

stochastic 効果を取り入れたハイブリッドインフレーションモデルによる巨大原始ブラックホールの生成

東京大学修士1年 多田祐一郎

平成 24 年 8 月 31 日

0 Reference and Notation

参考文献は以下のようである。

- Stochastic Effect
 - J. Martin, V. Vennin, arXiv:1110.2070v3
 - J. Martin, M. Musso, arXiv:hep-th/0511214v2
- PBH and SMBH
 - B. J. Carr, the Astrophysical J 201:1-19, 1975 October. 1
 - M. Kawasaki, A. Kusenko, T. Yanagida, Physics Letters B 711 (2012) 1-5
 - D. J. Mortlock,... Nature vol474 30 June 2011

また、以下の記法を使用する。

$$\begin{aligned} \hbar = c = 1 \\ M_{\text{pl}} := \sqrt{\frac{1}{8\pi G}} \approx 2.43 \times 10^{18} \text{GeV} \end{aligned} \quad (1)$$

1 SMBH と PBH

宇宙にはセイファート銀河やクェーサー等の非常に明るい天体が観測されている。これらの天体は総称して活動銀河と呼ばれ、さらにその活動の源である中心核は活動銀河核 (Active Galactic Nuclei; AGN) と呼ばれる。さてこれら AGN は一体何なのかというと、現在では巨大なブラックホール (BH) が存在し、その BH に物質が降着する時の放射光で非常に明るく光っているのだと考えられている。そのような場合、その BH の質量を放射光の強度から見積もってみると、なんと $10^{6-10} M_{\odot}$ にも及ぶ。通常考えられる、恒星が重力崩壊して出来た BH の質量は、せいぜい $10 M_{\odot}$ のオーダーであるから、これは非常に莫大な質量を持った BH である。そこで、これを巨大ブラックホール (Super Massive Black Hole; SMBH) と呼ぶ。

ここで問題となってくるのが、SMBH の起源が一体何であるか、ということである。単純に考えられるのは通常サイズの BH が周囲の物質を吸収して成長して、というモデルであるが、これは以下のような理由

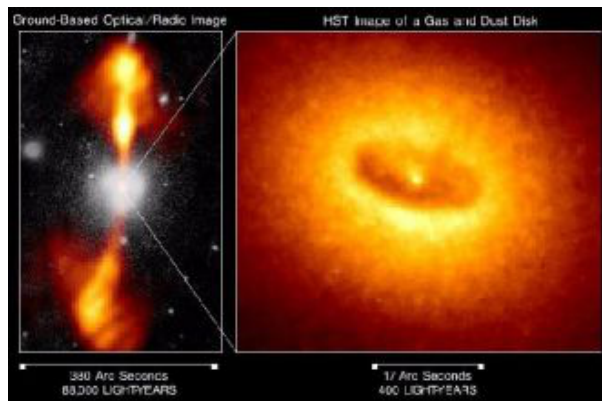


図 1: AGN の 1 つ、NGC4261 の写真。愛媛大学宇宙進化研究センター宇宙プラズマ環境研究部門 HP より引用。

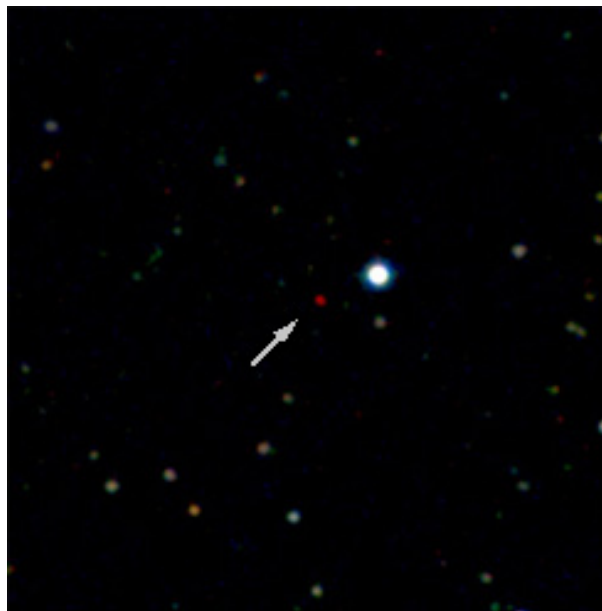


図 2: $z = 7.085$ に発見された AGN(ULASJ1120+0641)

