

相対論効果を取り入れた
衝突系のブラックホールの力学進化シミュレーション

筑波大学 数理物質科学研究科 物理学専攻 宇宙理論研究室
M1 山井 勇樹

第 42 回 天文天体物理 若手夏の学校
H24.8.1 ~ H24.8.4
コンパクトオブジェクト分科会 04a

1、背景

銀河中心領域には大質量のブラックホールが存在するとされているが、その形成過程の正確なところは分かっていない。しかしながら、それは小質量ブラックホールの合体の連続で構成されたかもしれず、その形成過程に銀河中心領域ではガスの力学的摩擦が有意に効く可能性が先行研究で示唆されている。大質量ブラックホールの形成過程の一端として、ガスによる力学的摩擦がブラックホールの力学進化に与える影響に焦点を当て、小質量ブラックホールの合体が起きうるかをシミュレーションしている。数値計算によって、ブラックホールの軌道進化、バイナリー形成とその進化を追う。

2、これまでの解析

衝突系のブラックホール多体系のシミュレーションとして、様々な時間尺度を効率的かつ高精度に計算が可能な4次精度の Hermite 法を使用。

予測子の式には、

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{a}_0 \Delta t^2 + \frac{1}{6} \dot{\mathbf{a}}_0 \Delta t^3 \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{a}}_0 \Delta t^2 \quad (2)$$

修正子の式には、

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_p + \frac{1}{24} \mathbf{a}_0^{(2)} \Delta t^4 + \frac{1}{120} \mathbf{a}_0^{(3)} \Delta t^5 \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{v}_p + \frac{1}{6} \dot{\mathbf{a}}_0^{(2)} \Delta t^3 + \frac{1}{24} \dot{\mathbf{a}}_0^{(3)} \Delta t^4 \quad (4)$$

を用いて数値積分を実行する。ただし、エルミート補間より、加速度の2階微分、3階微分は、

$$\mathbf{a}_0^{(2)} = \frac{-6(\mathbf{a}_0 - \mathbf{a}_1) - \Delta t(4\dot{\mathbf{a}}_0 + 2\dot{\mathbf{a}}_1)}{\Delta t^2} \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_0^{(3)} = \frac{12(\mathbf{a}_0 - \mathbf{a}_1) + 6\Delta t(\dot{\mathbf{a}}_0 + \dot{\mathbf{a}}_1)}{\Delta t^3} \quad (6)$$

タイムステップは、

$$\Delta t = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_1| |\mathbf{a}_1^{(2)}| + |\dot{\mathbf{a}}_1|^2}{|\dot{\mathbf{a}}_1| |\mathbf{a}_1^{(3)}| + |\mathbf{a}_1^{(2)}|^2}} \quad (7)$$

という経験式が効率的であるという事が知られている。(Makino & Aarseth 1992) ここで η は計算の精度を調整するパラメータである。タイムステップは $\sqrt{\eta}$ に比例し、積分誤差は η^2 に比例する。式中の時間微分は新しい時刻 $t_1 = t_0 + \Delta t$ の値を持っている。3次の補間を使っているので、 $\mathbf{a}_1^{(3)}$ は $\mathbf{a}_0^{(3)}$ と同じ値になる。一方、2階微分 $\mathbf{a}_1^{(2)}$ は、

$$\mathbf{a}_1^{(2)} = \mathbf{a}_0^{(2)} + \mathbf{a}_0^{(3)} \Delta t \quad (8)$$

で与えられる。しかし、初期条件だけでは a_0 と \dot{a}_0 の値は前述の式で直接計算できるが、加速度の2階微分、3階微分は計算されていない。初期のタイムステップの決定には、

$$\Delta t = \eta_s \frac{|a|}{|\dot{a}|} \quad (9)$$

が用いられる。ここで η_s は初期のタイムステップの計算精度を定めるパラメータである。Makino & Aarseth(1992[9])によれば、粒子の持つ速度が非常に小さくはないという条件下では $\eta_s \sim 0.01$ で十分な正確性が得られるとされている。

本研究においては、このタイムステップを採用している。

< バイナリーブラックホールの力学進化 >

escala et al.(2004)によれば、バイナリーブラックホールの力学進化は以下の3段階に大別できるとされている。

- 1、摩擦抵抗のためにブラックホールが徐々に系の中心に向かう。
- 2、形成されたバイナリーに3体目が近づき角運動量を持ち去り、バイナリーの軌道が収縮。
- 3、相対論効果が支配的になるほど、軌道が縮むと重力波放出がブラックホールの合体を推進。ここに超音速でガスの効果が有意に働く可能性が指摘されている。

