

# Scalar Field Dark Matter

名古屋大学 宇宙論研究室  
M1 浅羽信介

## 1 Introduce

宇宙の構成要素として、通常の物質、コールドダークマター (CDM)、ダークエネルギーを考えるモデルがある。これは  $\Lambda$ CDM モデルと言われ、宇宙マイクロ波背景放射や大規模構造を説明できるため、現在の標準的なモデルとなっている。また、観測からこのモデルでは、現在の宇宙の組成が、バリオンが4%、ダークマターが23%、ダークエネルギーが73%であると計算されている。

また、CDM とは重力以外の相互作用をしない、速度分散が小さく、非相対論的な物質のことを言う。

## 2 Motivation

ダークマターとして CDM を考えたときの問題点がある。

### 1. サブハロー問題

CDM を用いた N 体シミュレーションを行った結果では、銀河よりも小さいスケールの構造が観測よりも多くできてしまう。

### 2. コア-カusp問題

CDM を用いた N 体シミュレーションから得られるハローの密度プロファイルは、中心密度が発散するカusp構造を示す。一方で、銀河の回転曲線の観測から得られる密度プロファイルは中心密度が一定であるコア構造を示す。よって、CDM モデルでは、観測結果を説明できない。

この問題を解決するために、新しいダークマターモデルを導入する。今回は [1] のレビューを行う。

## 3 Scalar Field Dark Matter

今回は、スカラー場  $\Phi$  で記述されるダークマター (SFDM) を考える。SFDM の密度は

$$\rho_{\Phi} = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V(\Phi), \quad (1)$$

と書け、圧力は

$$p_{\Phi} = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi), \quad (2)$$

と書ける。また、今回考えるポテンシャルは

$$V(\Phi) = \frac{m^2}{2}\Phi^2 + \frac{\lambda}{4}\Phi^4, \quad (3)$$

である。SFDM の性質を決めるパラメータは、 $m$  と  $\lambda$  である。

## 4 Unperturbed Universe

まず、摂動のない宇宙について考える。宇宙の構成要素として、SFDM( $\Phi$ )、光子( $\gamma$ )、ニュートリノ( $\nu$ )、バリオン( $b$ )、ダークエネルギー( $\Lambda$ )を考える。今回、計算する方程式は、まず、フリードマン方程式

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{\Phi_0} + \rho_\gamma + \rho_\nu + \rho_b + \rho_\Lambda), \quad (4)$$

光子、ニュートリノ、バリオン、ダークエネルギーは、エネルギー・運動量保存則

$$\dot{\rho}_\alpha + 3H(\rho_\alpha + p_\alpha) = 0, \quad (5)$$

に従い、スカラー場は、クライン・ゴールドン方程式

$$\ddot{\Phi}_0 + 3H\dot{\Phi}_0 + V_{,\Phi_0} = 0, \quad (6)$$

に従う。ここではポテンシャルは  $V(\Phi_0) = m^2\Phi_0^2/2$  とし、密度パラメータ  $\Omega_{\Phi_0} = \rho_{\Phi_0}/\rho_c$  の振る舞いについて考える。ここで、

$$x^2 \equiv \dot{\Phi}_0/2\rho_c, \quad (7)$$

$$u^2 \equiv m^2\Phi_0^2/2\rho_c, \quad (8)$$

と定義する。

$m \gg H \sim 10^{-33}$  のとき、解として

$$x = \sqrt{\Omega_{\Phi_0}(t)} \sin(S - mt/\hbar), \quad (9)$$

$$u = \sqrt{\Omega_{\Phi_0}(t)} \cos(S - mt/\hbar), \quad (10)$$

が得られる。この振動の周期は  $\sim m^{-1}$  のであり、密度パラメータ  $\Omega_{\Phi_0}(t)$  の時間変化を考える時間スケールより十分大きい。よって、密度パラメータの時間変化のスケールでの時間平均は

$$\langle x^2 \rangle = \langle u^2 \rangle = \frac{\Omega_{\Phi_0}}{2}, \quad (11)$$

