

# WMAP 7-yr の観測からのインフレーションの制限

東京理科大学大学院 理学研究科物理学専攻  
辻川研究室 M1 小林 由規

## 1 introduction

標準ビッグバン宇宙論が抱える, 地平線問題や平坦性問題を解決するために, 宇宙初期にインフレーション (Guth , Sato , Starbinsky , Kazanas , 1980's) と呼ばれる指数関数的な加速膨張期があったと考えられている.

インフレーション中には, 後に宇宙大規模構造の種となる密度ゆらぎが生成され, 理論的に予言されるスカラー型のゆらぎのスペクトラムは, WMAP をはじめとする宇宙背景放射 (CMB) の温度ゆらぎの観測とよい一致を見せている.

そのため現在も盛んに研究活動が行われている.

## 2 Standard slow-roll inflation and slow-roll parameter

インフレーションを起こす有力な起源として, スカラー場  $\phi$  を考えていく. 一般的な形で表されるラグランジアンを用いて正準スカラー場のスタンダードスローロールインフレーションとして以下のようなこの作用から始める.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{m_{pl}^2}{16\pi} R - \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - V(\phi) \right] \quad (1)$$

インフレーションが起こるための条件として, スカラー場  $\phi$  についての運動項とポテンシャル項の関係は, スケール因子  $\ddot{a} \gg 0$  から

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (2)$$

である. これは場がポテンシャル上をゆっくりと転がっていく, つまりスローロールしていくことを意味している. さらにフリードマン方程式がポテンシャル項にのみ依存し, ハッブルパラメータ  $H$  が一定になり, 宇宙がド・ジッター宇宙になる機構へと発展していくことが分かる.

それをふまえた上で, スカラー場についての EOM( $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0$ )を考え, スローロールインフレーションになるための条件は古典力学的観点からこのように考えられる.

$$|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}| \quad (3)$$

以上の条件から2つのスローロールパラメータを $\epsilon, \eta$ としてそれぞれ定義していく.

$$\epsilon \equiv \frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left( \frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2, \eta \equiv \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \frac{V_{,\phi\phi}}{V} \quad (4)$$

このスローロールパラメータはインフレーション中では1より十分に小さく, インフレーションが終わるとき, $\epsilon \approx 1, \eta \approx 1$ である.

### 3 Inflationary parameters

ゆらぎについて議論をするため摂動アインシュタイン方程式を考えていく.

$$\delta G_{\nu}^{\mu} = 8\pi G \delta T_{\nu}^{\mu} \quad (5)$$

この式にはスカラー, ベクトル, テンソルのゆらぎが含まれているが, 特に重要なのはスカラーとテンソルのゆらぎであり, スカラーゆらぎは観測されていて密度ゆらぎや大規模構造などに関わっている. テンソルゆらぎは原始背景重力波に関わっていると言われているが現在は観測されていない.

スカラーゆらぎについてパワースペクトルのスケール依存性は波数空間において $k$ を用いて

$$\mathcal{P}_S \propto k^{n_s-1} \quad (6)$$

と表され, スカラスペクトラム指数は以下の式のようにスローロールパラメータを含む形になる.

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta \quad (7)$$

別の観測量として, 重力波に対応するゆらぎのテンソルモードが摂動アインシュタイン方程式に含まれており,

$$\mathcal{P}_T \propto k^{n_t} \quad (8)$$

と書ける.