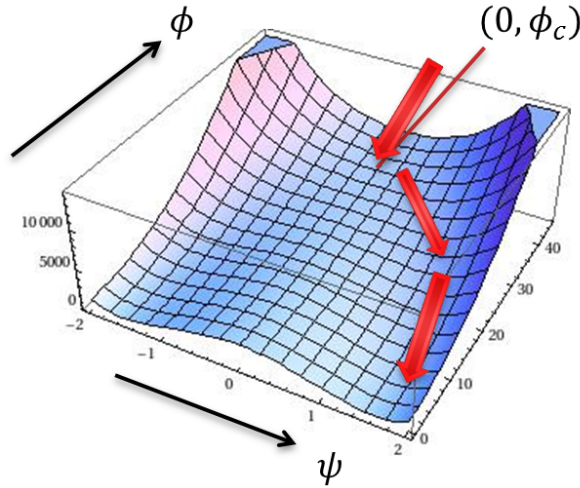


図 3: ハイブリッドインフレーションのポテンシャル形。

により棄却される。現在観測されている AGN(すなわち SMBH) のうち最遠方にあるのが、 $z = 7.085$ に発見された AGN(ULASJ1120+0641) であり、質量は約 $2 \times 10^9 M_\odot$ である。赤方偏移 7 というと現在から約 128.8 億年前であり、これほど初期の宇宙に $2 \times 10^9 M_\odot$ まで成長するのはエディントン限界速度で成長しても不可能である。このため通常サイズ BH が成長して SMBH になったわけではない。

そこで SMBH 起源の候補の 1 つとして挙げられるのが原始ブラックホール (Primordial Black Hole; PBH) である。PBH とは、初期宇宙、放射優勢期に星にならずに直接潰れてできた BH のことをさし、インフレーションゆらぎが十分大きかったとすると、そのゆらぎのスケールに対応した質量を持つ PBH ができることが理論的に予測されている。この PBH が質量 $10^5 M_\odot$ でそれなりの数生成されたとすると、それが成長して観測に合う SMBH ができることもわかっている。そこで問題となるのがそのような質量を持つ PBH を大量に生成することは可能なのか、ということである。一般的なインフレーションモデルであると大スケールでほとんどゆらぎは大きくなり、 $10^{-18} M_\odot$ 程度の PBH しかできない。また $10^5 M_\odot$ の PBH を大量に作る特殊なインフレーションモデルを組むこともできるが、それは物理的にあまり自然ではない。このような状況のなか、我々はハイブリッドインフレーションを上手く用いて、特定のスケールのゆらぎのみを大きくし、 $10^5 M_\odot$ PBH を大量に作りつつも、CMB スケールのゆらぎは観測と整合する大きさのままにすることができる可能性を発見した。

2 Hybrid Inflation

ハイブリッドインフレーションの説明に入ろう。ハイブリッドとは 2 つ実スカラー場 ϕ, ψ を入れていることを意味する。ポテンシャルの形は以下のである。

$$V(\phi, \psi) = \Lambda^4 \left[\left(1 - \frac{\psi^2}{M^2} \right)^2 + \frac{\phi^2}{\mu^2} + \frac{2\phi^2\psi^2}{\phi_c^2 M^2} \right]. \quad (2)$$

