

# 大規模構造を用いたインフレーションモデルの制限

平川 拓実 (広島大学大学院 理学研究科)

## Abstract

WMAP や Planck などの宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の観測結果は宇宙項を加えた標準宇宙モデルによる予言と非常によく一致している。しかし一方でこのモデルでは説明できない大スケールでの Anomaly の問題が報告されている。この Anomaly はインフレーション初期のポテンシャルの振る舞いによって作られている可能性がある。そこで本研究ではこのような Anomaly の問題を説明するインフレーション宇宙のシナリオの一つである String Landscape に動機付けされた Open インフレーションシナリオについて検証しインフレーションモデルの推定を目指す。

## 1 Introduction

ビッグバン宇宙論は軽元素合成や宇宙背景放射の存在などの宇宙論的観測事実を整合的に説明するモデルである。しかし同時に宇宙の地平線問題や平坦性問題の困難も抱えている。これらの問題を解決する機構として 1981 年に提唱されたのがインフレーション宇宙論である。標準的なインフレーションモデルは宇宙の加速膨張とインフラトンのエネルギーを放射のエネルギーに転化させる再加熱という現象を組み合わせたもので宇宙の急激な加速膨張は宇宙の地平線問題、平坦性問題を解決することができる。そして Inflation+D.M+宇宙項 (標準宇宙モデル) は宇宙の銀河の大規模構造や宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の非等方性を説明する上で有力なモデルとなっている。実際、WMAP や Planck による CMB の温度揺らぎの観測と非常によく一致している。しかしながら一方で大スケール側に標準宇宙モデルでは説明できない Anomaly の問題も報告されている (Planck Collaboration 2015)。最近の研究ではこの Anomaly の問題を String landscape を動機とした負の曲率を持った宇宙を生み出す Open インフレーションシナリオによって説明できると言われており (J.Garriga et al. 1999)、このシナリオについて検証を行う。

次の章ではまず CMB の Anomaly について説明し 3 章では Open Inflation scenario とそれによってどのように CMB の温度揺らぎに影響があるのかを説明する。4 章では Toy model を使ってインフレーションの補正のパラメータにどのような制限をつけられ

るかを MCMC 法を使って計算したのでその結果について報告する。

## 2 CMB の Anomaly

CMB の Anomaly と呼ばれる問題はいくつか存在するが、ここで着目する CMB の Anomaly とは CMB の温度揺らぎの観測での大スケールの抑制である (図 1)。この効果の統計的な有意性は、抑制が始まっている角度スケールをどこに置くかに依存していて、Planck collaboration による報告では  $2 \sim 3\sigma$  の間で変わる。この統計的有意性は将来の観測によって改善される可能性も示唆されている。(R.Bousso et al. 2015)

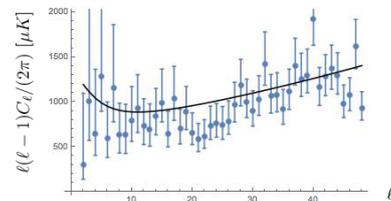


図 1: CMB の温度揺らぎの大スケールでの anomaly の様子。黒線は  $\Lambda$ CDM モデルによる理論曲線、青点のプロットは Planck(2013) のデータ点。軸はそれぞれ縦:  $\ell(\ell-1)C_\ell/(2\pi)$  [ $\mu K$ ], 横: 角度スケール  $\ell$  である。

### 3 Open インフレーションシナリオ

#### 3.1 String Landscape

Open インフレーションシナリオ を考える動機として String landscape 理論というものがある (図 2)。この理論では約  $10^{100}$  個のオーダーで偽真空が存在すると考えられている。その大量の偽真空の中に私たちが存在できるような初期条件を持った宇宙がたまたま存在していたということになるが、人間原理を導入すればある程度説明がつけられるかもしれない (L.Susskind 2003), (R.Bousso & L.Susskind 2015)。

