

粘性円盤の不安定性によるガス惑星形成

高橋実道

京都大学大学院理学研究科物理学・宇宙物理学専攻

天体核研究室

名古屋大学大学院理学研究科素粒子宇宙物理学専攻

理論物理学研究室

概要

近年の太陽系外惑星観測の進展により、中心星から 30AU 以上離れたガス惑星が見つかった ([3] 等)。現在の惑星形成の標準理論では中心星から離れるほど惑星の形成に時間がかかるため、このような距離では円盤の散逸時間 100~1000 万年でガス惑星を形成できない。そのため、遠方のガス惑星の形成では、原始惑星系円盤の自己重力不安定で説明するモデルが有力だと考えられている [2]。このモデルは円盤の遠方で重力不安定により円盤を分裂させ、ガス惑星を形成するものである。円盤の不安定性についての先行研究 [4] では円盤の各半径での面密度、エピサイクル振動数及び音速から円盤が不安定になる条件が示されている。この不安定条件は原始惑星系円盤の分裂を議論する際にも広く用いられている。しかし、原始惑星系円盤では磁気回転不安定等により乱流粘性が働くと考えられているが、この条件では粘性の効果は考慮されていなかった。そのため、現実の原始惑星系円盤での重力不安定を考える場合には、粘性を考慮した不安定の条件が必要がある。本研究では Navier-Stokes 方程式から粘性を考慮した場合の分散関係を求め、この粘性が円盤の不安定化に寄与することを明らかにした。

1 Introduction

近年、太陽系外惑星の観測は急速に発展しており、数多くの系外惑星が発見されている。観測の進展により、これまで考えられていなかった太陽系には存在しないタイプの惑星も見つかっている。その中の一つが、GJ 758 等の中心星から 30AU 以上離れたガス惑星である ([3] 等)。しかし、現在の惑星形成の標準理論とされているコア集積モデルでは半径が大きいほど惑星の形成に時間がかかると考えられている。そのため、原始惑星系円盤が散逸する 100~1000 万年でこのような遠方のガス惑星のコアを形成することは困難である。このことから、遠方のガス惑星の形成では原始惑星系円盤の自己重力不安定で説明するモデルが有力だと考えられている [2]。中心星よりも重く重力的に不安定な円盤は、円盤ガスの自己重力に

よって分裂し、クランプを形成する。このモデルでは、重力不安定で形成されたクランプをガス惑星の起源だと考えている。円盤が重力的に不安定になる条件については、線形解析によって古くから良く知られている [4]。この先行研究では円盤に働く粘性については議論されていないが、原始惑星系円盤には磁気乱流等を起源とする乱流粘性が働いていると考えられている。そのため、原始惑星系円盤の安定性を議論するためには粘性の寄与を考慮する必要がある。ここでは、粘性を考慮した円盤の摂動を考え、分散関係を導出した。

2 分散関係

連続の式、Poisson 方程式、運動方程式から分散関係を求める。

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \Sigma \delta(z) \quad (2)$$

$$\Sigma \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\Sigma \nu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{v_r}{r} \right) \right) + \frac{2\Sigma \nu}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2\Sigma \nu v_r}{r^2} - \Sigma \frac{\partial}{\partial r} (\Phi + h), \quad (3)$$

$$\Sigma \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_r v_\phi}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\Sigma \nu \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \Sigma \nu \frac{v_\phi}{r} \right) + \frac{2\Sigma \nu}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{2\Sigma \nu v_\phi}{r^2}. \quad (4)$$

ここで h は単位質量あたりのエンタルピーである。連続の式と Poisson 方程式は粘性に依存しないため、これらの摂動の一次は粘性のない場合と同じで次のようになる [1]。

$$\delta \Phi = -\frac{2\pi G \delta \Sigma}{|k|}, \quad (5)$$

$$i\omega \delta \Sigma + ik \Sigma_0 \delta v_r = 0. \quad (6)$$

ここでは軸対称の mode ($m = 0$) のみを考える。次に動径方向の運動方程式について考える。動径方向の速度は回転速度に比べて非常に小さいため、運動方程式は重力、圧力と遠心力の釣り合いの形に書くことができる。

$$-\Sigma \frac{v_\phi^2}{r} = -\Sigma \frac{\partial}{\partial r} (\Phi + h) \quad (7)$$

従ってこの式の両辺を摂動の一次まで展開すると、

$$-2\Sigma_0 \Omega \delta v_\phi = -ik \Sigma_0 (\delta \Phi + \delta h). \quad (8)$$

を得る。ここで $\Omega = v_{\phi 0}/r$ である。式 (5)、 $\delta h = c_s^2 \delta \Sigma / \Sigma_0$ より、

$$ik \left(-\frac{2\pi G \Sigma_0}{|k|} + c_s^2 \right) \delta \Sigma - 2\Sigma_0 \Omega \delta v_\phi = 0 \quad (9)$$

となる。

次に方位角方向について考える。式 (4) の摂動の一次について、Tightly Wound の近似 $|rk| \gg 1$ を用いると次のようになる。

$$-ikvr \frac{\partial \Omega}{\partial r} \delta \Sigma + \Sigma_0 \left(2\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) \delta v_r + (-i\omega + ikv_{r0} + vk^2) \Sigma_0 \delta v_\phi = 0 \quad (10)$$

ここで、background の量について $\partial \Sigma_0 / \partial r \sim \Sigma_0 / r \ll k \Sigma_0$ を用いている。

