物性理論への AdS/CFT 対応の応用

2011 年度第 41 回天文・天体物理夏の学校

芝浦工業大学工学部物理教室　前田健吾

1 目次

1. AdS/CFT 対応の簡単なレビュー
2. 負の宇宙項を持つ時空上での超伝導体モデルの構築とその性質
3. ホログラフィック超伝導体の外部磁場中での振る舞い
4. 最近の進展と展望

今 AdS/CFT がなぜ注目されているのか？

RHIC: Relativistic Heavy Ion Collider
（相対論的重イオン衝突器、米国ブルックヘブン国立研究所）

heavy ion: e.g. Au-Au collision $\Longrightarrow$ Quark-gluon plasma(QGP)

$$\bigtriangledown$$

クォーク・グルーオンプラズマは、非常に小さな粘性を持つ流体（ほぼ完全流体）として振舞う

強い相互作用を持つ QGP の発生 !?

理論からのアプローチ：
格子ゲージ理論、AdS/CFT duality, $\cdots$
AdS/CFT duality $\Longrightarrow$ 非常に小さな粘性を持つプラズマを予言

$$\frac{\eta}{s} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \quad \Longrightarrow \text{理論の詳細に依らない普遍的な値}$$

η: ずり粘性率　　　s： エントロピー密度

What is AdS/CFT duality?

負の宇宙項を持つ時空上のブラックホール（BH）と強結合のゲージ理論との対応関係を記述するもの

◇ 流体力学における散逸と BH

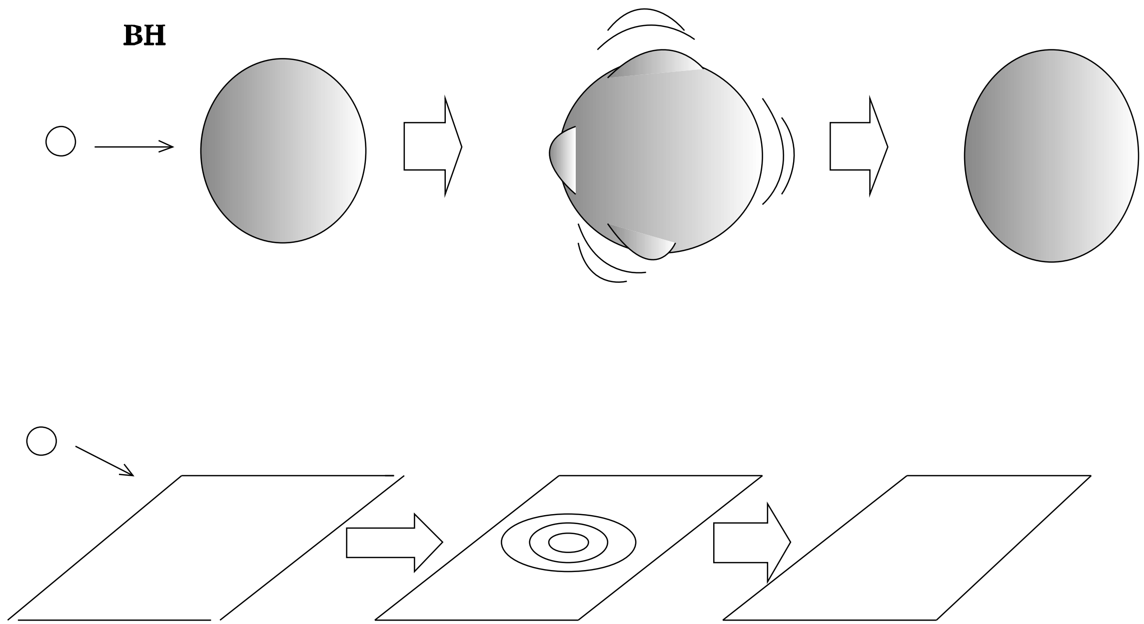


図 1: 流体における粘性による散逸とブラックホールによる吸収

波紋は粘性により散逸して消失する $\Longleftrightarrow$ BH によりエネルギーが吸収される

AdS/CFT correspondence

Original AdS/CFT:

$$N = 4 \text{ Super Yang-Mills (SYM) theory} \Longleftrightarrow \text{Type IIB on } AdS_5 \times S^5$$

有限温度系:

$$N = 4 \text{ SYM at finite temp.} \Longleftrightarrow \text{Type IIB on Schwarzschild}-AdS_5 \times S^5$$

$$\bigtriangledown$$

強結合するゲージ理論のダイナミックスが負の宇宙項を持つ時空上の古典重力理論から計算可能

◇ 超弦理論の構成物

ストリング、D-brane, $\cdots$

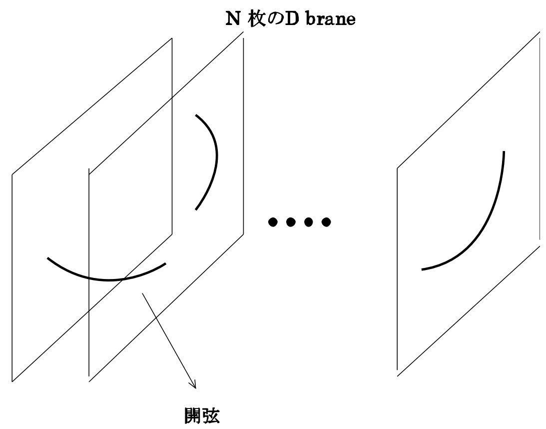


図 2: N 枚の D-brane は $SU(N)$ ゲージ理論になる

D-brane とブラックホールの関係

g_s: ストリングの結合定数

$$G \sim g_s^2, \qquad M \sim N/g_s$$

ニュートンポテンシャル：

$$\phi \sim \frac{GM}{r} \sim \frac{g_s N}{r} \sim \frac{g_{eff}^2}{r}$$

SYM coupling constant: $g_{eff}^2 \sim g_s N$

- $g_{eff}^2 << 1$　　N枚のD-ブレーンはゲージ理論で記述
- $g_{eff}^2 >> 1$　　N枚のD-ブレーンはブラックホール（ブラックブレーン）で記述

