

## 平行平板モデルにおける $\text{Ly}\alpha$ 光子の一次脱出確率

久喜 奈保子 (筑波大学大学院 数理物質科学研究科)

### Abstract

高赤方偏移天体である LAE(Lyman Alpha Emitter) は、原始銀河であるとしてその物理量を見積もる研究がなされてきた。LAE の星形成率を求めるためのパラメータに  $\text{Ly}\alpha$  光子の脱出確率  $f^{\text{esc}}$  がある。脱出確率を求めるには輻射輸送方程式を解く必要があり、これを解く計算コードは、解くべき輻射輸送方程式が微積分方程式であるため計算が複雑であることから、よりよい計算方法が模索されている。そこで、本研究では最終的には  $\text{Ly}\alpha$  光子の脱出確率を求める新しい計算方法の開発を目指す。その第一段階として、平行平板モデルにおいて吸収・散乱を免れて出てくる  $\text{Ly}\alpha$  光子の割合（一次脱出確率）を輻射輸送方程式を解いて求めた。 $\text{Ly}\alpha$  光子が水素原子に吸収・放射される際、その振動数依存性は熱運動による Doppler core プロファイルと量子力学による Lorentz wing プロファイルからなる Voigt プロファイルに従う。各プロファイルを用いて平行平板における輻射輸送計算を 1 次元・3 次元について行い、脱出確率を求めた。この結果は Avrett&Hummer(1965) の漸近解と一致し、Voigt プロファイルでの脱出確率は  $\tau < 100$  では Doppler プロファイルに従い、 $\tau > 100$  からは Lorentz プロファイルの影響を受けることがわかった。つまり光学的に厚い系では、wing の振動数まで計算することが重要になってくる。垂直方向に対する全方向の脱出確率の比率が Sobolev(1957) の解析と一致することも確認できた。以上より、平行平板における  $\text{Ly}\alpha$  光子の一次脱出確率を求める計算コードが作成できた。

## 1 Introduction

星形成が盛んな原始銀河は HII 領域から  $\text{Ly}\alpha$  光子を多く放射することがわかっている。近年、 $\text{Ly}\alpha$  輝線で強く光る LAE と呼ばれる高赤方偏移の天体が観測されるようになった。LAE は原始銀河であるとしてその物理量を見積もる研究がなされてきた。その物理量のひとつに星形成率があり、これを求めるためのパラメータに  $\text{Ly}\alpha$  光子の脱出確率  $f^{\text{esc}}$  がある。脱出確率を求めるために輻射輸送方程式を解く必要があり、これを解く計算コードは、解くべき方程式が微積分方程式であるため輻射輸送計算が非常に複雑であることから、よりよい計算方法が模索されている。現在、モンテカルロ法を用いた計算は行われているが、光学的に厚い系において、輻射輸送方程式を直接解く方法は行われていない。そこで、最終的には輻射輸送方程式を直接解く新しい計算方法の開発を目指したい。その第一段階として本研究では、平行平板モデルにおいて、吸収・散乱を免れて出てくる  $\text{Ly}\alpha$  光子の割合（一次脱出確率）を輻射輸送方程式を解いて求めた。

## 2 $\text{Ly}\alpha$ 光子の輻射輸送

### 2.1 散乱過程

$\text{Ly}\alpha$  光子とは、中性水素の準位が  $2p \rightarrow 1s$  に脱励起する際に放出される光子で、その波長は  $1215.67 \text{ [\AA]}$  である。水素原子は  $\text{Ly}\alpha$  光子を吸収すると  $1s \rightarrow 2p$  に励起する。しかし水素原子のアインシュタイン係数は大きいので、 $2p$  での滞在時間が短く、励起した水素原子は再び脱励起し、 $\text{Ly}\alpha$  光子が再放射される。このように  $\text{Ly}\alpha$  光子は、吸収された後すぐに再放射が起こる為、この過程を散乱とみなすことができる。

### 2.2 輝線のプロファイル関数

$\text{Ly}\alpha$  光子が水素原子に吸収・放射される際、振動数分布は Voigt プロファイル  $\phi(x)$  に従う。(図 1)