Λ, M, μ, ϕ_c はパラメータであり、特に Λ は全体のエネルギースケールを決めていることに注意しよう。このポテンシャルを図 (3) に示した。ハイブリッドインフレーションにおいて特徴的なのは、 ϕ が大きい値から小さくなるにつれて ψ 場がタキオニック、すなわちポテンシャルが上に凸に変わる臨界点 $(0, \phi_c)$ が存在

することである。そのため場は図 (3) の矢印のように運動する。重要なのは臨界点付近はポテンシャルの傾きが非常に小さくなり、ここでインフレーションゆらぎは非常に大きくなるということである。臨界点は場の運動の途中にあるし、パラメータによってその前後のインフレーション持続時間は自由に変更できる。よってハイブリッドインフレーションによって特定のスケールのみ非常に大きなゆらぎを入れることができるかもしれないのである。

ところがここで1つ問題が存在する。一般的にはインフレーションダイナミクスを考えると、場を背景場と摂動部分に分け、摂動部分のみ量子化し、背景場は古典的にダイナミクスを解く。しかし今回のようにインフレーションの途中にポテンシャルが非常に緩やかで、量子ゆらぎの効果が大きくなる領域が入ってくる場合は、摂動展開の正当性が疑われるのだ。本来重力場中の量子場をきちんと扱うには量子重力理論が必要であるが、単なる摂動展開よりはより量子効果を取り入れた方法として Stochastic Method というものがある。そこで我々はこの stochastic 効果を導入して、より正しいゆらぎの計算を行うことを目標とする。

3 Stochastic Effect

stochastic 効果とは、簡単に言えばホライズンスケールより十分大きなスケールの波数成分 (super-horizon モード: $k \ll aH$) は古典化されるということを用い、super-horizon モードを背景場として扱うことで、摂動展開より古典的に扱う場の物理的正当性を高めることである。

簡単のためにまずは1実スカラー場の場合について考えてみよう。まず以下で IR モードと UV モードを定義し、場を2つのモードに分割する。

$$\phi_{\text{IR}}(t, \mathbf{x}) := \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ikx} \phi_{\mathbf{k}}(t) \theta(\epsilon aH - k), \quad (3)$$

$$\phi_{\text{UV}}(t, \mathbf{x}) := \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ikx} \phi_{\mathbf{k}}(t) (1 - \theta(\epsilon aH - k)), \quad (4)$$

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \phi_{\text{IR}} + \phi_{\text{UV}}. \quad (5)$$

θ は階段関数:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

であり、 ϵ は微小量: $\epsilon \ll 1$ である。つまり IR モードは super-horizon モードを足し上げており、UV モードはその残りである。今後はこの IR モードを背景場として扱う。

さて、IR モードに対し運動方程式をハミルトン形式で表せば、

$$\dot{\phi}_{\text{IR}} = \pi_{\text{IR}} + \epsilon aH^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ikx} \phi_{\mathbf{k}}(t) \delta(\epsilon aH - k), \quad (7)$$

$$\pi_{\dot{\text{IR}}} = -3H\pi_{\text{IR}} - V'(\phi_{\text{IR}}) + \epsilon aH^2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ikx} \pi_{\mathbf{k}} \delta(\epsilon aH - k), \quad (8)$$

となる。特に1行目に対し右辺第2項を ξ_ϕ と置けば、波数非零モードの期待値は0であることから $\langle \xi_\phi \rangle = 0$ が、super-horizon モードのゆらぎの凍結効果から $\langle \xi_\phi(t) \xi_\phi(t') \rangle = \frac{H^3}{(2\pi)^2} \delta(t-t')$ が従う。これは非平衡の分野という白色雑音である。すなわち stochastic 効果により背景場は完全にランダムな揺動を受け、“ランダムウォーク” することになる。