以上で得られた式 (6),(9),(10) をまとめると以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} -i\omega & ik\Sigma_0 & 0 \\ ik \left(\frac{2\pi G \Sigma}{|k|} + c_s^2 \right) & 0 & -2\Omega \Sigma_0 \\ -ikvr \frac{\partial \Omega}{\partial r} & \Sigma_0 \left(2\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) & (-i\omega + ikv_{r0} + vk^2) \Sigma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \Sigma \\ \delta v_r \\ \delta v_\phi \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

これが非自明な解を持つために、左辺の行列の行列式が 0 である必要がある。この条件から分散関係が得られ、以下のようなになる。

$$-(\kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + c_s^2 k^2) i\omega - 2k^2 vr \Omega \frac{\partial \Omega}{\partial r} + k^2 \left(-\frac{2\pi G \Sigma_0}{|k|} + c_s^2 \right) (ikv_{r0} + vk^2) = 0 \quad (12)$$

ここで κ は epicyclic frequency で、 $\kappa^2 = 4\Omega^2 + 2r\Omega \partial \Omega / \partial r$ である。Kepler 回転のとき $\kappa = \Omega$ 、剛体回転のとき $\kappa = 2\Omega$ となり、多くの天体では $\Omega < \kappa < 2\Omega$ の値をとる。 ω を実部と虚部に分け、 $\omega = \omega_R + i\omega_I$ とすると、式 (12) の実部と虚部はそれぞれ次のようになる。

$$(\kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + c_s^2 k^2) \omega_I - 2k^2 vr \Omega \frac{\partial \Omega}{\partial r} + vk^4 \left(-\frac{2\pi G \Sigma_0}{|k|} + c_s^2 \right) = 0, \quad (13)$$

$$-(\kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + c_s^2 k^2) \omega_R + k^3 \left(-\frac{2\pi G \Sigma_0}{|k|} + c_s^2 \right) v_{r0} = 0. \quad (14)$$

今、すべての摂動量は $\exp[i(kx - \omega t)]$ に比例しているため、円盤の安定性は ω_I の符号によって決まる。つまり、 $\omega_I \leq 0$ で安定、 $\omega_I > 0$ で不安定となる。ここで ω_1, ω_2 を次で定義する。

$$\omega_1^2 \equiv \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + c_s^2 k^2, \quad (15)$$

$$\omega_2^2 \equiv 4\Omega^2 - \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + c_s^2 k^2. \quad (16)$$

すなわち、粘性を考慮しないときの円盤の重力不安定は $\omega_1^2 < 0$ に対応する。この ω_1, ω_2 を用いて式 (13) は次のように書ける。

$$\omega_I = -vk^2 \omega_2^2 / \omega_1^2 \quad (17)$$

従って、粘性を考慮すると円盤は重力的に安定 ($\omega_1^2 > 0$) のときでも $\omega_2^2 < 0$ であれば $\omega_I > 0$ となり、摂動に対して不安定になり得る。

3 考察

円盤が中心星に比べて十分軽い場合を考える。このとき円盤はケプラー回転するため、 $\kappa = \Omega$ となる。このとき、 $\omega_2^2 = 3\Omega^2 - 2\pi G\Sigma|k| + c_s^2 k^2 = 2\Omega^2 + \omega_1^2$ となる。従ってこのときの円盤の不安定条件

$$\omega_I = -\nu k^2 \frac{2\Omega^2 + \omega_1^2}{\omega_1^2} > 0 \quad (18)$$

を満たすのは $\omega_1^2 < 0$ の場合である。これは粘性を考慮しない場合の不安定条件と一致している。一方で、円盤の自己重力によって回転則が $\kappa \rightarrow 2\Omega$ となると、 ω_2^2 の k について0次の項 $4\Omega^2 - \kappa^2$ が減少し、円盤が不安定化することが分かる。

4 まとめと今後の課題

本研究では、現在の標準モデルで説明困難な、中心星から離れたのガス惑星の形成メカニズムとして、原始惑星系の重力不安定に注目した。本研究では円盤に働く粘性を取り入れて円盤の重力不安定条件を再検討し、粘性の寄与によって円盤が不安定となる領域が広がることを示した。

今後の課題として、まず、円盤形成及び進化の数値計算を行い、この不安定性を示す円盤がどのような初期条件の分子雲コアから形成されるのかを調べることは興味のある問題である。また、この分散関係を導出する過程でいくつかの近似を課しているが、これらの近似を外し、より一般的な線形解析から分散関係を評価することが必要である。

参考文献

- [1] J. Binney and S. Tremaine. *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, 2008.
- [2] S. E. Dodson-Robinson, D. Veras, E. B. Ford, and C. A. Beichman. The Formation Mechanism of Gas Giants on Wide Orbits. *ApJ*, 707:79–88, December 2009.
- [3] C. Thalmann, J. Carson, M. Janson, M. Goto, M. McElwain, S. Egner, M. Feldt, J. Hashimoto, Y. Hayano, T. Henning, K. W. Hodapp, R. Kandori, H. Klahr, T. Kudo, N. Kusakabe, C. Mordasini, J.-I. Morino, H. Suto, R. Suzuki, and M. Tamura. Discovery of the Coldest Imaged Companion of a Sun-like Star. *ApJ*, 707:L123–L127, December 2009.
- [4] A. Toomre. On the gravitational stability of a disk of stars. *ApJ*, 139:1217–1238, May 1964.