口頭発表(重宇04a)
「荷電粒子に働く自己力を用いた、星の内部構造の探索」

磯山　総一郎
京都大学　基礎物理学研究所　博士課程2年

平成24年8月1日〜4日 @第42回 天文・天体物理若手の会　夏の学校

概 要

一般相対性理論は等価原理をもつため、重力源を構成する物質場の情報をその外部から探索することは非常に困難である。一方で荷電粒子は一般に微弱ながら電粒子自身のもつ電荷により、粒子の周囲に電場を生じる。この電場は時空の曲率と相互作用することで重力場の情報を反映するのみならず、荷電粒子に作用することで外力、すなわち自己力をおよぼす。我々はこの点に注目し、ポリトロープ状態方程式で記述され球対称性をもつ相対論的な星の外に荷電粒子を静止させて、自己力に星の内部構造がどのようにはんえいされるかを調べた。自己力を星と粒子間の距離 r の逆ベキで展開すると、主要項である $O(1/r^3)$ は星の内部構造に依存しないものの次の主要項である $O(1/r^5)$ の係数は星の状態方程式、すなわち星の内部構造に強く依存することが明らかになった。この結果荷電粒子に働く自己力を正確に測定すれば、原理的には星の内部構造を知ることができる。

序論

一般相対論はその基礎として等価原理から出発している。このため一般に重力源がどのような物質場に由来するのか、を重力源の外部から探索することは非常に困難である。この事実を球対称時空の場合に端的に表わしたものは Birkhoff の定理とよばれる、次の定理である。

- 球対称な星の外部重力場 (真空場の球対称解) は Shwarzschild 時空（静的）で記述される。

すなわち質量 M を持つ球対称な物体の外部重力場は、すべからく質量 M の Shcwarzschild ブラックホールのつくる重力場と同じである。このため質量 M の物体がつくる重力源の正体 (ブラックホールなのか、星なのか) を重力源の外側から調べるにはなんらかの工夫が必要となる。

ここでは「工夫」の一例として、重力場中におかれた荷電粒子にはたらく自己力に着目する。[1]一般に荷電粒子の周囲には、非常に微弱ながら、荷電粒子の電荷そのものがつくる電磁場である自己場が存在する。荷電粒子まわりの自己場の力線は平坦な時空では等方的に分布しているものの、空間が曲がっている場合は空間のもつ曲率と力線の相互作用により非等方的になる。この自己場の非等方性により、荷電粒子は自己場と相互作用することで外力を受ける。この外力を荷電粒子に働く自己力と呼ぶ。（自己力に関する Review としては Poisson [1] を薦める。）

ポイントは、自己力が自己場の持つ力線と空間曲率の相互作用から生じる点である。空間曲率は Einstein 方程式を通じて重力源のもととなった物質場の情報を直接反映する。このため自己力を精密に測定することで、重力源の物質場の情報を引き出すことが原理的には可能であると期待される。

考察した系と結果

本講演では自己力と重力源である物質場の関連を明らかにする第一歩として、重力源としては静水圧平衡にある静止質量密度 ρ、圧力 p をもつ完全流体からなる球対称な星を考えた。特に完全流体を特徴づける状態方程式としてはポリトロープ型: $p = K\rho^{1+1/n}$, $K := const$. を用いた。ここで n はポリトロープ指数とよばれ、ある質量 M と半径 R をもつの星の質量密度分布を決定するパラメータである。この状態方程式で特徴づけられる星は、しばしばポリトロープ星とよばれる。図 1 に星の半径と質量の比が一定の場合に、星の質量密度分布とポリトロープ指数 n の依存性を図示した。要点は n が大きいほど星を構成する物質は中心に密集して存在し、n が小さい場合は物質は星全体になだらかに存在することである。[2]

