_{i=1}^N \rho_i Y_{lm}(\hat{\Omega}_i) \quad (18)$$

となる。N は、波源の個数を表す。観測される angular power-spectrum は、

$$C_l = \frac{\sum_m \|c_{lm}\|^2}{2l + 1} \quad (19)$$

である。図 3 は、10000 個の波源が等方的に分布し、全ての波源のエネルギー密度が同じ場合の異方性係数を示す。図 4,5 は波源の数は同じであるが、それぞれ他の波源に比べ、エネルギー密度が 1000 倍、10000 倍の波源が一つある場合の異方性係数を示している。

4 Conclusion

今後、どの程度の異方性があればそれを検出することができ、また検出できたとしたら、どの程度波源の分布を制限できるかを研究しようと考えている。さらに、これまで波源を SMBHB に限定してきたが、宇宙ひもを波源とする背景放射についても研究を行うつもりである。

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

- Taylor S. R., & Gair J. R. 2013, Phys. Rev. D, 88, 084001
 Mingarelli C. M. F., Sidery T., Mandel I., & Vecchio A. 2013, Phys.Rev. D, 88, 062005

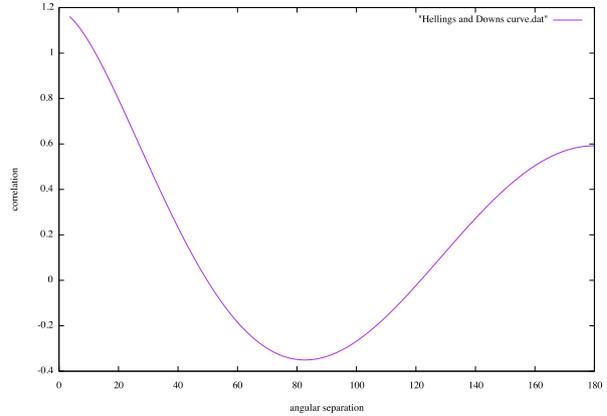


図 1: generalized overlap reduction function ($l = 0$)

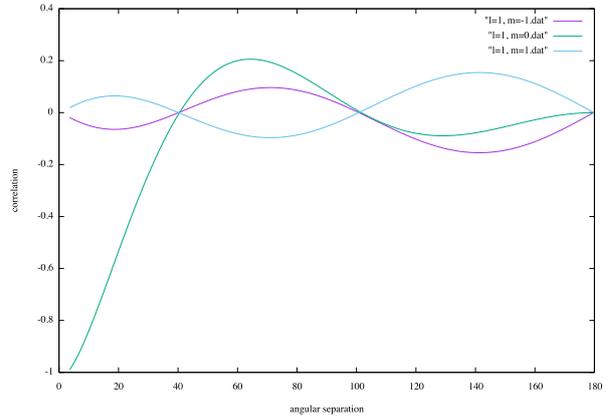


図 2: generalized overlap reduction function ($l = 1$)

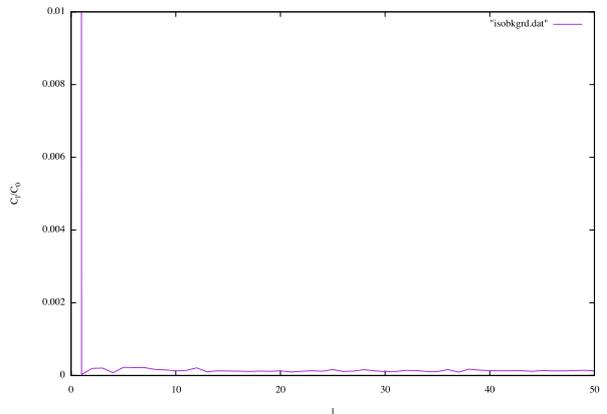


図 3: 異方性係数 等方的な場合

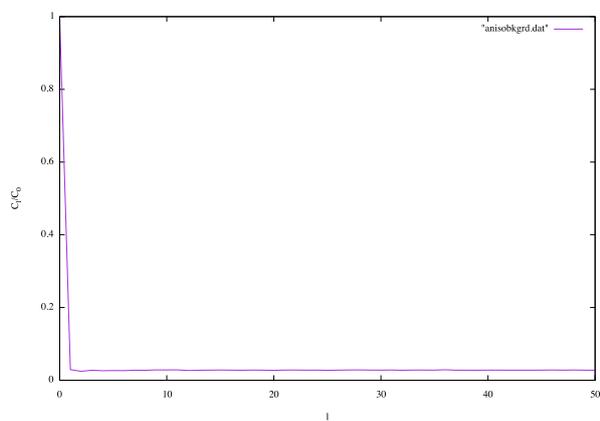


図 4: 1000 倍のエネルギー密度の波源がある場合

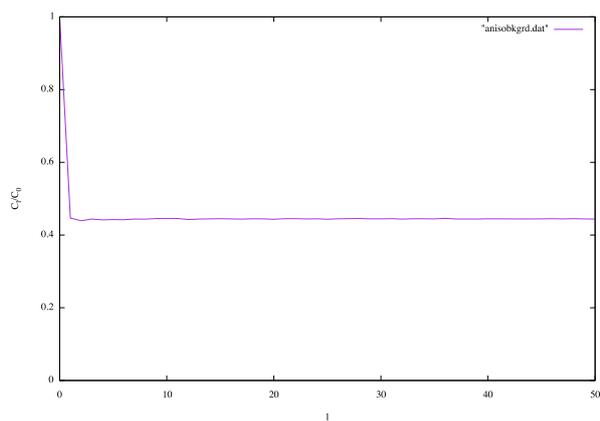


図 5: 10000 倍のエネルギー密度の波源がある場合