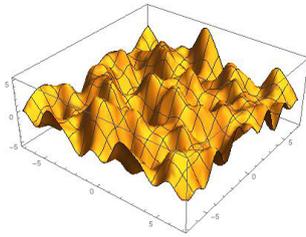


図 2: string landscape のイメージ

#### 3.2 one-bubble インフレーション

この無数に存在する偽真空は確率的により低いエネルギーの真空へ量子トンネリングによって遷移することができる (図 3)(J.Garriga et al. 1999)。このとき量子トンネリングにより open FRW 時空を持つたいわゆる '開いた宇宙' が生まれトンネリングの直後はほとんど空の曲率が宇宙膨張を支配する宇宙になる。このままだと永遠に曲率優勢な宇宙が続いてしまうので、ここで再びインフレーションを起こして曲率を薄める必要がある。この過程は second スローロールインフレーションと呼ばれている。

##### 3.2.1 観測的シグナル

このモデルを定式化する観測的なシグナルは二つある。一つは宇宙の曲率を調べることである。現在の制限は  $|\Omega_k| \leq 10^{-2}$  であるが Inflation の期間の

長さなどにより測定できない可能性もある。もう一つは、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の温度揺らぎのパワースペクトルの大スケール側での抑制である。これは実際に CMB の温度揺らぎの観測で報告されている (J.Garriga et al. 1999), (G.Aslyan & R.Rasther 2015)。

##### 3.2.2 揺らぎとインフレーションの関係

現在私たちが観測している大規模構造というのは、量子揺らぎがインフレーションによって引き延ばされることでできる初期の小さな揺らぎが成長することで出来ている。この宇宙初期の大規模構造の種となる揺らぎは曲率揺らぎであり、超ハッブルスケールで曲率揺らぎは一定値をとるため、揺らぎがホライズンクロス ( $k = aH$ ) したときの値で評価できる。

$$\mathcal{P}_\zeta = \left( \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \right)^2 \Big|_{k=aH}$$

ここで  $\mathcal{P}_\zeta$  は曲率揺らぎのパワースペクトル、 $\dot{\phi}$  はスカラー場の時間微分、 $H$  はハッブルパラメータをそれぞれ表している。さらにスローロール近似により  $V, H, \dot{\phi}$  の関係が

$$\begin{aligned} 3H\dot{\phi} &\approx -V' \\ H^2 &\approx \frac{V}{3M_P^2} \end{aligned}$$

となるので曲率揺らぎはインフレーションのポテンシャルとその微分で表すことができ、これにより逆に CMB の観測からインフレーションのポテンシャルに制限を与えることができる。

$$\mathcal{P}_\zeta = \left( \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \right)^2 \Big|_{k=aH} \approx \frac{1}{12\pi^2 M_P^6} \frac{V^3}{V'^2} \quad (1)$$

ここで  $M_P = (8\pi G)^{-1/2}$  (Reduced Planckian mass) である (R.Bousso et al. 2015), (J.White 2014)。

##### 3.2.3 One-bubble インフレーションの場合

One-bubble インフレーションの場合、量子トンネリング直後に場  $\phi$  が早くポテンシャルの坂を転がっていく (fast-roll)。このため、式 (1) より  $\dot{\phi}$  が増大し

揺らぎが抑制される。この効果はインフレーションの初期にだけ起こり、時間が経つと場はスローロールするので揺らぎの抑制はインフレーション初期にホライズンクロスしたスケールにだけ現れる。式 (1) よりインフレーション初期にホライズンクロスするのは小さな波数  $k$  すなわち大スケールの揺らぎなので、One-bubble インフレーションによる量子トンネリングの効果の影響は CMB の大スケールの抑制に繋がる (A.Linde et al 1999)。



図 3: One-bubble インフレーションのポテンシャル。偽真空から second スローロールインフレーションまでの様子を表して矢印は量子トンネリングを表している。

### 3.3 ポテンシャルの補正

ここでは曲率揺らぎのパワースペクトルを抑制するようなインフレーションのポテンシャルについて議論する。インフレーションのポテンシャルとして次のような形を考える (R.Bousso et al. 2015)。

$$V = V_S + \gamma V_R \quad (2)$$

$V_S$  はバックグラウンドのポテンシャルで曲率揺らぎのパワースペクトルに抑制がない通常のスローロールインフレーションで考えられるポテンシャルである。 $V_R$  はポテンシャルの補正項で  $\gamma \ll 1$  として微小なポテンシャルの傾きを加える。式 (2) を式 (1) に代入して  $\gamma = 0$  の周りで 1 次までテーラー展開すると曲率揺らぎのパワースペクトルを次のように表せ、