ゲージ理論とブラックホールは対応関係が存在（マルダセナ（1997））

$\bigtriangledown$

バルク（BH）上の場の揺らぎが、境界の場（ゲージ理論側）のソース（外場）となる

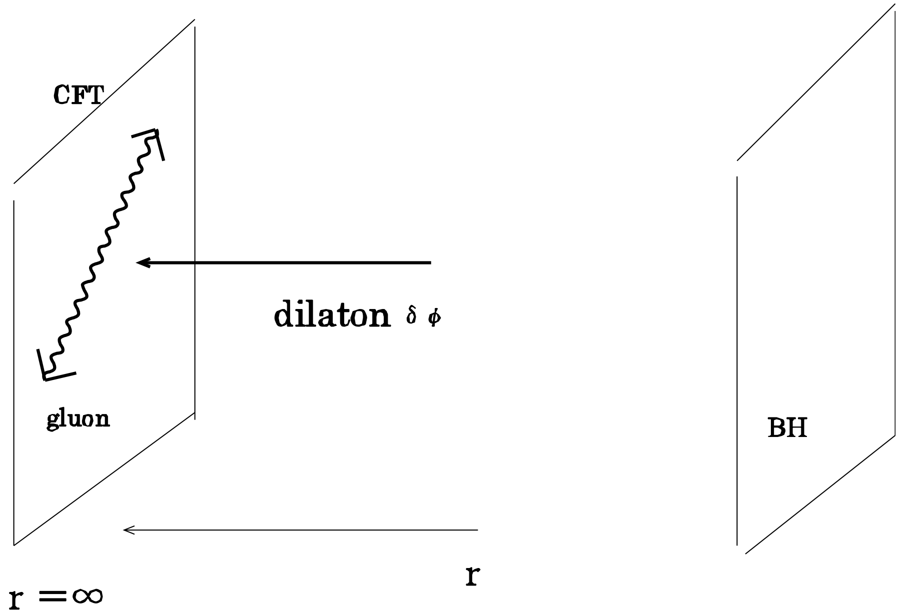


図 3: 境界上の場とバルク上の場の関係

$$S_{int} \sim \int dx^4 \delta\phi \, F_{\mu\nu}^2 + h^{\mu\nu} \, T_{\mu\nu}^{YM} + \cdots$$

$F_{\mu\nu}^2$: $SU(N)$ゲージ場 $h_{\mu\nu}$: 重力場の揺らぎ

Bulk field fluctuations act as source of boundary fields

◇ 数学的拡張（GKP-Witten 関係式）

$$Z[-I(\phi)] = \exp[-I(\phi)] = \left\langle \exp\left(\int dx^4 \phi(x)\mathcal{O}(x)\right)\right\rangle \qquad I(\phi) : \text{action of } \phi$$

$\mathcal{O}$: 境界上のあるオペレーター

ϕ: $\mathcal{O}$ と結合したバルク上の外場

Ex)

- ディラトン　ϕ　$\Longleftrightarrow$　ゲージ場 $(F^a_{\mu\nu})^2$
- 計量の揺らぎ　$h_{\mu\nu}$　$\Longleftrightarrow$　エネルギー・モーメンタムテンソル　$T_{\mu\nu}$
- $U(1)$ ゲージポテンシャル A_μ の揺らぎ　$\Longleftrightarrow$　R-current J^μ

超対称性変換に関する大域的変換に伴う電荷

- ゲージ理論側のエントロピー　$\Longleftrightarrow$　BH のエントロピー

etc.