と得られる。このとき、圧力の時間平均は

$$\left\langle \frac{p_{\Phi_0}}{\rho_c} \right\rangle = \langle x^2 \rangle - \langle u^2 \rangle = 0, \quad (12)$$

となる。つまり、密度パラメータの時間変化において、圧力は0であると考えられる。すなわち、SFDMモデルにおいて、密度パラメータの時間変化はCDMモデルの密度パラメータと同じ様に振る舞う。

## 5 SFDM Perturbations

次に、SFDMの密度揺らぎの振る舞いを考える。スカラー場の1次の摂動  $\delta\Phi$  が従うクライン・ゴールドン方程式は

$$\ddot{\delta\Phi} + 3H\dot{\delta\Phi} - \frac{1}{a^2}\hat{\nabla}^2\delta\Phi + V_{,\Phi\Phi}\delta\Phi + 2V_{,\Phi}\phi = 0, \quad (13)$$

と書ける。ここで、 $\phi$  は計量の摂動であり、ポアソン方程式  $\nabla^2\phi = 4\pi G\hat{\rho}$  に従う。ここでは、物理的な意味を見るために流体力学的手法を用いる。まず、スカラー場の摂動を、以下のように振幅部分と振動部分に分ける。

$$\delta\Phi(t, x) = \Psi(t, x)e^{-imt/\hbar} + \Psi^*(t, x)e^{imt/\hbar}, \quad (14)$$

次に、SFDM の数密度を  $\hat{\rho}$ 、位相を  $S$  とし、以下のように振幅部分を凝縮体の波動関数と結びつける。

$$\Psi(t, x) = \sqrt{\hat{\rho}(t, x)} e^{iS(t, x)}, \quad (15)$$

ここで、SFDM の速度を

$$v(t, x) \equiv \frac{\hbar}{ma} \nabla S(t, x), \quad (16)$$

と定義する。式 (13) に式 (14)、(15)、(16) を用いると、流体力学の基礎方程式である連続の式

$$\dot{\hat{\rho}} + 3H\hat{\rho} + \nabla \cdot (\hat{\rho}v) = 0, \quad (17)$$

と、オイラー方程式

$$\dot{v} + Hv + (v \cdot \nabla)v = -\nabla Q - \frac{1}{2\hat{\rho}} \nabla p - \nabla \phi, \quad (18)$$

が得られる。式 (18) において、CDM モデルとの違いは、右辺の第 1 項と第 2 項の圧力に相当する項があることである。第 1 項は、量子的な効果である量子圧力の項である。第 2 項において、SFDM の状態方程式は

$$p = \frac{9\hbar^2 \lambda}{2m^2} \hat{\rho}^2, \quad (19)$$

と書ける。これは、SFDM がポリトロピック指数  $n$  が 1 である、ポリトロップ流体であることを意味している。式 (17) と式 (18) から、密度揺らぎ  $\delta \equiv \delta\hat{\rho}/\hat{\rho}_0$  の発展方程式

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} + \left[ (v_q^2 + \omega\hat{\rho}_0) \frac{k^2}{a^2} - 4\pi G\rho_0 \right] \delta = 0, \quad (20)$$

が得られる。 $\lambda \sim 0$  とすると、ジーンズ長は

$$\lambda_{kJ} = \sqrt{\frac{\pi v_q^2}{G\rho_0 a^2}} \approx m^{-1}, \quad (21)$$

と書ける。ここで、 $v_q^2 = \hbar^2 k^2 / 4a^2 m^2$  である。ジーンズ長より小さなスケールの密度揺らぎは成長できない。一方で、ジーンズ長より大きなスケールの揺らぎは CDM モデルと同様に成長する。ジーンズ長は SFDM の質量パラメータで決まるため、銀河より小さい構造が観測と合うようにパラメータを決める。観測から SFDM の質量を  $m \sim 10^{-22} \text{eV}$  とすればサブハロー問題は解決できる。