これらを用いて、スカラーゆらぎとテンソルゆらぎのパワースペクトルの比をとったパラメータ  $r$  は

$$r \equiv \frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{P}_S} = 16\epsilon \quad (9)$$

であり、理論的には 1 より十分小さい値になる。

また、WMAP 7-yr からの観測の制限は

$$n_s = 0.963 \pm 0.012(68\%CL) \quad (10)$$

$$r < 0.20(95\%CL) \quad (11)$$

である。

## 4 Inflation models

インフレーションには様々なモデルが今もなお考えられている。その中で大まかに分類すると large-field inflation と small-field inflation であり、この二つの主な特徴と違いはインフレーション中の場の変化の大きさをプランクスケールと比較すると分かりやすい。Large-field inflation ではインフレーション中の場の変化の大きさの方がプランクスケールよりも大きく、Small-field inflation はその逆にあたる。

Large-field inflation は場の変化についてだけでなくスカラーテンソル比が 0.1 のオーダーになることも特徴としてある

一例として、ポテンシャルは

$$V(\phi) = \frac{1}{n} \lambda \phi^n \quad (12)$$

と書けるモデルを chaotic inflation と呼び、 $\phi$  に関してのべき関数のような形がある。

図 1 を見ると、ポテンシャルが高いところからインフレーションが起き始め、スカラー場  $\phi$  がポテンシャル上をゆっくりと転がっていき、最終的にポテンシャルが 0 に近い点で再加熱が始まる。

次に small-field inflation だが、こちらはスカラーテンソル比が 0.1 のオーダーよりも小さいことが特徴にある。

一例として、ポテンシャルは

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\phi}{f} \right) \right] \quad (13)$$

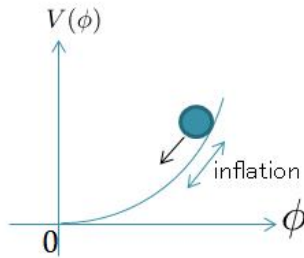


図 1: Chaotic inflation

と書けるモデルを natural inflation と呼び、 $\cos(\phi/f)$  という三角関数のような形がある。

この時、 $\Lambda$  と  $f$  は質量スケールで、ポテンシャルの高さと幅を表している。一般的に観測と整合性があるインフレーションのモデルは  $f$  が  $m_{pl}$ 、つまり  $10^{19} GeV$  のオーダーが好ましいとされている。図 2 を見ると、ポテンシャルが平坦に近い場所でゆっくりと場が転がっていくとインフレーションが起き始め、場が谷の方へ近づいていくとインフレーションが終わりを迎える。そしてポテンシャルが 0 に近い点で再加熱の機構に移行される。また、ポテンシャルにある  $f$  が  $m_{pl}$  より大きくなれば大きくなるほどこの谷に近い方でインフレーションが起き始め chaotic inflation のような振る舞いを見せ得ると考える。

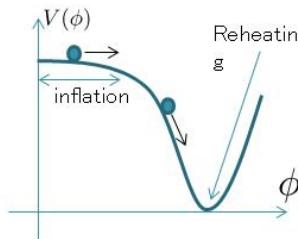


図 2: Natural inflation

また、Lyth bound と呼ばれる境界条件がある。

$$\frac{\Delta\phi}{m_{pl}} \approx \left( \frac{r}{0.01} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

この bound によって small-field inflation か large-field inflation かを判断する上での目安となる. 他にもいろいろなモデルが存在しているが, 今回はこの二つのモデルに着目をして観測的な制限をつけていった.

## 5 Let's draw the graph in WMAP 7-yr

実際に WMAP7 のデータ上にポイントを打ち込んでいき, グラフ化していく.

スペクトルインデックス

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta \quad (15)$$

とスカラーテンソル比

$$r = 16\epsilon \quad (16)$$

は  $\epsilon$  と  $\eta$  で表すことのできる関数である. また, その二つのパラメータは定義から

$$\epsilon \equiv \frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left( \frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2, \eta \equiv \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \frac{V_{,\phi\phi}}{V} \quad (17)$$

とポテンシャルさえ決めてあれば求めることができる. その結果,  $\epsilon$  と  $\eta$  は e-foldings number  $N$  かつ, chaotic inflation の場合は  $n$  の, natural inflation の場合は  $f$  のそれぞれ 2 つの関数で表すことができる. そして chaotic inflatoon には  $n = \frac{1}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, 2, 3, 4$  に, natural inflation には  $f = \frac{1}{2}m_{pl}, \frac{2}{3}m_{pl}, \frac{4}{5}m_{pl}, m_{pl}, 2m_{pl}, 3m_{pl}, 10m_{pl}$  を代入し, かつ  $N$  を 50, 60, 70 と場合を分けてグラフ化を行っていった.

