Axisymmetric Toroidal Modes of Relativistic Magnetized Neutron Stars

東北大学天文学専攻修士 2 年 浅井秀貴

INTRODUCTION

中性子星とは、$8M_\odot$ から $15M_\odot$ くらいの主系列星が II 型の超新星爆発を起こすことによって生成される高密度で強い磁場を持った星である。特に通常の 1000 倍以上の磁場 (10^{15}G 以上) を持つものを magnetar と呼んでいる。SGR (Soft Gamma-ray Repeater) という天体も magnetar の一つであると考えられていて、giant flare という極めて稀な現象を起こすことで注目を集めている。giant flare は極めて稀な現象であり、現在までに 3 つしか観測例がない。それらは、1979 年の SGR 0526-66 と 1998 年の SGR 1900+14 と 2004 年の SGR 1806-20 である。

giant flare の X 線スペクトルは、initial spike と decaying tail という二つの領域に分けることができる (Watts 2011, Strohmayer et al. 2006)。それらのうち、decaying tail という部分からは QPO (Quasi-Periodic Oscillation) という振動現象が検出されている。それらの具体的な振動数は、SGR 0526-66 から 43.5Hz、SGR 1900+14 からは 28, 54, 84, 155Hz、SGR 1806-20 からは 18, 26, 29, 92.5, 150, 626.5Hz である (Israel et al. 2005, Strohmayer et al. 2006, Watts 2011)。様々な振動数があることが分かる。特に規模が大きかった SGR 1806-20 から最も多くの振動数が観測されている。

QPO の振動数が中性子星の振動理論で得られた振動数とよく一致することや、giant flare によって crust region に破壊が生じて星震が容易に励起されることなどから、QPO は中性子星の固有振動、特に toroidal mode によるものであるという考え方がメジャーなものになっている (Duncan 1998, Strohmayer & Watts 2006)。もしも QPO を中性子星の固有振動によって説明することができれば、振動は星の内部の情報を含んで伝搬してくるので、magnetar の内部について何らかの情報 (状態方程式や磁場の構造など) を得ることができる可能性がある。それにより、magnetar の持つ性質を明らかにできる可能性がある。

そこで、本研究では実際に中性子星の toroidal mode を計算して、観測事実との比較や振動スペクトルの持つ性質などを調べた。その時、magnetar は非常に強い磁場を持っているため、振動の計算をする際には磁場の効果を含めなくてはならない。事実、magnetar クラスの磁場になると toroidal mode の振動数に変化が生じるという結果が先行研究で得られている (Lee 2007)。さらに、このくらいの強さの磁場になると core と crust は磁力線によって繋がれる。つまり、core と crust は magnetic coupling (solid で生じた星震により励起された crustal mode が core fluid region の mode を励起する) を起こす。従って、mode は global oscillation として星全体に伝搬することができるようになる (Glampedakis et al. 2006)。この時、pure crustal mode の考え方はあまり正確ではなくなってしまう。また、中性子星は密度も非常に大きいため表面での重力場が極めて大きくなっている。それ故に、重力場による空間の歪みを一般相対論を考慮して記述しなければならない。このため、振動の計算は magnetic coupling をした core fluid region と solid crust region の 2 つの領域で、相対論的な効果を含めて行われなければならない。

METHOD OF SOLUTION

toroidal oscillation は、摂動方程式を解くことによって計算することができる。摂動は平衡状態にある系に加えられる微小変分である。ここでは、平衡状態は球対称時空 (回転なし) であり双極子磁場を持っていると仮定する (磁場の toroidal 成分はない)。small amplitude を仮定しているので、摂動の 2 次以上の項は無視し断熱的であると考えることができる。さらに、摂動は軸対称で Cowling 近似 (重力の摂動を無視) を適用している。