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\zeta &= \frac{V}{12\pi^2 M_P^6} \left( \frac{V}{V'} \right)^2 \\ &\approx \frac{V}{12\pi^2 M_P^6} \left( \frac{V_S}{V'_S} \right)^2 \left[ 1 + 2\gamma \left( \frac{V'_R}{V_R} - \frac{V'_S}{V_S} \right) \right]^{-1} \end{aligned}$$

さらに  $V_R/V_S \ll V'_R/V'_S$ ,  $V_S \approx V$ ,  $\mathcal{P}_\zeta = V_S^3/(12\pi^2 M_P^6 V_S'^2)$  とすると式 (3) のように表せる。

$$\frac{\mathcal{P}_\zeta}{\mathcal{P}_{\zeta,S}} = 1 - 2\gamma \frac{V'_R}{V'_S} \quad (3)$$

## 4 Toymodel

バックグラウンドのポテンシャルとして式 (4)、補正項として式 (5) を使ってインフレーションの初期にだけポテンシャルの坂を挿入するようなポテンシャルの Toymodel を考える (R.Bousso et al. 2015)。

$$V_S = V_h \left( 1 - \sqrt{2\beta} \frac{\phi}{M_P} \right) \quad (4)$$

$$V_R = \Theta(\phi_c - \phi) \frac{V_h}{\sigma} \left( \frac{\phi_c - \phi}{M_P} \right)^\sigma \quad (\sigma > 1) \quad (5)$$

添え字  $h$  は現在のホライズンスケールがインフレーションの時期にホライズンクロスするときの値を示す。つまり  $V_h$  は現在のホライズンスケールがホライズンクロスするときのポテンシャルの大きさを表す。また  $\beta$  はバックグラウンドポテンシャル  $V_S$  の傾きをを表すパラメータである。残りのパラメータと階段関数は揺らぎの抑制の効果をどこまで効かせるかを定めるもので次のように定義される。

$$\begin{aligned} \Theta(\phi_c - \phi) &= \begin{cases} 1 & (\phi < \phi_c) \\ 0 & (\phi \leq \phi_c) \end{cases} \\ \phi_c &\equiv M_P \sqrt{2\beta} \log \left( \frac{\ell_c}{\ell_h} \right) \quad (\ell_h \approx 3.1) \end{aligned}$$

これらを式 (3) に代入すると式 (6) のようになる。

$$\frac{\mathcal{P}_\zeta}{\mathcal{P}_{\zeta,S}} = 1 - \Theta(\ell_c - \ell) \frac{2\gamma}{\sqrt{2\beta}} \left[ \sqrt{2\beta} \log \left( \frac{\ell_c}{\ell} \right) \right]^{\sigma-1} \quad (6)$$

ここで  $\phi$  と  $k$  の関係は、

$$\begin{aligned} \log \left( \frac{a}{a_h} \right) &\approx \log \left( \frac{k}{k_h} \right) = \int_{t_h}^t H dt \quad (7) \\ &= \int_{\phi_h}^{\phi} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \approx \int_0^{\phi} -\frac{1}{M_P^2} \frac{V}{V'} d\phi \\ &= \int_{\phi_h}^{\phi} \frac{d\phi}{M_P} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}} \approx \int_{\phi_h}^{\phi} \frac{d\phi}{M_P} \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \end{aligned}$$

