

# 高階微分重力理論におけるインフレーション： 安定化機構と観測に対する予言

秋田 悠児 (立教大学大学院 理学研究科)

## Abstract

近年、リッチテンソルの二乗項を含む重力理論の Minkowski/de Sitter 背景時空上の摂動に対する不安定性は、理論へ拘束条件を与えることにより安定化可能であることが示された。我々は、同様の方法により、一般的な  $f(R, R_{\mu\nu}^2, C_{\mu\nu\rho\sigma}^2)$  型の重力理論における宇宙論的背景時空上の摂動に対する不安定性を取り除くことができることを示した。また、安定化された理論を用いて、具体的なモデルに依らない一般的な重力波のスペクトルを導出した。

## 1 はじめに

ニュートンの運動方程式を初めとして、時間発展を記述する物理法則は、通常、時間について二階の微分方程式の形に書かれる。宇宙膨張などを記述する際の基礎理論となる一般相対論も二階の微分方程式により記述されている。一方で、量子重力理論などの基礎物理学から、高階の微分を含む重力理論（高階微分重力理論）が強く動機づけられているが、そのような理論は一般に、高階微分項の存在に起因する不安定性を示すことが知られている (Ostrogradski 1850)。この不安定性が要因となり、高階微分理論から観測に対して物理的に意味のある予言を与えることはできないと考えられていた。

しかしながら、本研究により、非常に一般的な形の高階微分理論が、宇宙論的背景時空のもとで安定化可能であることが明らかになった。以下では、本研究の基礎となる不安定性という問題点と安定化の手法、そして安定化した理論による一般的な重力波のスペクトルの振る舞いについて述べる。

## 2 高階微分理論と Ostrogradski 不安定性

一般に、運動方程式に 3 階以上の時間微分項を含むような理論は不安定である。高階微分に起因するこの不安定性は Ostrogradski 不安定性と呼ばれている。Ostrogradski 不安定性は、次のような簡単な

例を通じて理解できる。まず、高階微分を含む作用として、

$$S = \int dt \left[ \frac{1}{2} \dot{q}^2 - V(q) \right] \quad (1)$$

を考える。この作用からは 4 階の微分方程式が得られ、したがって位相空間は 4 次元である。正準変数として、 $Q_1 := q$  と  $Q_2 := \dot{q}$ 、そしてこれらの共役運動量  $P_1$  と  $P_2$  を用いると、ハミルトニアンが次の形で得られる。

$$H = P_1 Q_2 + \frac{P_1^2}{2} + V(Q_1) \quad (2)$$

このハミルトニアンは  $P_1$  や  $Q_2$  に線形に依存している。したがって、ハミルトニアンが正定値ではなくなり、基底状態が存在しないため、理論は不安定である。このように、理論の安定性はハミルトニアンを作ることで確認することができる。

重力理論についても、曲率が計量の二階微分として表されるので、作用に曲率の高次の項が含まれる場合は一般に Ostrogradski 不安定性が現れる。量子重力理論は  $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ ,  $R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ ,  $C_{\mu\nu\rho\sigma}C^{\mu\nu\rho\sigma}$  といった高次項の導入を示唆しており、したがって、Ostrogradski 不安定性への対処法を確立することが望まれている。

### 3 理論の安定化機構と宇宙論への応用

量子重力理論に基づいた重力理論として

$$S = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda + \alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}) \quad (3)$$

という形の作用で与えられる理論を考える。このモデルは、理論に対して適切な拘束条件を課すことで、最大対称背景時空のもとで安定化可能であることが知られている。これは T. Chen らによる先行研究 (Chen et al. 2012, 2013) により明らかにされた。

本研究では、先行研究のモデルを一般化し、さらに宇宙論への応用を可能にする。考えるモデルは次の通りである。

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} f(R, R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}, C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma}) \quad (4)$$

ここで、 $f$  は任意関数であることを強調したい。このモデルを宇宙論的な背景時空の下で安定化する。具体的には、3 種類 (スカラー、ベクトル、テンソル) の宇宙論的摂動に対して、ハミルトニアン解析により不安定性を確認する。この不安定性に対し理論に適切な拘束条件を与え、拘束条件のもとで理論が安定であることをハミルトニアンを構成することで確認する。続いて、安定化された高階微分理論から宇宙論的な予言を与える。

### 4 研究成果

重力理論が任意関数型:  $f(R, R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}, C_{\mu\nu\rho\sigma} C^{\mu\nu\rho\sigma})$  という非常に一般的な形である場合においても、宇宙論的な背景時空上で、線形化した理論から高階微分項に起因する不安定性を取り除くことができることを明らかにした。また、作用の中に空間の高階微分が残るように安定化したため、くりこみ可能性が向上し、UV での振る舞いが改善されたという点を強調したい。

また、本研究が対象とするモデルが任意関数型であるという一般性に着目し、安定化した理論を用いて、重力波のスペクトルを導出した。本研究のモデルで得られた重力波の振る舞いは、高次の空間微分の存在によって新しい分散関係を与え、モデルに依らない結果を与えるという点で特に重要である。

### Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

その他謝辞がある場合は記入してください。

### Reference

- Y. Akita and T. Kobayashi, 2015 [arXiv:1507.00812[gr-qc]]
- M. Ostrogradski, *Mem. Ac. St. Petersburg* **VI** 4 (1850)385.
- T. j. Chen, M. Fasiello, E. A. Lim and A. J. Tolley, *JCAP* **1302**, 042 (2013) [arXiv:1209.0583 [hep-th]].
- T. j. Chen and E. A. Lim, *JCAP* **1405**, 010 (2014) [arXiv:1311.3189 [hep-th]].