AdS/CFT対応の応用例）　ゲージ理論側における緩和時間の計算は、BHの固有振動から計算できる

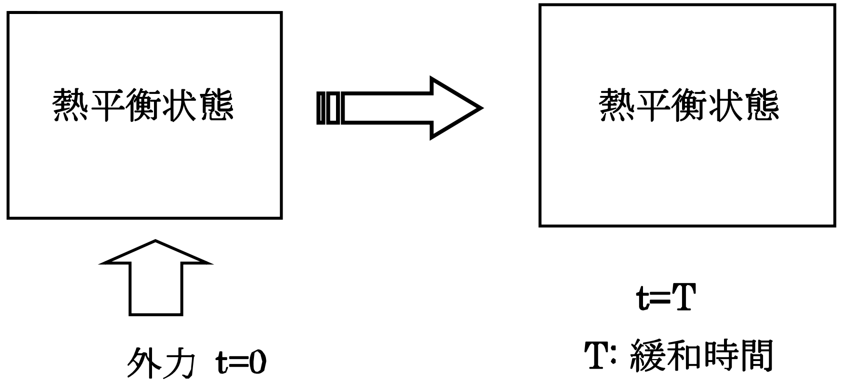


図 4: 境界上のゲージ理論

$\omega = \omega_R - i\omega_I \qquad T \sim 1/\omega_I$

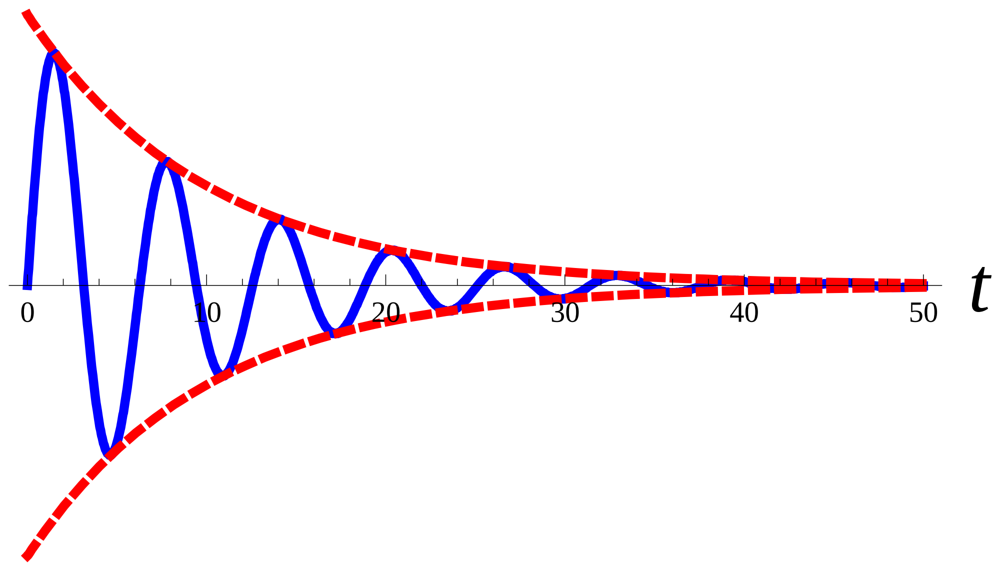


図 5: AdS時空におけるBHのQuasi-normal mode

Ex)　二点相関関数の計算

Euclidean AdS_{d+1}時空

$$ds^2 = \frac{r_0^2}{z^2}(dx_i^2 + dz^2) \qquad i = 1, 2, \cdots, d$$

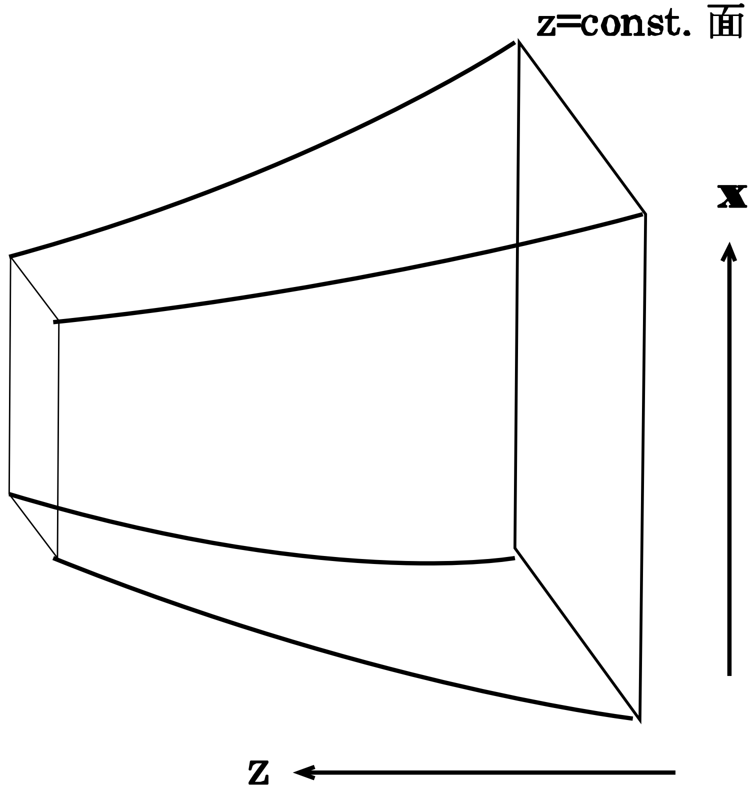


図 6: Euclidean AdS_{d+1}時空

マスレススカラー場の方程式

$$\nabla^2 \phi = 0 \qquad の解$$

$$\phi(z, \mathbf{x}) = c \int \frac{z^d \phi_0(\mathbf{y})}{(z^2 + |\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2)^d} d\mathbf{y}$$

ϕ_0: 境界上のスカラー場の値

境界上の値 ϕ_0 でバルク上の解が完全に決まる

$$
\begin{aligned}
I(\phi_0) &= \int d^{d+1}x\sqrt{g}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla^\mu\phi \\
&= -\oint d^dx\sqrt{h}\,\phi(\sqrt{g^{zz}}\partial_z\phi) \qquad \longleftarrow \nabla^2\phi = 0 \\
&= -\int \frac{\phi_0(\boldsymbol{x})\phi_0(\boldsymbol{y})}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|^{2d}}d\boldsymbol{x}d\boldsymbol{y}
\end{aligned}
$$

$$
\exp[-I(\phi_0)] = \left\langle \exp\left(\int dx^d\phi_0(\boldsymbol{x})\mathcal{O}(\boldsymbol{x})\right)\right\rangle \qquad \text{から}
$$

$$
\left.\frac{\delta^2 I}{\delta\phi_0(\boldsymbol{x})\,\delta\phi_0(\boldsymbol{y})}\right|_{\phi_0=0} = < \mathcal{O}(\boldsymbol{x})\mathcal{O}(\boldsymbol{y}) > \qquad \text{より}
$$

$$
< \mathcal{O}(\boldsymbol{x})\mathcal{O}(\boldsymbol{y}) > = \frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|^{2d}}
$$

場の理論側の計算と一致

Lorentzian AdS_{d+1}時空

Massive scalar field ϕ $(\nabla^2\phi = m^2\phi)$の漸近解

$$\begin{aligned}\phi \;&\sim\; b_+(\boldsymbol{x})\phi_+(z) + b_-(\boldsymbol{x})\phi_-(z)\\ &=\; b_+(\boldsymbol{x}){\color{red}z^{\lambda_+}} + b_-(\boldsymbol{x}){\color{blue}z^{\lambda_-}}\end{aligned}$$