このとき e-foldings number は

$$N \equiv \frac{8\pi}{m_{pl}^2} \int_{\phi_f}^{\phi} \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi \quad (18)$$

と表せる. また,  $\phi_f$  はインフレーションが終わった時のスカラー場を意味する.

## 6 Observational bounds by WMAP 7-yr

前節の通り計算を行った結果が以下のグラフである.

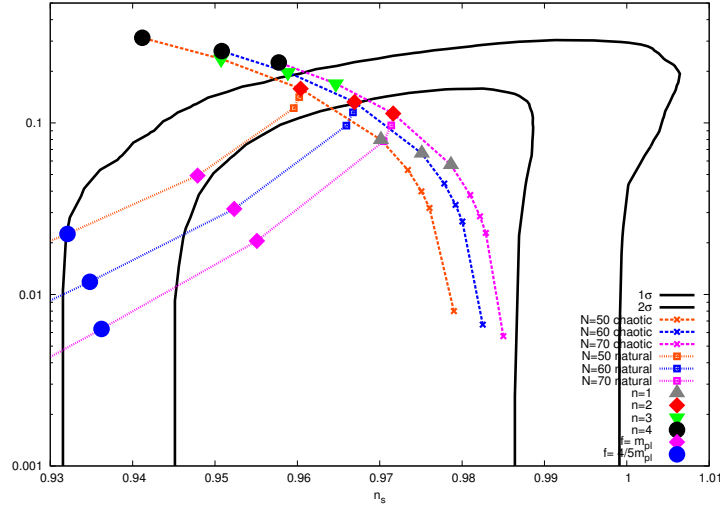


図 3: Observational bounds by WMAP 7-yr

Chaotic inflation model に着目をするると, どの  $N$  においても明らかに  $n = 4$  が WMAP7 の観測データの範囲から外れている. そして,  $n = 3$  も  $N = 70$  についてのみ観測の範囲内であり, これにおいてインフレーションが十分に長くないといけないという制限が必要になる.

Natural inflation model について着目すると,  $f = \frac{4}{5}m_{pl}$  よりも小さい値は観測データの範囲から外れてしまう. また,  $f = 2m_{pl}$  以降になると Chaotic inflation のモデルに近づいていき, large-field inflation のような振る舞いをするのがこのグラフから分かる.

しかし,  $f = 10m_{pl}$  と  $f$  の値を大きくしていくと, ほとんどプロットのポイントが変わらず終端していく上に, 素粒子物理学の観点からエネルギースケールが現実的ではない.

## 7 謝辞

今回の発表を行うにあたり, 熱心な指導と助言をしてくださった, 東京理科大学・辻川信二先生, 大橋純子さん, 加瀬竜太郎さん, 松井倫子さんに心より感謝いたします。また, 発表の機会と場を与えてくださった, 夏の学校運営委員の皆様にも心より感謝いたします。今回の貴重な機会です。学んだことを活かし, 今後も更なる精進をしていきたいと思っております。

## 参考文献

- [1] Alabidi, Laila et al. Phys.Rev. D78 103519 (2008)
- [2] Bassett, Bruce A. et al. Rev.Mod.Phys. 78 537-589 (2006)
- [3] Savage, Christopher et al. Phys.Rev. D74 (2006) 123511 hep-ph/0609144 MCTP-06-23, FTPI-MINN-06-32
- [4] Collaboration (Komatsu, E. et al.) Astrophys.J.Suppl. 192 (2011) 18 arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]