相対論効果以前の流れとして、シミュレーションの中で解いたのは、

ガスによる力学的摩擦

ブラックホール同士の重力相互作用

ガスのポテンシャルから受ける力(球対称の仮定)

の3点である。これらを取り入れて前述の Hermite 積分法で数値計算を実行した。

相対論効果を取り入れる前のシミュレーション結果の解析として分かった事は、バイナリー形成後はその軌道は減衰の一途をたどり、3体反応が起きた際にはブラックホールの組み合わせが変わる事はあっても減衰に転じた。その際、角運動量を引き抜かれ、軌道は極端に縮む。摩擦の効果でブラックホールが系の中心に落ち込めるので3体反応の起きる確率、頻度が増えより軌道を縮める可能性が高まっている、という事である。

3、相対論効果のコード作成

Kupi.G et al (2006) の Post Newtonian 項による修正を加速度計算に加えて、相対論効果も含めたシミュレーションとするため、以下に示す式をコードにした。

1PN、2PN は近日点移動の1次と2次の効果。2.5PN は重力波放出の効果を示している。エルミート積分法なので、この微分である jerk も導入する。コードの作成に際して、正確を期すために加速度項と加速度微分項を一度に実装する事はせず、まず Leapfrog に jerk が無い代わりに Δt が十分に小さいとして試し、加速度項の振る舞いが問題ないか確認。次に、

Hermite で jerk を加えて試し Leapfrog の結果と矛盾しないか確認する、という手順を踏んだ。
 < 2 体系でのテスト計算について >

純粋な相対論効果だけを見たいので、ガスの摩擦、ポテンシャルは切る。重力波放出、近日点移動の効果がそれぞれのような振る舞いをするのか、xy 平面内に遠点に初期設定した、離心率 0.9 のバイナリーを設定して検証した。

近日点移動

まずは、軌道の違いを比較する。図の赤線が相対論効果のうち、近日点移動の効果である 1PN、2PN を導入したもので、2.5PN は切っている場合、青線は相対論効果なしの場合である。初期の軌道長半径は 1000 倍のシュバルツシルト半径である。図の軌道は、バイナリーを形成している 2 体の片方の軌道の違いを比較したものである。

図からわかるように、相対論効果なしでは同じ軌道を描き続けるのに対し、近日点移動の効果ありでは、徐々に軌道がずれていく。しかも近点を通過した後に軌道のずれが生じている。しかし、これだけでは具体的にどれくらいずれたのかがよく分からない。そこで、次の図で x 軸と離心ベクトルがなす角の変化を時間に対してプロットした。離心ベクトルの向きは常に近点の方向を指すベクトルである。この図から分かる事は、近点で大きな角度変化が起きている事である。すなわち、相対論効果が近点で強く効いて軌道を変化させているという事を示している。

$$\underline{a} = \underbrace{\underline{a}_0}_{\text{Newt.}} + \underbrace{c^{-2}\underline{a}_2 + c^{-4}\underline{a}_4}_{\substack{1\mathcal{PN} \\ \text{periastron shift}}} + \underbrace{c^{-5}\underline{a}_5}_{\substack{2.5\mathcal{PN} \\ \text{grav. rad.}}} + O(c^{-6}), \quad (1)$$

where \underline{a} is the acceleration of particle 1, $\underline{a}_0 = -Gm_2\underline{n}/r^2$ is the Newtonian acceleration, G is the gravitation constant, m_1 and m_2 are the masses of the two particles, r is the distance of the particles, \underline{n} is the unit vector pointing from particle 2 to particle 1, and the $1\mathcal{PN}$, $2\mathcal{PN}$ and $2.5\mathcal{PN}$ are post-Newtonian corrections to the Newtonian acceleration, responsible for the pericenter shift ($1\mathcal{PN}$, $2\mathcal{PN}$) and the quadrupole gravitational radiation ($2.5\mathcal{PN}$), correspondingly, as shown in Eq.(1). The expressions for the accelerations are:

$$\underline{a}_2 = \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \underline{n} \left[-v_1^2 - 2v_2^2 + 4v_1v_2 + \frac{3}{2}(nv_2)^2 + 5\left(\frac{Gm_1}{r}\right) + 4\left(\frac{Gm_2}{r}\right) \right] + (\underline{v}_1 - \underline{v}_2) [4nv_1 - 3nv_2] \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \underline{a}_4 = \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \underline{n} \left[-2v_2^4 + 4v_2^2(v_1v_2) - 2(v_1v_2)^2 + \frac{3}{2}v_1^2(nv_2)^2 + \frac{9}{2}v_2^2(nv_2)^2 - 6(v_1v_2)(nv_2)^2 \right. \right. \\ \left. - \frac{15}{8}(nv_2)^4 + \left(\frac{Gm_1}{r}\right) \left(-\frac{15}{4}v_1^2 + \frac{5}{4}v_2^2 - \frac{5}{2}v_1v_2 + \frac{39}{2}(nv_1)^2 - 39(nv_1)(nv_2) + \frac{17}{2}(nv_2)^2 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{Gm_2}{r}\right) (4v_2^2 - 8v_1v_2 + 2(nv_1)^2 - 4(nv_1)(nv_2) - 6(nv_2)^2) \right] \\ + (\underline{v}_1 - \underline{v}_2) \left[v_1^2(nv_2) + 4v_2^2(nv_1) - 5v_2^2(nv_2) - 4(v_1v_2)(nv_1) + 4(v_1v_2)(nv_2) - 6(nv_1)(nv_2)^2 \right. \\ \left. + \frac{9}{2}(nv_2)^3 + \left(\frac{Gm_1}{r}\right) \left(-\frac{63}{4}nv_1 + \frac{55}{4}nv_2 \right) + \left(\frac{Gm_2}{r}\right) (-2nv_1 - 2nv_2) \right] \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{a}_5 = \frac{4}{5} \frac{G^2 m_1 m_2}{r^3} \left\{ (\underline{v}_1 - \underline{v}_2) \left[-(\underline{v}_1 - \underline{v}_2)^2 + 2\left(\frac{Gm_1}{r}\right) - 8\left(\frac{Gm_2}{r}\right) \right] \right. \\ \left. + \underline{n}(nv_1 - nv_2) \left[3(\underline{v}_1 - \underline{v}_2)^2 - 6\left(\frac{Gm_1}{r}\right) + \frac{52}{3}\left(\frac{Gm_2}{r}\right) \right] \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

図 1 Kupi.G et al (2006)

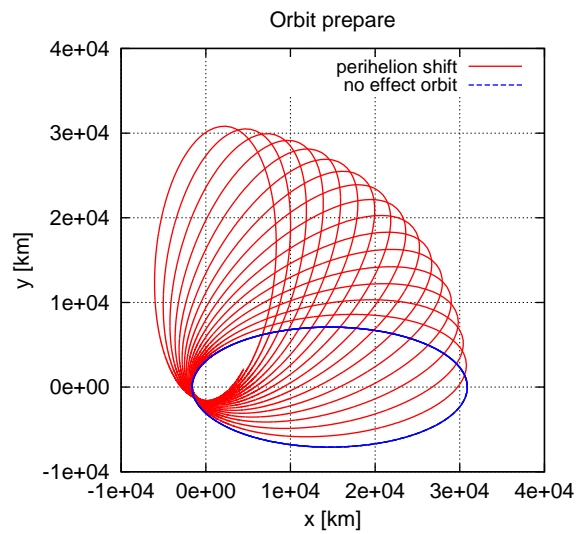


図2 近日点移動による軌道の違い

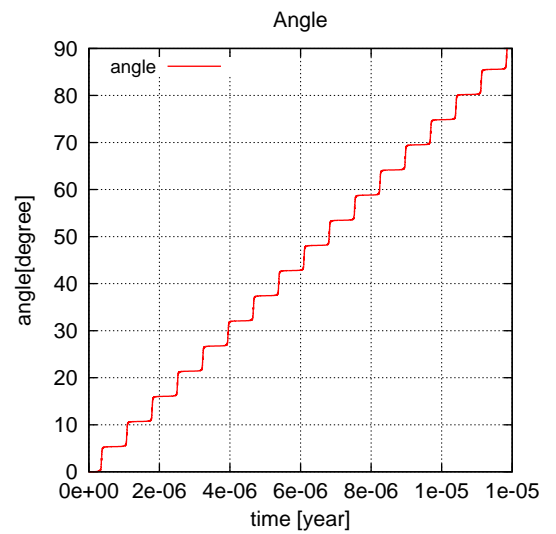


図3 x 軸と離心ベクトルのなす角

重力波放出

次に重力波放出について見てみる。初期の軌道長半径は 100 倍のシュバルツシルト半径である。図4は軌道長半径の時間変化を、図5は軌道長半径と離心率の進化を示している。図4から分かる事は、最初軌道長半径は緩やかな減少であるが、軌道を縮めるにしたがって重力波放出が卓越し、最後は一気に軌道を縮めているという事である。図5からは高離心率の初期条件から始まったバイナリーが、軌道を縮まるにしたがって徐々に離心率がゼロに近づき円化していく振る舞いを知る事ができる。これは図6からもはっきりと分かる。