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} H(a, x) \quad (1)$$

$$H(a, x) \equiv \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2)}{a^2 + (x - y)^2} dy \quad (2)$$

$$\Delta\nu_D = \frac{v_T}{c}\nu_0, \quad v_T = \sqrt{\frac{2kT}{m_a}}$$

$$a \equiv \frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D}, \quad y \equiv \frac{v_z}{v_T}$$

このとき輝線中心から測った振動数幅をドップラー幅  $\Delta\nu_D$  で規格化し、

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} \quad (3)$$

とする。このプロファイルは、中心振動数付近は水素原子の熱速度による Doppler プロファイル、中心から離れた”wing”部分は不確定性関係からできる振動数分布の広がりであり、量子力学で決まる Lorentz プロファイルに従っている。中性水素の散乱断面積は (1) 式を用いて

$$\sigma_\nu = f_{12} \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{1}{\Delta\nu_D} \phi(x) \quad (4)$$

と書ける。(  $f_{12}$  : 振動子強度 ) 輝線中心と wing には約  $10^5$  の差があるため、中心振動数での  $\tau$  が非常に大きい場合、ドップラーコアの光子は脱出できなくても、wing の振動数の光子は媒質から脱出できるというのがこのプロファイルの特徴である。従って、中心振動数のみでなく輝線の輻射輸送を考える必要がある。

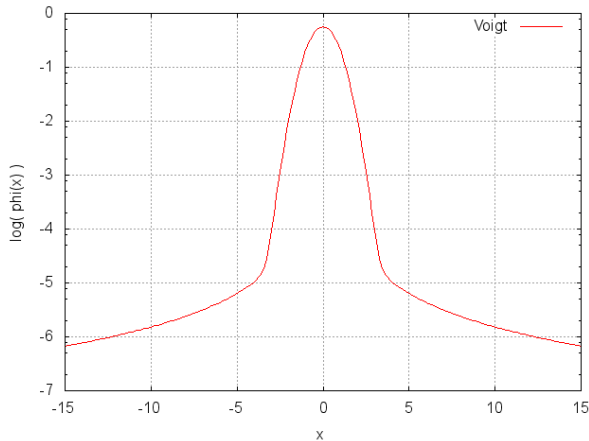


図 1: Voigt プロファイル

## 2.3 輻射輸送方程式

平行平板の垂直方向からの角度を  $\theta$  とすると、角度変数  $\mu = \cos \theta$  を用いて輻射強度  $I_{\nu,\mu}$  の輻射輸送方程式は、

$$\mu \frac{dI_{\nu,\mu}}{d\tau} = S_\nu - I_{\nu,\mu} \quad (5)$$

と書ける。ここで、 $\tau_L$  を振動数積分した光学的厚みとして、 $\tau_\nu = \tau_L \phi(x)$  である。等方散乱・完全散乱のときソース関数は、

$$S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{4\pi} \int I_\nu d\Omega \quad (6)$$

となる。 $\alpha_\nu$  を吸収係数、 $\kappa_\nu$  を散乱係数として、アルベド  $\epsilon_\nu = \kappa_\nu / (\alpha_\nu + \kappa_\nu)$  である。 $S_\nu \neq 0$  のとき式 (5) の形式解は、

$$I_{\nu,\mu}(\tau) = I_{\nu,\mu}(0) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau e^{-(\tau-\tau')/\mu} S_\nu(\tau') \frac{d\tau'}{\mu} \quad (7)$$

と書ける。(7)(6) 式を見ると、散乱を考慮した輻射輸送方程式は求めたい輻射強度が自分自身の値や他の方向の輻射強度に依存しているため、微積分方程式となり、数値反復計算を行う必要がある。この計算は今後の課題とし、本研究では吸収・散乱をされずに光速で脱出してくる Ly $\alpha$  光子の脱出確率（一次脱出確率）を求める。従って解くべき方程式は、式 (7) の散乱項を除いた第一項のみの輻射輸送方程式となる。

## 3 先行研究

平行平板において脱出確率を求めている先行研究にはまず、Sobolev(1957) で垂直方向・全方向についての脱出確率以下のように求めている。

$$f^{esc} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) e^{-\tau\phi(x)} dx \quad : 1 \text{ 次元} \quad (8)$$

$$f^{esc} = \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \exp \left\{ -\frac{\tau}{\mu} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \phi(x) \right\} dx$$

: 3 次元 (9)