摂動方程式は、磁場と shear を含めた stress-energy tensor の保存則に対してラグランジュ摂動をとり、その toroidal 成分を取り出すことによって得られる。また、磁場の摂動に関しては相対論的な誘導方程式に対してラグランジュ摂動をとり、その toroidal 成分を取り出すことによって得られる (Sotani et al. 2007)。それらは以下のようになる。

$$\left(\epsilon+p+H^2\right)e^{-\Phi}\delta u^{\phi}_{,t} = \delta H^{\phi}\left[2\cot\theta H^{\theta}+\left(\Phi_{,r}+\frac{2}{r}\right)H^{r}\right]+H^{r}\delta H^{\phi}_{,r}+H^{\theta}\delta H^{\phi}_{,\theta}$$
$$-\delta T^{r\phi(\mathrm{s})}_{,r}-\delta T^{\theta\phi(\mathrm{s})}_{,\theta}-\left(\frac{4}{r}+\Phi_{,r}+\Lambda_{,r}\right)\delta T^{r\phi(\mathrm{s})}-3\cot\theta\delta T^{\theta\phi(\mathrm{s})} \quad (1)$$

$$e^{-\Phi}\delta H^{\phi}_{,t} = \Phi_{,r}H^{r}\delta u^{\phi}+H^{r}\delta u^{\phi}_{,r}+H^{\theta}\delta u^{\phi}_{,\theta} \quad (2)$$

一般的には、これらの方程式は変数分離 (動径成分と角度成分に分ける) をして解く。しかし磁場がある場合には変数分離することができないので、以下のように球面調和関数の angular index l で展開した解を仮定する (Lee 2008)。

$$\xi^{\phi}(r,\theta) = \sum_{l\geq|m|} T_l(r)\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial Y_l^{m=0}(\theta,\phi)}{\partial\theta}, \quad \delta u^{\phi} = e^{-\Phi}\frac{1}{c}\frac{\partial\xi^{\phi}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\delta H^{\phi}(r,\theta) = \sum_{l\geq|m|} b_l(r)\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial Y_l^{m=0}(\theta,\phi)}{\partial\theta} \quad (4)$$

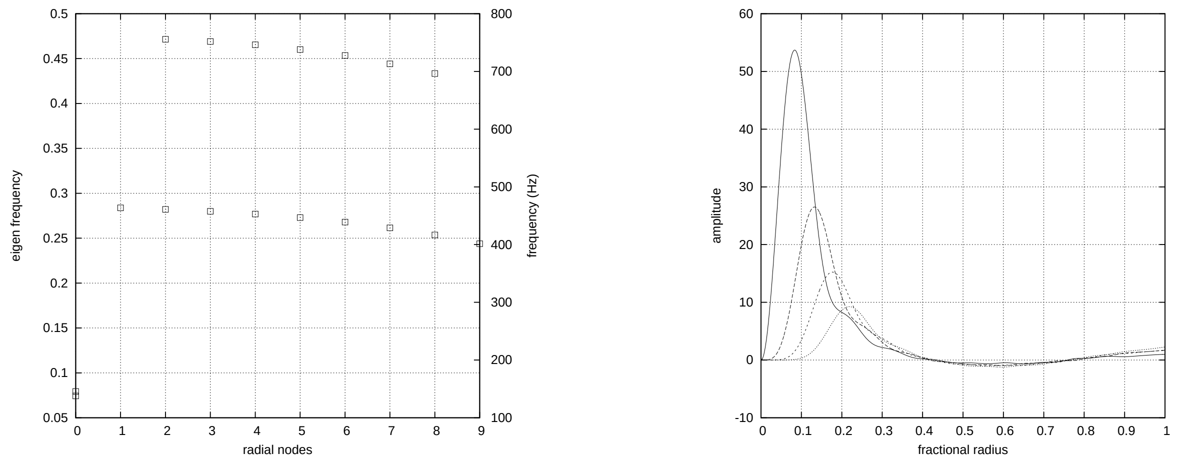
この時、l の偶奇により parity が生じる (それぞれは coupling しない)。b_l の l が偶数でかつ T_l の l が奇数のものを even mode と呼び、b_l の l が奇数でかつ T_l の l が偶数のものを odd mode と呼ぶこととする。これらの摂動方程式を適切な境界条件 (星の中心での regular condition, solid-fluid interface での jump condition, 星の表面で $\boldsymbol{b}$=0 となる境界条件) のもとで解いてあげると、展開のオーダーによって様々な解を得ることができる。ここで、我々が欲しい解は展開の数に依らずに常に存在するモードなのでそのようなモードを見つけることになる (Lee 2008)。常に存在することで、観測によって検出されることを保証することができる。