一方で荷電粒子は無限遠方から張力の無視できる紐でつるすなど何らかの理想的な方法により、ポリトロープ星から十分遠方 $r_0 > R$ に静止しているとした。この状況では系が静的かつ軸対称性であることから荷電粒子に働く自己力のゼロでない成分は r 方向成分のみである。計算の結果 (計算の詳細は Ref. [2] を参照) 荷電粒子に働く自己力は、

$$F^r_{\rm EM} = q^2 \frac{M}{r_0^3} \left\{ \left(1 - \frac{2M}{r_0}\right) + \frac{4S_{\rm EM}}{3} \left(\frac{M^2}{r_0^2}\right) + O\left(\frac{M^3}{r_0^3}\right) \right\} , \tag{1}$$

で与えられる。ここで q は荷電粒子の電荷であり係数 $S_{\rm EM}$ は構造定数とよばれ、星の質量密度分布に依存する係数である。結果を図 2 に与えた。

[1] 以下では荷電粒子の質量は粒子の電荷に比べて無視できるくらい小さく、事実上 massless 粒子としてあつかえると仮定する。

[2] 以下では素粒子分野でなじみの深い $G = c = 1$ である幾何学単位系を用いる。この単位系ではすべての物理量が、例えば長さの次元をもつ。

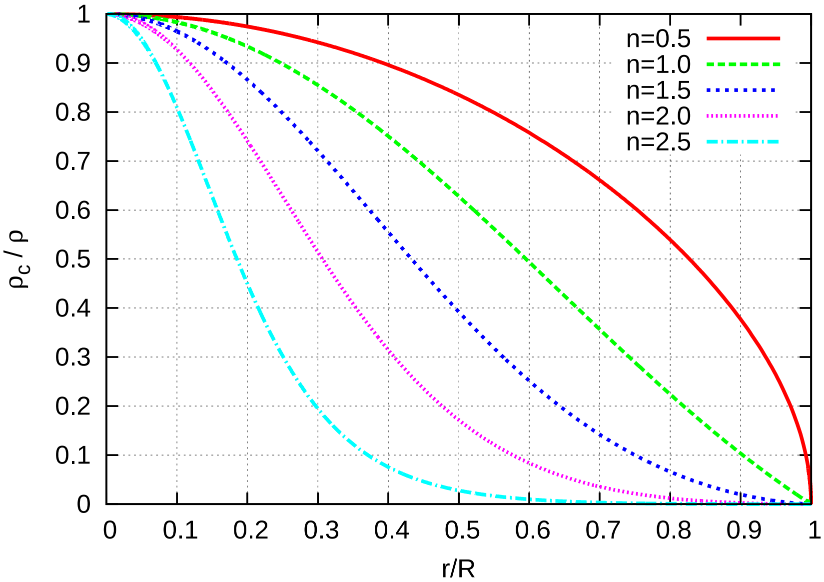

図 1: ポリトロープ指数 n をもつポリトロープ星の質量密度分布。ポリトロープ星の半径と質量の比を $R/M = 15$ とした。この図では静止質量密度 ρ は中心密度 ρ_c ($R/M = fixed$. より求まる。) で規格化してある。