より、

$$\phi = M_P \sqrt{2\beta} \log \left( \frac{k}{k_h} \right) \quad (8)$$

となる。なお式 (7) の最後の行では  $\epsilon = \beta$ ,  $V < 0$  とする。

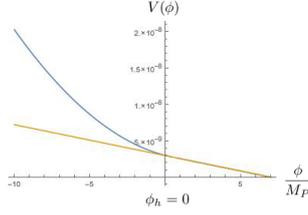


図 4: Toy Model I のポテンシャルを表す図。縦軸が  $V$ 、横軸が  $\phi/M_P$  の値をそれぞれ表す。

#### 4.1 パラメータの制限

MCMC(Markov chain Monte Carlo methods) を使って式 (6) のパラメータに制限を与える (図 5)。ただし  $\sigma = 2$ ,  $\beta = 0.01$  とし 7 つの基本的な宇宙論パラメータの値も動かして計算している。各パラメータの制限は表 1 に示す。これを見ると  $\Omega_k > 0$  がアクセプトされている状況で揺らぎの抑制に関するパラメータ  $\gamma$ ,  $\ell_c$  の値に制限をつけることができることがわかる。さらに図 5 の右図でこの二つのパラメータの相関関係をみると、 $\gamma$  の値が小さいときには  $\ell_c$  の大きな値がアクセプトされることわかる。

表 1: パラメータの制限 ( $2\sigma$ )

$100 \Omega_k$	$0.2612^{+0.572}_{-0.7265}$
$\gamma$	$0.04998^{+0.03871}_{-0.049801}$
$\ell_c$	$81.73^{+182.37}_{-77.947}$
$100 \omega_b$	$2.189^{+0.063}_{-0.035}$
$\omega_{cdm}$	$0.1218^{+0.0049}_{-0.0064}$
$H0$	$67.64^{+1.88}_{-1.73}$
$10^9 A_s$	$2.239^{+0.167}_{-0.114}$
$n_s$	$0.9568^{+0.0145}_{-0.0134}$
$\tau_{reio}$	$0.09675^{+0.03735}_{-0.02482}$

## 5 summary

今回は CMB の温度揺らぎの観測と Open インフレーションシナリオのモデルによる理論曲線を比較す

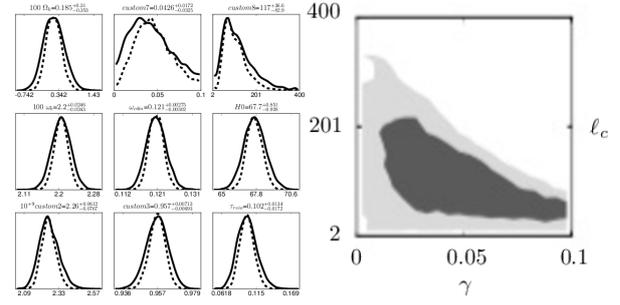


図 5: 左の図は各パラメータの確率密度を表す図。縦軸が確率密度、横軸が各パラメータの値。左から順に上段は  $100 \Omega_k$ ,  $\gamma$ ,  $\ell_c$ 、中段は  $100 \omega_b$ ,  $\omega_{cdm}$ ,  $H0$ 、下段は  $10^{-9} A_s$ ,  $n_s$ ,  $\tau_{reio}$  の結果を表している。右の図は  $\gamma$ ,  $\ell_c$  の相関関係を表した図。縦、横軸はそれぞれ  $\ell_c$ ,  $\gamma$  の値を示す。色分けは濃いグレーが  $2\sigma$ 、薄いグレーが  $1\sigma$  を表す。

ることでこのシナリオでのポテンシャルのパラメータをこのシナリオで許される範囲で制限することができた。またこの結果を使うことで今回の Toy model で使ったもの以外のインフレーションモデルでのポテンシャルを推定し、そのポテンシャルの形について議論することができるかもしれない。

## Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

## Reference

- R.Bousso, D.Harlow, & L.Senatore 2015, Phys.Rev.D 91
- R.Bousso, & L.Susskind, 2011, arXiv:1105.3796v3
- J.White, Y.Zhang, & M.Sasaki 2014, arxiv:1407.5816v2
- J.Garriga, X.Montes, M.Sasaki, & T.Tanaka 1999, arXiv:9811257v2
- Planck Collaboration 2015, arXiv:1502.02114v1
- M.Kleban, & M.Schillo, arXiv:1201.5037v1
- G.Aslanyan, & R.Easter, arXiv:1504.03682v1
- L.Susskind, arXiv:0302219v1
- A.Linde, M.Sasaki, & T.Tanaka, Phys.Rev.D 59,123522