NUMERICAL RESULTS

計算した結果、図 1(a) のような discrete mode を得ることができた。これは横軸に node の数を、縦軸に固有振動数をとってプロットしたものである。この図の一つ一つの点が discrete mode である。計算に用いたモデルは質量が 1.2$M_{\odot}$ のもので、これは TOV 方程式を解くことで求めた (表 1 を参照)。磁場は星の表面で $B_{\mathrm{p}}=1\times10^{16}$G となるようにしてあり、相対論的な Grad-Shafranov 方程式を解くことによって求めた (Konno et al. 1999)。

また、図 1(b) には discrete mode の固有関数の一つを例として示した。横軸は表面で 1 になるように規格化した半径、縦軸は変位の amplitude を表している。これは node=2 の系列 (最小の node が 2 であるような下から 3 段目の系列) で最も振動数の高い (node が最も少ない) 固有関数である。fluid region でかなり大きな amplitude を持っていることが分かる。このような性質は、

図 1: Numerical results of NS12 model



(a) discrete magnetic modes

(b) eigenfunctions

表 1: The main properties of neutron star model

Model	Mass($M_\odot$)	Radius(km)	Central density$\left(\mathrm{g\ cm^{-3}}\right)$	Thickness of crust(km)	Ocean depth(km)
NS12	1.198	11.823	8.446×10^{14}	1.151	1.592×10^{-4}

Newtonian physics で計算された Lee 2008 の結果と同じになっている。ここで、実線は最も l が小さいものであり、それ以外の破線は higher order の l のものを表している。上述したように変数分離ができないために、higher order からの寄与も混ざっている。

CONCLUSIONS AND FUTURE WORKS

今回の結果を簡単にまとめる。我々は、相対論的な効果も含めて磁場を持つ中性子星の toroidal oscillation を計算した。その結果から以下のことを主張することができる。

1. 磁場を考慮して toroidal mode を計算すると、確かに離散的な固有値を持つ discrete mode が得られた。さらに、それらの discrete mode は観測されている QPO の振動数の範囲内にあることが分かった。QPO も離散的な振動数を持っているので QPO を中性子星の固有振動によって説明できるという有力な証拠になり得ると考えることができる。

2. discrete mode を図 1(a) のようにプロットすると node による系列ができており、node の数が増加すると振動数が減少する性質が見られる。さらに、系列が上に向かうに連れて node が増加していく性質も見られる。このような結果から、Lee 2008 の結果とも比較してまだあまり解明されていない (相対論的な) 磁場星の振動スペクトルの性質を明らかにできる可能性がある。

最後に今後の課題について簡単に述べる。

1. 今回得られた結果は全て odd mode (b_l の l が奇数) である。even mode (b_l の l が偶数) では discrete mode を得ることができなかった。この理由を議論する必要がある。例えば、Newtonian limit をとることでどのようになるか。また、磁場の構造を変える (toroidal 磁場

を加えるなど) ことによってどうなるか。様々な可能性を考えていくことが必要であると考えられる。

2. 得られている odd mode の結果について、磁場の強さを変えたりモデルの質量を変えたり、色々と条件を変えて計算する必要がある。これによって、振動スペクトルの質量や磁場の強さへの依存性を調べることができる。

3. 今回の計算では、軸対称な摂動を仮定しているが現実的には非軸対称であると考えられる。それ故に、非軸対称の場合にはどのように扱っていけば良いのかを議論する必要がある。非軸対称の場合、摂動が r, θ だけでなく ϕ にも依存するうえに、toroidal mode と今回扱われなかった spheroidal mode が coupling するので複雑になる。

4. 中性子星の内部では、流体が超流動状態になっていると考えられている。従って、将来的にはこのような効果も考慮していかなければならない。超流動によって磁場の構造はかなり複雑になると考えられる。