

スカラーテンソル理論における ブラックホールの準固有振動と スカラー重力波

早稲田大学 前田研究室

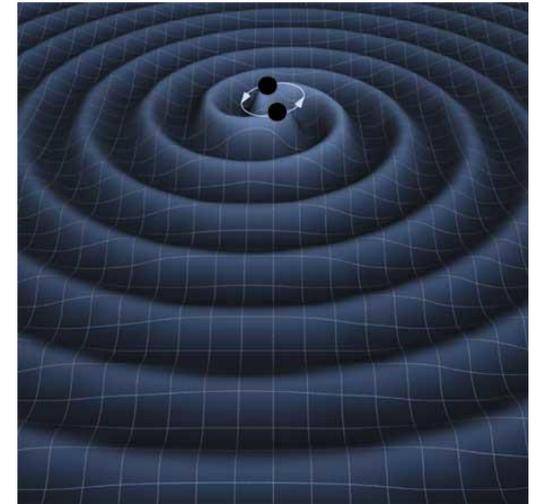
M1 大淵 将貴

なぜ重力波？

- 宇宙誕生のより初期の情報の取得
宇宙重力波背景放射の検出

- 強重力場での物理現象の観察

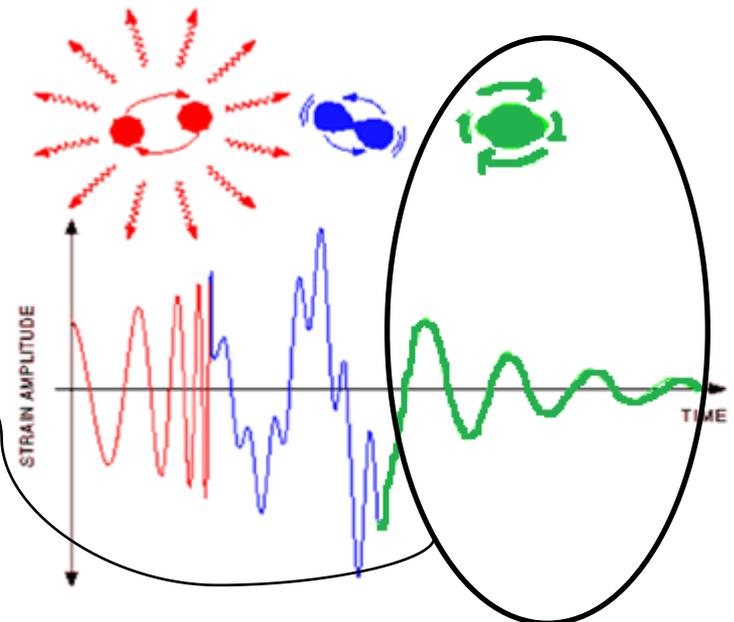
- Einstein重力理論の検証



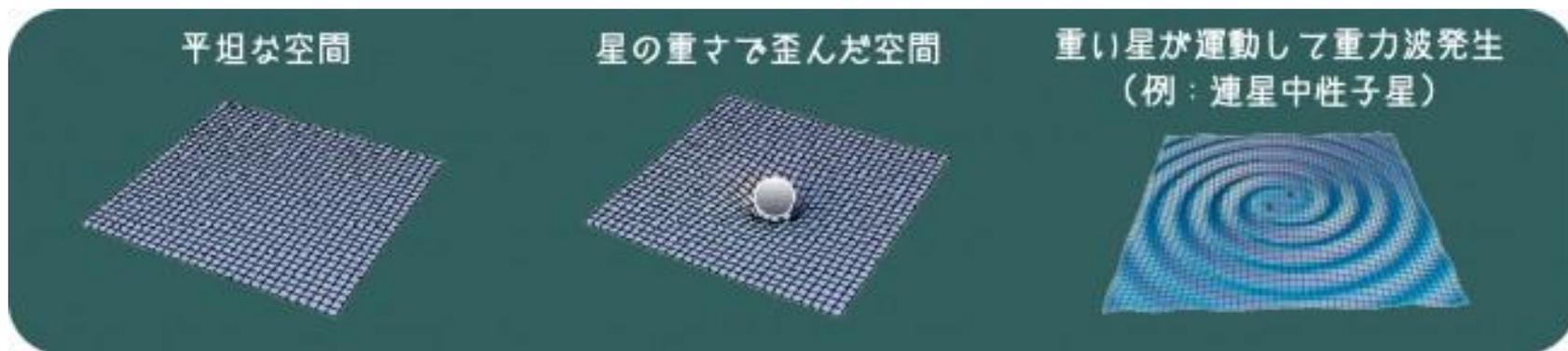
アプローチの一つとして

QNM・・・BHの減衰振動期における重力波の振動モード

他の重力理論の検証が可能？



“重力波”とは



KAGRA計画HP

重力波源

天体起源

- Neutron Star(NS)やBlack Hole(BH)の連星・合体
- 超新星爆発
- Pulsar

宇宙論起源

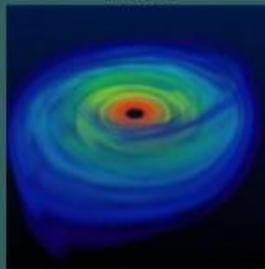
- 宇宙初期
- Inflation

超新星爆発 (写真出典-NASA)

パルサー (写真出典-NASA)

ブラックホール
(想像図)

連星中性子星合体
(想像図)



- スカラーテンソル重力理論

スカラー場 + テンソル場



重力波 = スカラーモード + テンソルモード

スカラー重力波

+・×モード

スカラーテンソル理論の典型

- Brans-Dicke重力理論における球対称ブラックホール(BH)の準固有振動(QNM)の解析

今回はスカラー重力波のQNMを求めた

• BD重力理論(真空中)