## 6 Density Profile

SFDM はハローを形成するときに、ボーズ-アインシュタイン凝縮すると考えられている。このとき、密度は中心部ではオイラー方程式の定常解で与えられる。この定常解は、式 (18) より

$$\nabla p = -2\rho \nabla \phi, \quad (22)$$

に従う。 $n = 1$  のポリトロップ流体のとき、式 (22) は解けて、密度プロファイルは

$$\rho_B(r) = \rho_0^B \frac{\sin(r/R)}{r/R}, \quad (23)$$

と得られる。ここで、 $\rho_0^B$  は中心密度、 $R$  はスケール半径である。

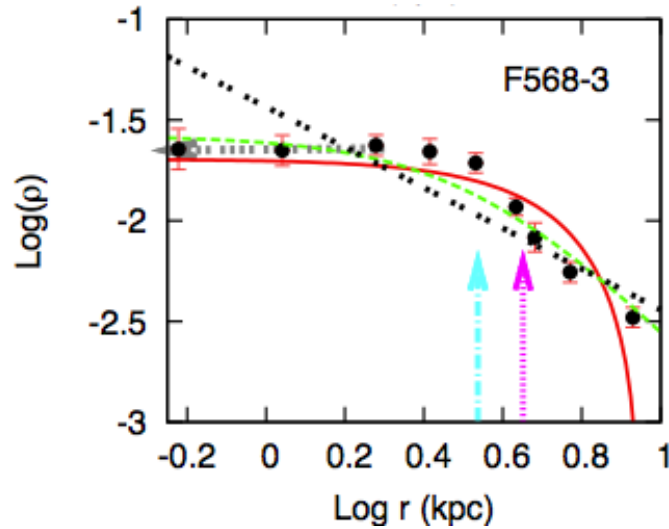


図 1: Low Surface Brightness Galaxy の回転曲線の観測から得られる密度プロファイル (黒点) に対して、式 (23)(赤線) と式 (24)(黒線) を用いてフィッティングを行った結果である。

CDM の N 体シミュレーションから得られる密度プロファイルである、Navarro-Frenk-White プロファイル

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_i}{(r/R_s)(1+r/R_s)^2} \quad (24)$$

と比較する。

Low Surface Brightness Galaxy の回転曲線から得られた密度プロファイルに対して、式 (23) と式 (24) を用いてフィッティングした結果を図 1 に示す。

Low Surface Brightness Galaxy は、質量のほとんどがダークマターであると考えられている銀河である。観測点は中心付近では一定になっているコア構造を示しているのに対し、CDM から得られる密度プロファイル式 (24) は、中心に行くにつれて密度が大きくなっているカスプ構造を示して、観測結果を説明できないことがわかる。一方で、SFDM を考えたときに得られる密度プロファイル式 (23) は、観測結果と同じようにコア構造になっている。つまり、SFDM を考えることでコア-カスプ問題が解決される。

## 7 Conclusion

今回はスカラー場で記述されるダークマターモデルを導入した。密度パラメータや大スケールの密度揺らぎの成長は、CDM モデルと同じ振る舞いをするため、CDM モデルの成功した点をそのまま使うことができる。一方で、密度揺らぎの発展方程式にカットオフがあり、小スケールの密度揺らぎは成長ができない。これは、サブハロー問題の解決策となる。また、SFDM は、ハローを形成するときにポーズ・アインシュタイン凝縮をする。このとき、密度プロファイルは中心で一定となるコア構造を示し、CDM モデルでは説明できない観測結果を説明できる。よって、SFDM は CDM の良い代案になっているといえる。

## 参考文献

- [1] Magaña, J., Matos, T., Robles, V., & Suárez, A. 2012, arXiv:1201.6107