$\uparrow$ normalizable mode

$\uparrow$ non-normalizable mode

$\lambda_\pm = \frac{1}{2}(d \pm \sqrt{d^2+4m^2})$

AdS/CFT duality $\Longrightarrow$

$b_+ \sim$ 真空期待値 $\langle\,\mathcal{O}\,\rangle$

$b_- \quad \Longleftarrow$ 外場

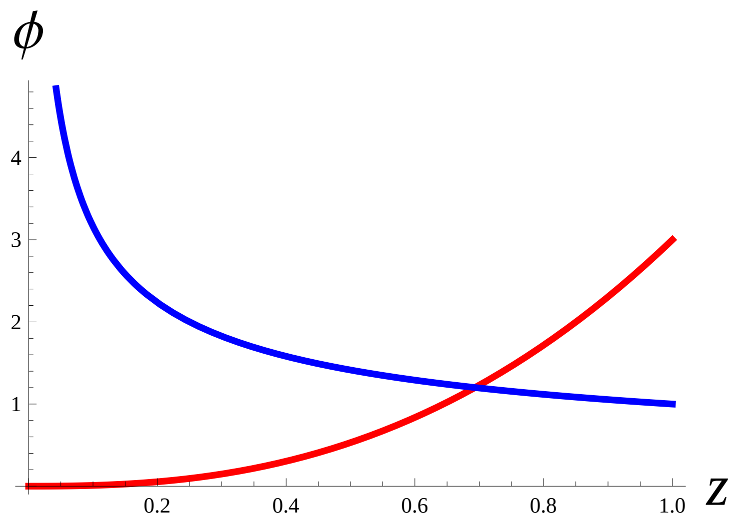


図 7:

AdS/CFT 対応の物性理論への応用

Motivation

非フェルミ流体や高温超伝導体などの強相関量子多体系を理論的に
説明できるモデルの構築

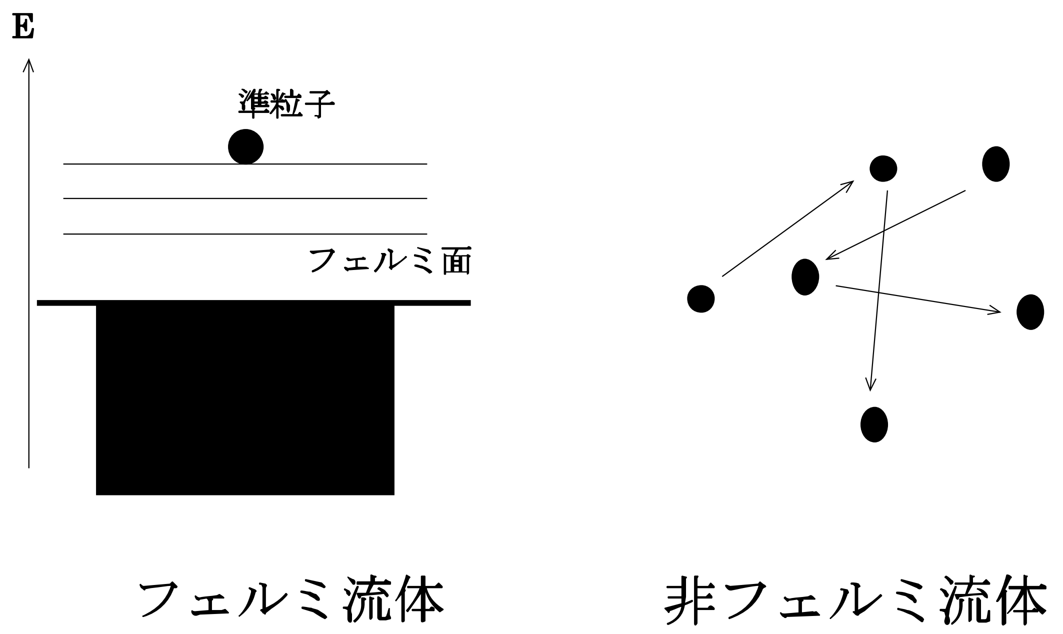


図 8: フェルミ流体と非フェルミ流体

従来の超伝導

理論的解析:　$\Longrightarrow$ BCS 理論（クーパー対（電子対）の形成）

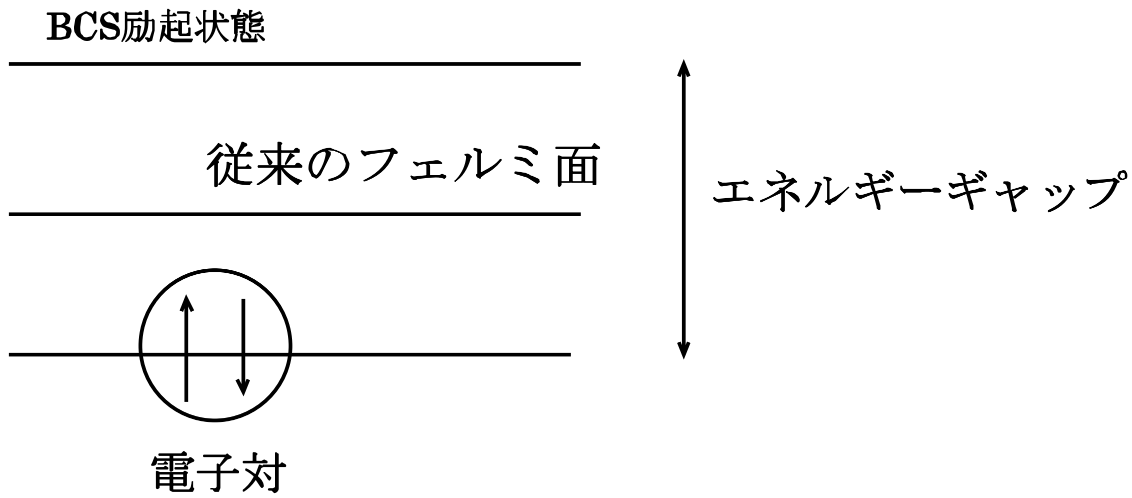


図 9: BCS 状態におけるエネルギーギャップ

非従来型超伝導体（高温で超伝導:相転移温度が 100K 以上）

酸化銅など

$\Longrightarrow$　BCS 理論では説明が困難

$\bigtriangledown$

AdS/CFT duality を用いた非従来型超伝導体の解明が期待される。

通常の超伝導体モデル $\Longrightarrow$
平均場理論による記述 (Ginzburg-Landau theory):

ηを秩序パラメーターとして

$$F_s(\mathbf{r}) = F_N + \alpha(T - T_c)|\eta|^2 + \frac{1}{2}\beta|\eta|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - q\mathbf{A}/c)^2\eta|^2$$

T_c: 二次相転移温度
F_N: 常伝導体における自由エネルギー
F_s: 超伝導体における自由エネルギー
超伝導体の密度：　$n_s = \eta\,\eta^*$
α, β: 超伝導体を特徴付けるパラメーター

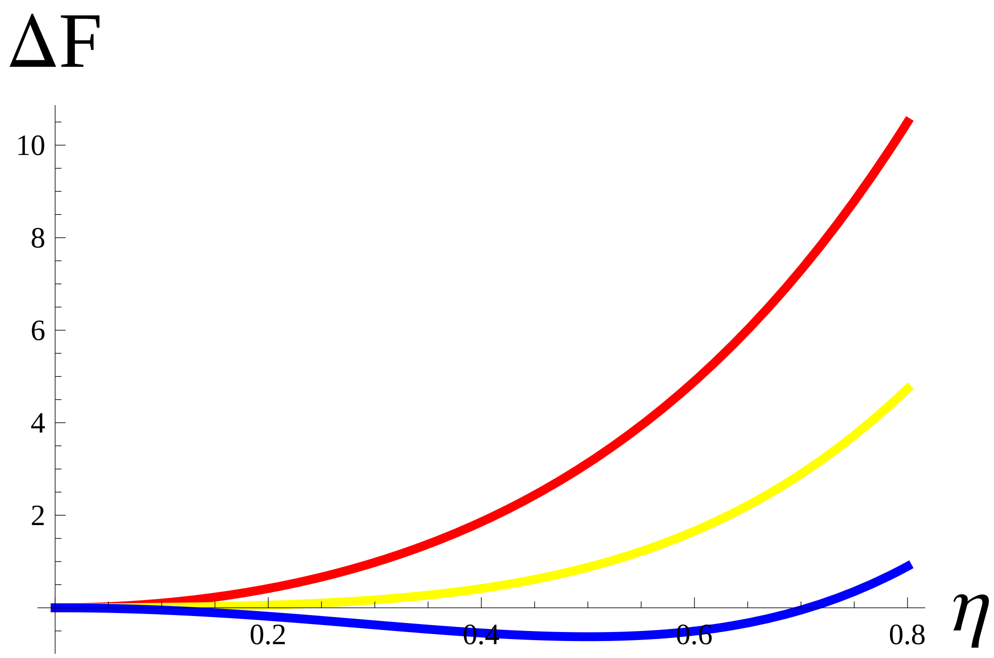


図 10: 自由エネルギー $F_s - F_N$ の温度依存性

基礎方程式：

$$\left[\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla - q\boldsymbol{A}/c)^2 + \alpha(T-T_c) + \beta|\eta|^2\right]\eta = 0$$

超伝導電流：

$$\mathbf{j}_s(\boldsymbol{r}) = -\frac{iq\hbar}{2m}(\eta^*\nabla\eta - \eta\nabla\eta^*) - \frac{q^2}{mc}\eta^*\eta\boldsymbol{A}$$

AdS/CFT duality $\Longrightarrow$

場の理論側のオペレーター$\mathcal{O}$（秩序パラメーター$\eta = \langle \mathcal{O} \rangle$）

$\Longleftrightarrow$ スカラー場　ϕ

$\bigtriangledown$

1. 低温相側　超伝導相 $\Longleftrightarrow$ **スカラー場の "毛" を持つブラックホール解**
2. 高温相側　常伝導相 $\Longleftrightarrow$ **スカラー場の "毛" がないブラックホール解**

$\bigtriangledown$

Black hole no hair theorem に抵触 !?

Black hole no hair theorem

すべてのブラックホール解は質量、電荷、角運動量のみで決まり、バリオン数などの他のパラメーターに依らない(場は無限遠方かホライズンに落ち込む)