作用
場の方程式
摂動方程式
連分数(Leaver)

$$S_{BD} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[\phi R - \frac{\omega_{BD}}{\phi} (\nabla_\mu \phi)(\nabla^\mu \phi) \right]$$

← ϕ で変分

$$\phi = \phi_0 + \phi^{(1)}$$

$$\square_S \phi^{(1)} \equiv \left(-\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \phi^{(1)} = 0$$

← 変数分離

$$\phi^{(1)} = \sum_{l,m} \int dt e^{-\omega t} \frac{X_{l\omega}(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

重力波の波動方程式

(Regge-Wheeler方程式)

作用
場の方程式
摂動方程式
連分数

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^{*2}} + \omega^2 - V(r) \right] X_{l\omega}(r^*) = 0, \quad V(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} \right) \left\{ \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2M}{r^3} \right\}$$

亀座標

$$r^* = r + 2M \ln \left(\frac{r}{2M} - 1 \right)$$

境界条件

$$X_{l\omega}(r^*) = \begin{cases} X_{l\omega}^{in} e^{-i\omega r^*}, & r^* \rightarrow -\infty \\ X_{l\omega}^{out} e^{i\omega r^*}, & r^* \rightarrow \infty \end{cases}$$

級数展開

$$X_{l\omega}(r) = A(r, \omega) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^n$$

$$\alpha_0 a_0 + \beta_0 a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n a_{n+1} + \beta_n a_n + \gamma_n a_{n-1}) = 0$$

作用
場の方程式
摂動方程式
連分数

$$\begin{cases} \alpha_0 a_1 + \beta_0 a_0 = 0 \\ \alpha_n a_{n+1} + \beta_n a_n + \gamma_n a_{n-1} = 0 \end{cases}, \quad n = 1, 2, \dots$$

これを満たす ω を
数値的に求める
→Leaverの手法

$$\alpha_n = \alpha_n(l, M\omega)$$

$$\beta_n = \beta_n(l, M\omega)$$

$$\gamma_n = \gamma_n(l, M\omega)$$

$$\beta_n - \frac{\gamma_n \alpha_{n-1}}{\beta_{n-1} - \frac{\gamma_{n-1} \alpha_{n-2}}{\beta_{n-2} - \dots - \frac{\gamma_1 \alpha_0}{\beta_1}}} = \frac{\alpha_n \gamma_{n+1}}{\beta_{n+1} - \frac{\alpha_{n+1} \gamma_{n+2}}{\beta_{n+2} - \frac{\alpha_{n+2} \gamma_{n+3}}{\beta_{n+3} - \dots}}}$$

結果

n	$l=0$ での $M\omega$
1	0.11045494-0.10489572i
2	0.086116918-0.34805245i
3	0.075741937-0.60107859i

l : 軌道角運動量量子数
 M : Schwarzschild BHの質量
 ω : QNM

- 実部 = 振動数

→ n が小さいほど振動数が大きい

- 虚部は減衰率を示す

→ n が小さいほど減衰速度が遅い

⇒ 観測する際は $n=0$ の
モードを見ればよい

M がわかれば→ ω がわかる ⇔ ω がわかれば M がわかる

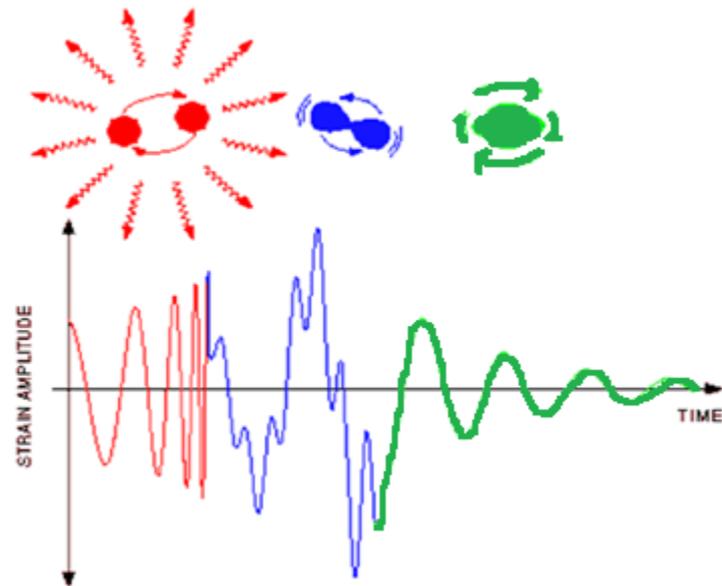
今後の課題

- 重力波による重力理論の検証可能性の評価
→様々な重力理論におけるQNMの探索
- 他のモデルからの重力波
Ex)強重力系のモデル(連星系)

とある宇宙の

重力波砲

グラヴィティショナルウェーブ



以上です！

結果

N.Anderson(1992)

n	$l=0$ での $M\omega$
1	0.1104543-0.1048943i
2	0.0861169-0.3480524i
3	0.075741936-0.601078590i
4	0.070410138-0.853677318i
5	0.067074304-1.105631880i
6	0.064741722-1.357139465i
7	0.062993830-1.608341366i
8	0.061621213-1.859326830i
9	0.060506253-2.110153350i
10	0.059577195-2.360859381i
11	0.058787470-2.611147606i

今回の結果

n	$l=0$ での $M\omega$
1	0.11045494-0.10489572i
2	0.086116918-0.34805245i
3	0.075741937-0.60107859i
4	0.070410154-0.85367743i
5	0.067073338-1.1056321i
6	0.064737589-1.3571391i
7	0.063001388-1.6083502i
8	0.061627456-1.8593516i
9	0.060477143-2.1101158i
10	0.059522088-2.3609157i
11	0.058787470-2.6114716i