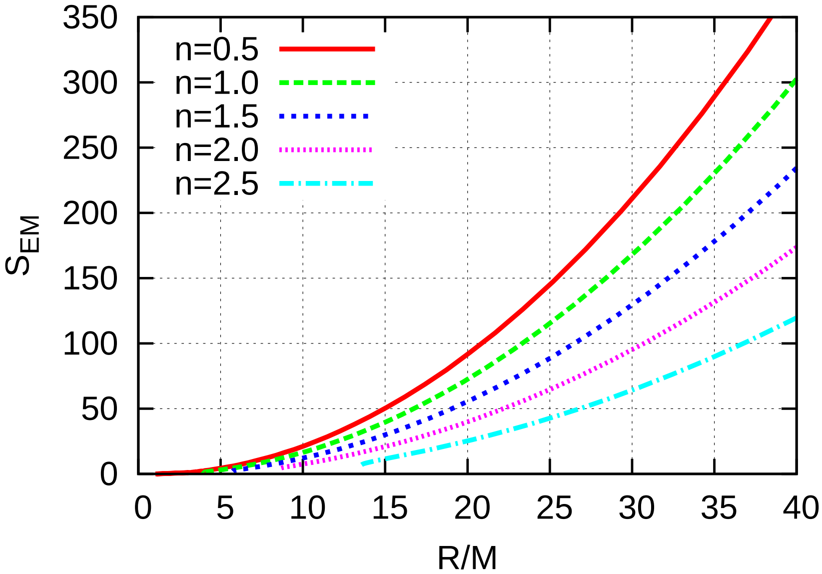

図 2: ポリトロープ星の半径と質量の比: R/M の関数としての構造定数 S_{EM}。

結果の解釈とまとめ

荷電粒子にはたらく自己力 (1) の主要項 $F^r_{\rm EM} = (q^2M/r_0^3)(1-2M/r_0)$ はポリトロープ星の情報としては全質量 M しかふくまない. このため星の質量密度分布といった内部構造にはこの精度では一切依存しない。[3]しかし次の主要項である $O(r_0^{-5})$ の項に注目すると、この項から星の内部構造を反映した構造定数 $S_{\rm EM}$ があらわれる。したがって荷電粒子に働く自己力を精密に測定すれば、確かに重力源である星の内部構造を明らかにすることができる。

荷電粒子の自己力、すなわち構造定数 $S_{\rm EM}$ とが星の内部構造に依存する理由は直観的には「星の”実効的な”体積領域がどれだけ自己場の力線を横切るか」という描像で理解できる。今ポリトロープ星の半径と質量の比は一定であるとする。この場合図 1 よりポリトロープ指数 n が大きいほど、星の質量は中心密集している。この場合荷電粒子の自己場の力線を横切る実効的な星の領域は、n が大きいほど小さくなる。結果、自己場の力線の変形は n が大きいほど小さくなり自己力、すなわち構造定数 $S_{\rm EM}$ も図 2 で示したように n が大きいほど小さくなる。

以上の考察に基づくと非常に高精度に荷電粒子の自己力を測定することができれば、星の外側からその内部構造の情報を引き出すことが原理的には可能である。もちろん今回の考察は思考実験であり、ただちに実際の観測に応用することは不可能である。しかしながらこの考察を起点として、より天文学的に興味のある状況（ポリトロープ星を回転中性子星や Kerr black hole に、粒子を静止させずに軌道運動させる、荷電粒子を質点におきかえる、などなど）に応用することは、太陽系重力場を超えた強重力源における重力場の性質および加速器では到達できない高密度領域の物性を調べる理論研究の進むべき方向の一つと個人的には考える。

もしこのような研究の方向性に興味があるならば、考える出発点として個人的に例えば Ref. [4, 5] を薦める。

参考文献

[1] E. Poisson, A. Pound and I. Vega, Living Rev. Rel. **14**, 7 (2011) [arXiv:1102.0529 [gr-qc]].

[2] S. Isoyama and E. Poisson, Class. Quant. Grav. **29**, 155012 (2012) [arXiv:1205.1236 [gr-qc]].

[3] A. G. Smith and C. M. Will, Phys. Rev. D **22**, 1276 (1980).

[4] F. Pannarale, L. Rezzolla, F. Ohme and J. S. Read, Phys. Rev. D **84**, 104017 (2011) [arXiv:1103.3526 [astro-ph.HE]].

[5] K. Alvi, Phys. Rev. D **64**, 104020 (2001) [gr-qc/0107080].

[3]実は主要項 $F^r := (q^2M/r_0^3)(1-2M/r_0)$ は質量 M の Schwarzschild ブラックホールの外部 $r = r_0$ に荷電粒子を静止させた場合に荷電粒子にはたらく自己力に等しいことが知られている [3]。重力源が Shcwarzschild ブラックホールの場合は $S_{\rm EM} = 0$ であり、$O(r_0^{-5})$ 以上の高次の項は存在しない。