$\Longrightarrow$ 負の宇宙項が存在すると、無限遠方でポテンシャルが無限に大きくなるので、抵触しない。

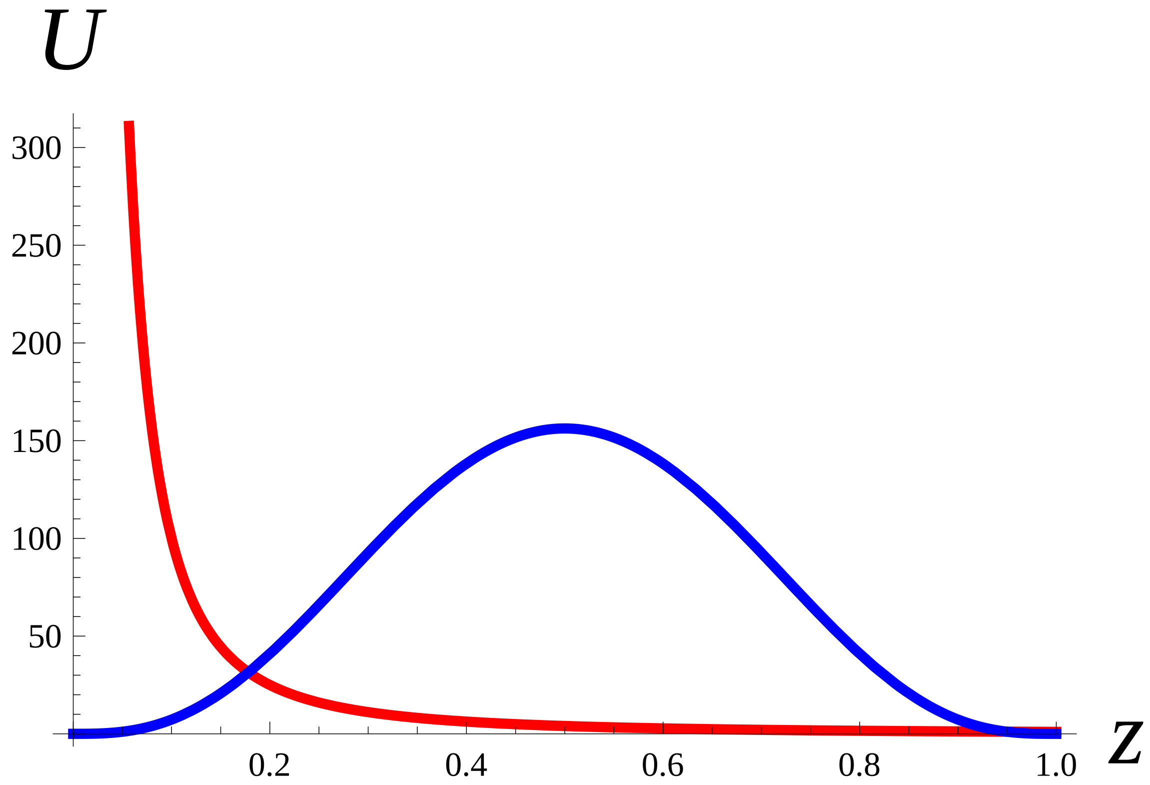


図 11: 漸近的平坦と AdS 時空におけるポテンシャルの違い

グブサー(2008)　$U(1)$ゲージ場と結合する複素スカラー場では、
低温においてのみ毛を持つブラックホール解が存在

Planar Charged black hole　$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(dx^2 + dy^2)$

$$m_{eff}^2 = m^2 - \frac{q^2 A_t^2(r)}{f(r)} < 0 \text{ near horizon}$$

$$A_t = \left(1 - \frac{r_+}{r}\right), \qquad f(r) \sim \left(1 - \frac{r_+}{r}\right)\left(1 - \frac{r_-}{r}\right) \quad (r_+ > r_-)$$

q 複素スカラー場の電荷

r_+: ブラックホールホライズン半径

十分低温$r_+ \to r_-$ではeffective mass が負になる！

超伝導モデルの構築

Hartnoll, Herzog, and Horowitz (HHH) (PRL **101**, 031601 (2008))

◇ 4次元Sch-AdS時空上での複素スカラー場による超伝導体モデルの構築

Basic idea)

$$\text{秩序パラメーター}\,\eta \Longleftrightarrow$$
$$\text{場の理論側のスカラーオペレーター期待値}\,\langle\, \mathcal{O}\,\rangle$$

◇ AdS時空における複素スカラー場のラグランジアン

$$\mathcal{L} \;=\; \frac{L^2\sqrt{-g}}{2\kappa_4^2 e^2}\left(-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - |D\Psi\,|^2 - m^2\,|\Psi|^2\right)$$
$$D_\mu := \partial_\mu - i\,A_\mu \;\; (eA_\mu \to A_\mu, \quad e\Psi \to \Psi\text{と再定義}).$$

運動方程式（プローブ limit ($|e| \to \infty$)）

$$0 = D^2\,\Psi - m^2\,\Psi\;, \qquad 0 = \nabla_\nu F_\mu{}^\nu - i\left[\left(D_\mu\Psi\right)^\dagger\,\Psi - \Psi^\dagger\left(D_\mu\Psi\right)\right]$$

メトリック (Schwarzschild-AdS black hole)

$$ds^2 = \frac{L^2\,\alpha^2(T)}{u^2}\left(-h(u)\,dt^2 + dx^2 + dy^2\right) + \frac{L^2\,du^2}{u^2\,h(u)}\,,$$

$$\alpha(T) = \frac{4\pi T}{3}, \qquad h(u) = 1 - u^3, \qquad u = r_+/r$$

$u = 1$: ホライズン　　$u = 0$： 無限遠方　　r_+: ホライズン半径

Ansatz:

$$\Psi = \Psi(u), \qquad A_\mu = \Phi(u)(dt)_\mu$$

解の漸近的な振舞い

$$\Psi = \Psi^{(-)}\,u^{\lambda_-} + \Psi^{(+)}\,u^{\lambda_+} + \cdots\ (\lambda_+ > \lambda_-), \qquad \Phi = \mu - q\,\alpha(T)\,u + \cdots\,,$$