$\phi(x)$  が Doppler プロファイルの場合の近似解も半解析的に

$$f^{esc} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tau \sqrt{\ln \tau}} \quad : 1 \text{ 次元} \quad (10)$$

$$f^{esc} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{2\tau \sqrt{\ln \tau}} \quad : 3 \text{ 次元} \quad (11)$$

と求めた。Doppler プロファイルにおいて 3 次元的な脱出確率は、1 次元の 1/2 倍となっているのがわかる。Lorentz プロファイルの場合は (3) 式の  $\phi(x)$  に Lorentz プロファイルをそれぞれ代入すると、2/3 倍となっていることが確認できた。

また、Avrett&Hummer(1965) では 3 次元的な脱出確率の漸近解を Voigt, Lorentz についても求めている。

$$f^{esc} \sim \begin{cases} \frac{1}{2\tau \sqrt{\ln(\tau/\sqrt{\pi})}} & \text{Doppler} \\ \frac{2\sqrt{a}}{3\sqrt{\tau}} & \text{Voigt, } a\tau \gg 1 \\ \frac{2}{3\sqrt{\tau}} & \text{Lorentz} \end{cases} \quad (12)$$

本研究ではこれらの解析と作成した計算コードによる結果が一致することを確認する。

## 4 Methods

### 4.1 平行平板の輻射輸送計算

まず、(図 2) のように垂直方向の光線を考え、 $N$  等分した  $d\tau$  ごとに散乱を考えない輻射輸送方程式を解いて脱出確率を求めた。

従って解くべき輻射輸送方程式は、

$$I_{\nu,i} = I_{\nu,i-1} e^{-d\tau_{\nu}} \quad (13)$$

となり、垂直方向の脱出確率は、

$$f^{esc} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_{\nu,N} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{\nu,0} dx} = \frac{\sum_j I_{\nu,N} \Delta x_j}{\sum_j I_{\nu,0} \Delta x_j} \quad (14)$$

と求まる。

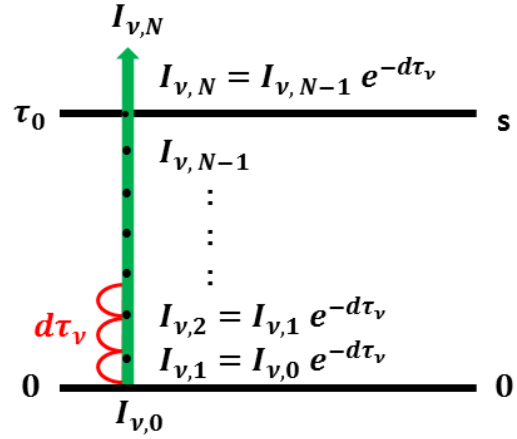


図 2: 垂直方向の輻射

次に、半球を立体角が等しくなるように  $\mu$  方向に  $10^3$  分割する。そして (図 3) のように斜め方向についても垂直方向と同様に  $d\tau/\mu$  ずつ計算していく形で全方向の輻射輸送を解き、3 次元的な脱出確率を求めた。

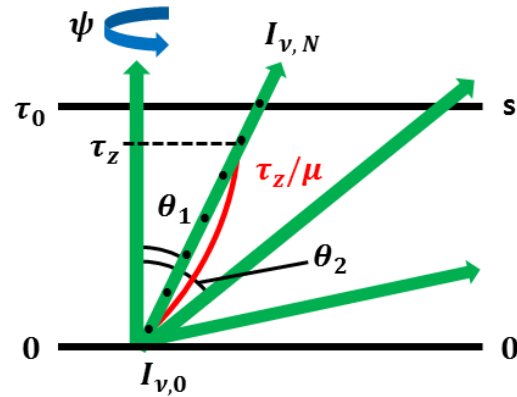


図 3: 全方向の輻射

各光線について求めた輻射強度を全ての方向について積分し、角度平均して平行平板全体の 3 次元的な脱出確率を求めた。

$$f_{\mu}^{esc} = \frac{\int_0^{2\pi} d\Omega \int_{-\infty}^{\infty} I_{\nu,N} dx}{\int_0^{2\pi} d\Omega \int_{-\infty}^{\infty} I_{\nu,0} dx} \quad (15)$$