ハイブリッドインフレーションの場合も同様に IR モードの運動方程式を導き、その揺動の入った方程式

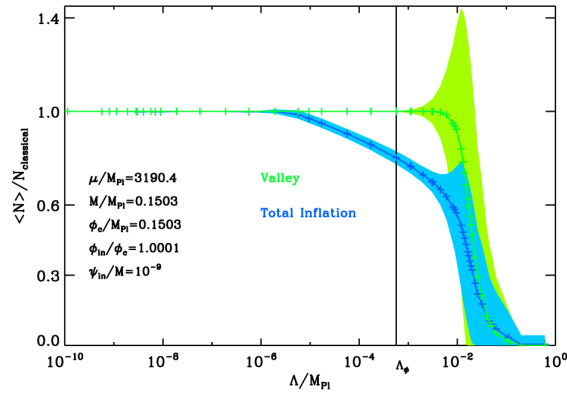


図 4: インフレーション持続時間 N を数値計算した結果。縦軸は N の計算結果を揺動を入れなかった場合の結果 $N_{\text{classical}}$ で規格化している。緑は臨界点までの N であり、青は全体の N である。

(ランジュバン方程式) を数値計算によって解く。インフレーションの持続時間 N について数値計算した結果を図 (4) に示した。これを見ると高エネルギーになるほど stochastic 効果が強く効き、 N は stochastic 効果を入れなかった時より小さくなるのがわかる。すなわち臨界点からインフレーションの終わりまでの時間が短くなり、臨界点に対応するゆらぎのスケールはより小さくなるのである。

そこで stochastic 効果を考慮して、 $10^5 M_{\odot}$ スケールできちんとゆらぎが大きくなるようなパラメータを決めなければならない。CMB スケールは $N \approx 60$ であり、 $10^5 M_{\odot}$ スケールは $N \approx 30$ であるので、CMB スケールのゆらぎは大きくせず、 $10^5 M_{\odot}$ スケールのゆらぎを大きくするためには N がこの範囲内になければならない。そのようなパラメータ領域を図 (5) に示した。これを見ると、stochastic 効果を考慮してもパラメータ領域はそこまで小さくないことがわかる。

4 Conclusion

ハイブリッドインフレーションでは SMBH の起源となり得る PBH を作るのに必要なゆらぎを作ることができるかもしれない可能性が存在する。一方でそれを正しく解析するには stochastic 効果をきちんと考慮しなければならない。今回 stochastic 効果を考慮した上でもゆらぎのスケールを合わせることににおいてはパラメータ領域は小さくないことがわかった。今後は実際にゆらぎのスペクトルを計算し、PBH のマススペクトルを計算していく。

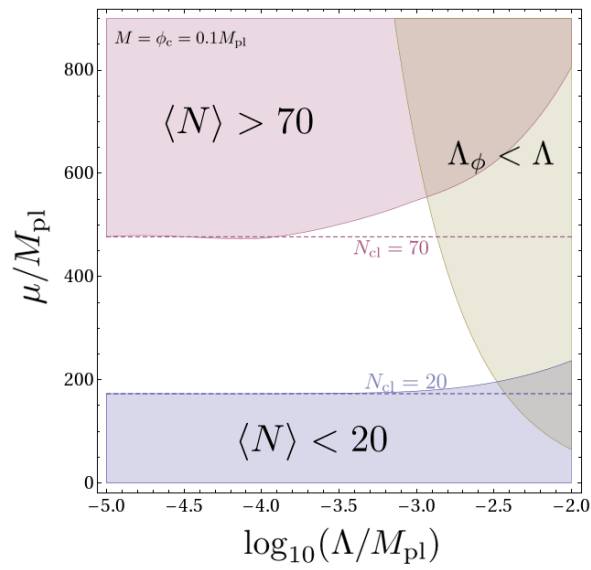


図 5: stochastic 効果を考慮して、様々なパラメータに対し N を計算した結果。 Λ_ϕ は臨界点以前にも揺動が強く効き、解析が難しくなるエネルギースケールである。白い領域が CMB スケールのゆらぎは大きくならず、 $10^5 M_\odot$ スケールのゆらぎは大きくなり、かつ N 自身の分散が小さく解析しやすい領域である。