外場　　秩序パラメーター $\langle\,\mathcal{O}\,\rangle$

μ: 化学ポテンシャル

◇ パラメーターq、ρ、μの間の関係

R-currentの電荷密度$\rho := \langle J^t(x) \rangle = \left.\frac{\delta S_{\text{on-shell}}}{\delta A_t(x)}\right|_{u=0} = \frac{L^2}{2\kappa_4^2}\left(\frac{4\pi T}{3}\right)^2 q$

$m^2 = -\frac{2}{L^2} \Longrightarrow$ two normalizable modes（外場と秩序パラメーターの役割が入れ替わる）

$$\Psi = \Psi^{(1)} u + \Psi^{(2)} u^2$$

AdS/CFT duality $\Longrightarrow$

$$\Psi^{(I)} \Longleftrightarrow \Delta = I \text{ scalar operator } \langle \mathcal{O}_I \rangle \ (I = 1,\, 2)$$

場の理論側のスカラーオペレーターの期待値$\langle \mathcal{O}_I \rangle$は異なるタイプの超伝導体の秩序パラメーターを表す

$$\bigtriangledown$$

安定な毛を持つ解を得るには、どちらか一方のモードのみが存在するよう境界条件を課す

$$\tilde{\Phi} := \Phi/\alpha(T), \qquad \tilde{\Psi} := L\,\Psi.$$

自明解： $\tilde{\Psi} = 0, \qquad \tilde{\Phi} = q(1-u)$

$$\tilde{\Psi}^{(I)} \propto \langle\, \mathcal{O}_I \,\rangle \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$$

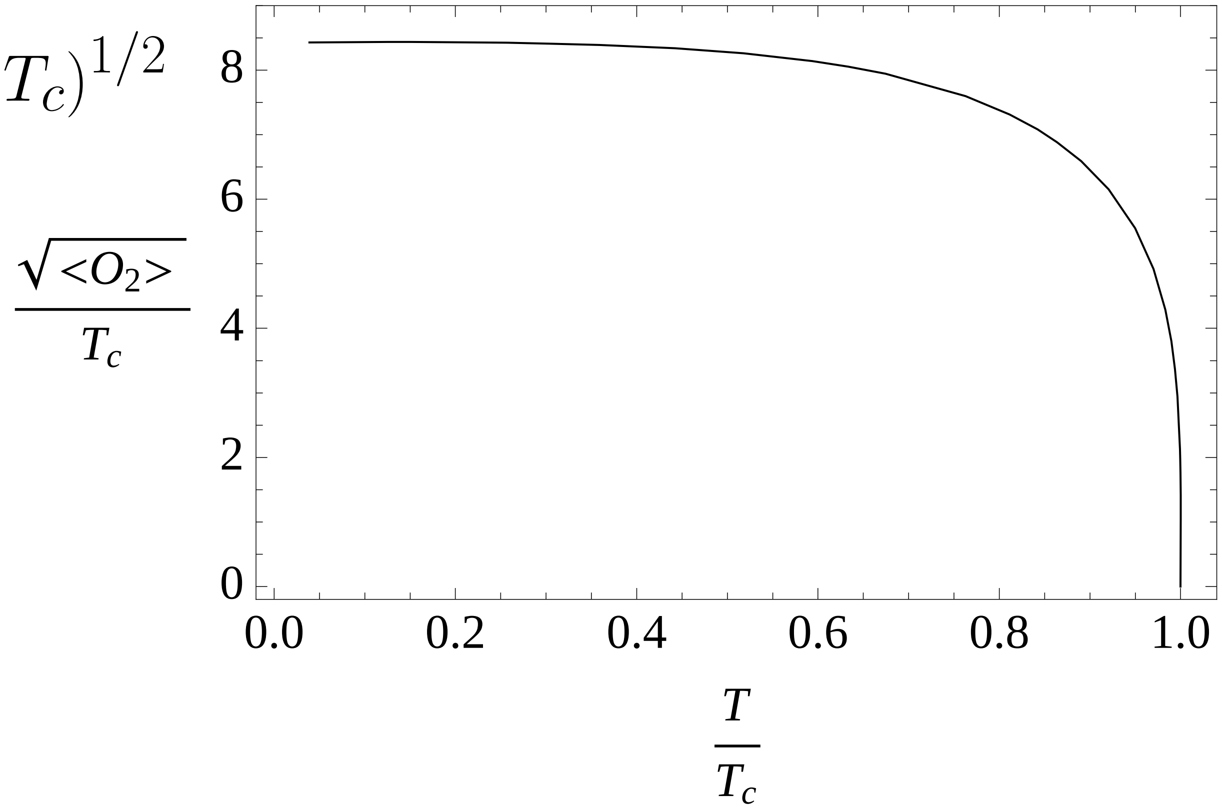


図 12: HHH による数値計算結果

常伝導体から超伝導体への二次相転移はパラメーターqの臨界値のみで決まる

$$q = \frac{\rho}{r_0^2} \propto \frac{\rho}{T^2} > q_c = 4.07 \qquad \text{超伝導体（スカラー場の毛あり）}$$

$$q = \frac{\rho}{r_0^2} \propto \frac{\rho}{T^2} < q_c = 4.07 \qquad \text{常伝導体（スカラー場の毛なし）}$$

◇ Maxwell perturbations and the conductivity

ゲージ場 A_x の摂動方程式（時間依存性 $e^{-i\omega t}$）

$$A_x''(r) + \frac{f'}{f}A_x'(r) + \left(\frac{2}{f^2} - \frac{\Psi^2(r)}{f}\right)A_x(r) = 0, \qquad f(r) = r^2 - r_+^3/r$$