## 5 Results

各プロファイルでの脱出確率を全方向の輻射について求めたものが (図 5) である。この結果は Avrett&Hummer(1965) の漸近解と一致している。

Voigt プロファイルでの脱出確率は、 $\tau < 100$  では Doppler プロファイルに従い、 $\tau > 100$  からは Lorentz プロファイルの影響を受けることが確認できる。このことから、光学的に厚い系では wing の振動数まで計算することが重要になってくることが言える。

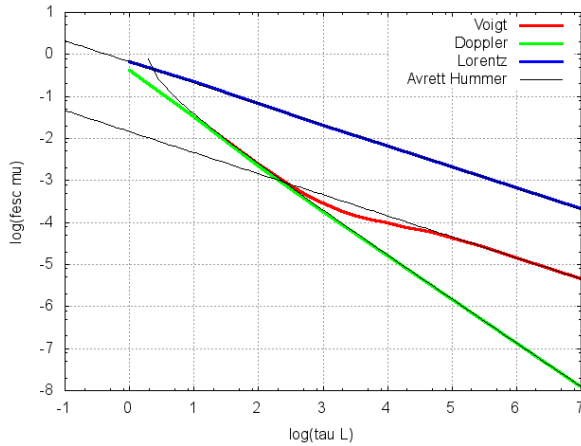


図 4: プロファイルによる脱出確率の比較

垂直方向に対する全方向の脱出確率の比率を (図 5) に示す。斜め方向の輻射は  $\tau$  が大きくなる為、どのプロファイルについても垂直方向のときより脱出確率が減っている。Doppler プロファイルは垂直方向の 1/2 倍、Lorentz プロファイルは 2/3 倍になり、Sobolev(1957) の解析と一致した。Voigt プロファイルは  $\tau$  が小さい部分で Doppler に従い、大きい部分では Lorentz に漸近する結果となった。

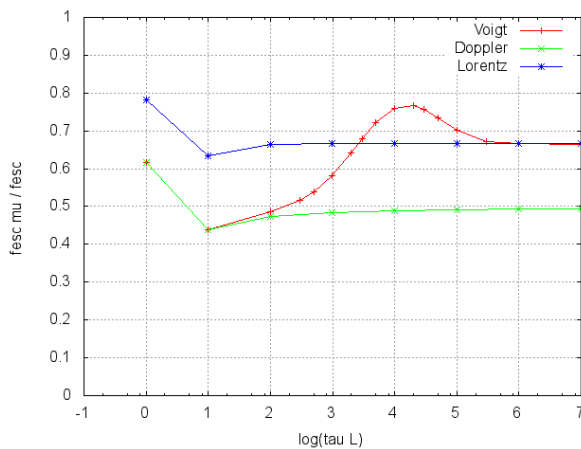


図 5: 垂直方向に対する全方向の脱出確率の比率

## 6 Conclusion

Voigt, Doppler, Lorentz プロファイルでの散乱を考えない輻射輸送方程式を解いた。 $\tau > 100$  でローレンツ wing の寄与が大きくなることを確認できた。従って、光学的に厚い系では wing の振動数まで計算することが重要になってくる。また、求めた脱出確率が Avrett&Hummer(1965) の漸近解と一致することを確認できた。垂直方向に対する全方向の脱出確率の比率は、Doppler プロファイルでは 1/2 倍、Lorentz プロファイルでは 2/3 倍となり、これは Sobolev(1957) の解析と一致する。Voigt プロファイルは  $\tau$  が小さい部分で Doppler に従い、大きい部分では Lorentz に漸近する結果となった。以上より、平行平板における  $\text{Ly}\alpha$  光子の一次脱出確率を求める計算コードが作成できた。

今後はこの計算コードに散乱の効果を加え、輻射輸送方程式を解くための新しい計算方法の開発を行う。今までに作られている計算コードは、モンテカルロ法を用いたものである。光学的に厚い系において、輻射輸送方程式を直接的に解いたコードは作られていない。そこで将来的には、ドップラーコアでは拡散方程式を用いることとし、wing の光子は反復法を用いて輻射輸送方程式を直接解くようなコードの開発を目指す。

## Reference

- Sobolev, V.V. 1957, SvA, 1:678-689.  
 Tasitsiomi, A. 2006, Apj, 645:792-813.  
 Avrett, E.H. & Hummer, D.G. 1965, MNRAS, 130:295-331.