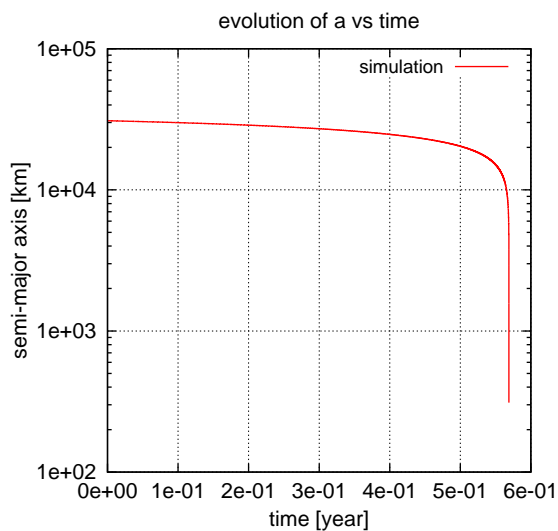


図4 軌道長半径の時間変化

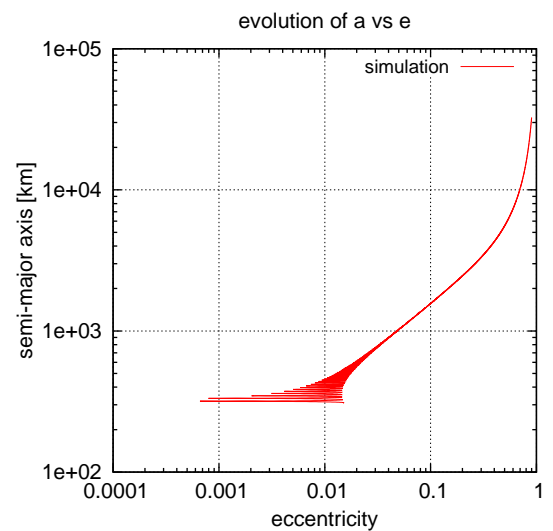


図5 軌道長半径と離心率の進化

図6は赤線が相対論効果のうち、重力波放出の効果である2.5PNを導入したもので、1PN、2PNは切っている場合、青線は相対論効果なしの場合である。図6の軌道はやはりバイナリーを形成している2体の片方の軌道の違いを比較したものである。相対論効果なしでは同じ軌道を描き続けるのに対し、重力波放出の効果ありでは軌道を縮め、前述のように離心率が小さくなり徐々に円化してく様子が見てとれる。

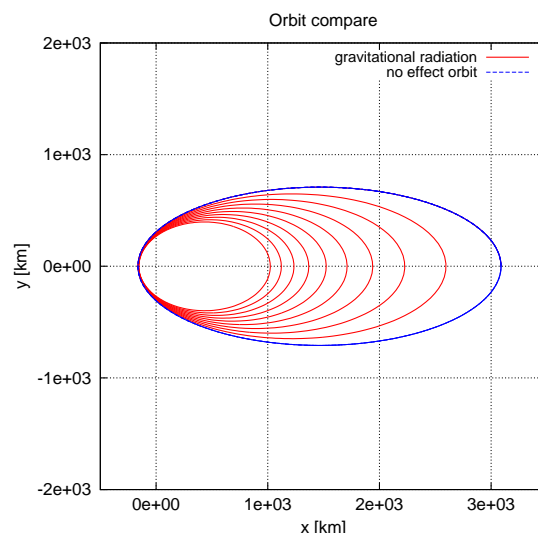


図6 重力は放出による軌道の違い

4、Future Work

最終的には10体のブラックホール多体系で行いたいと考えている。その際1回目の合体後は、質量の大きなブラックホールが合体に関わっていくものと予想している。また、現在のシミュレーションではブラックホール質量は等質量を仮定しているが、これを変える事も必要である。質量降着の効果の導入も検討中である。

ブラックホールの質量が変わってくるとなると、さらに反跳速度 (recoil velocity) の導入もより正しい物理過程に近づけるためには必要となってくる。等質量でないブラックホール連星の放出する重力波は非等方的で、この非等方的な重力波放出でブラックホールは反跳を受ける可能性があるからである。反跳速度が銀河の脱出速度より大きいと飛び出す。これはブラックホール多体系の進化に大きく影響する可能性がある。

こうした点を踏まえながら、複数のモデル設定で、ブラックホールの力学進化の違いを比較していく事が、今後の研究で目指していく方向となる。

<参考文献>

- Kupi, G., Amaro-Seoane, P., & Spurzem, R. 2006, MNRAS, 371, 45
 Makino, J., & Aarseth, S. 1992, PASJ, 44, 141
 Escala, A., Larson, R., Coppi, P., & Mardones, D. 2004, ApJ, 507, 765
 A. Tanikawa & M. Umemura, 2011, APJ, 728, L31