The asymptotic behavior:

$$A_x = A_x^{(-)} + \frac{A_x^{(+)}}{r} + \cdots$$

$$\uparrow \qquad\qquad \uparrow$$

AdS/CFT duality $\Longrightarrow$ 外場 R-current $\langle J_x \rangle$

$$\text{The conductivity } \sigma(\omega) = \frac{\langle J_x \rangle}{E_x^{(+)}} = -\frac{\langle J_x \rangle}{\dot{A}_x^{(+)}} = -\frac{iA_x^{(+)}}{\omega A_x^{(-)}}$$

ホライズン上での境界条件（ingoing wave）

$$A_x(r) \sim f^{-i\omega/3}(r)$$

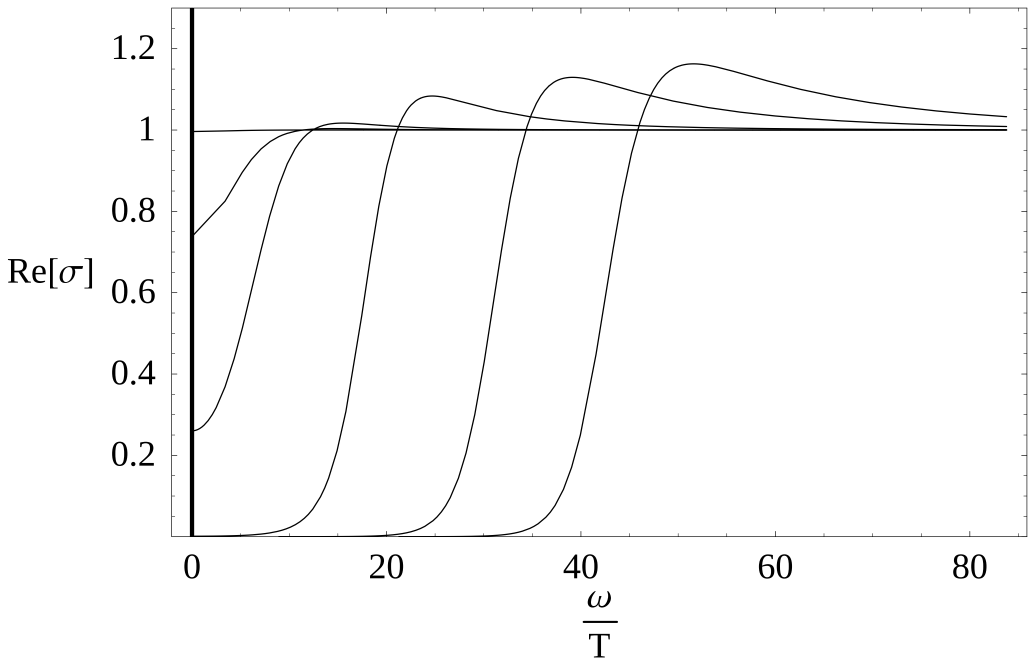


図 13: HHH による $\mathcal{O}_2$ の数値計算結果：１番右側で $T/T_c = 0.0026$

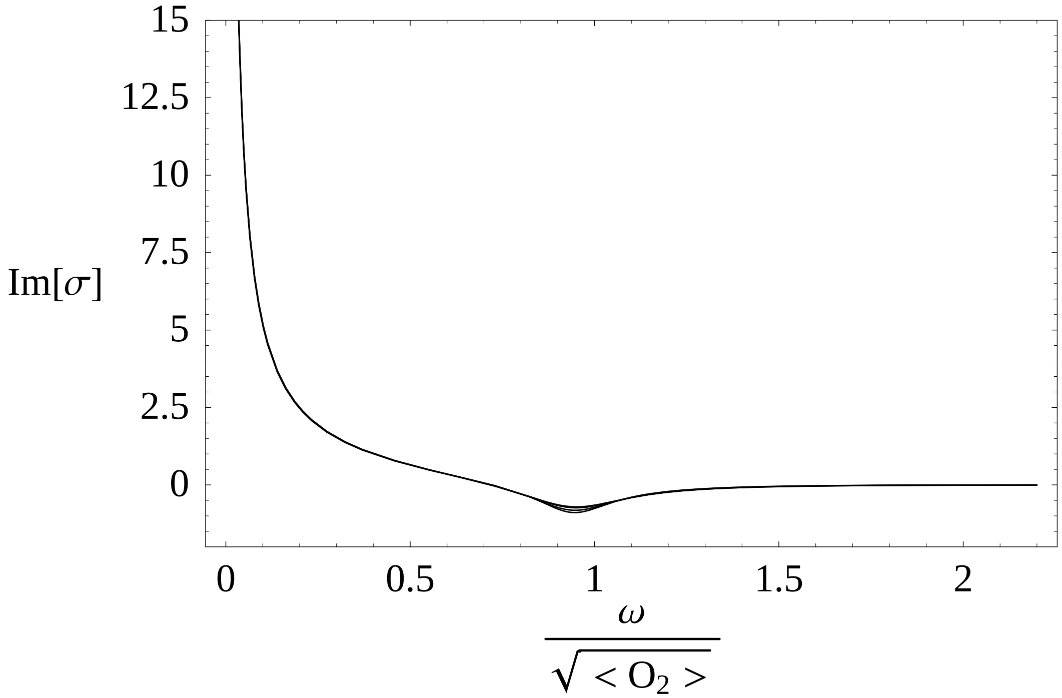


図 14: HHH による $\mathcal{O}_2$ の数値計算結果: $T/T_c = 0.0066$

クラマース・クローニッヒの関係式

$$\mathrm{Im}[\sigma(\omega)] = -\frac{1}{\pi}\mathcal{P}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{Re}[\sigma(\omega')]d\omega'}{\omega' - \omega}$$

$$\bigtriangledown$$

$$\mathrm{Im}[\sigma(\omega)] \sim \frac{1}{\omega} \Longrightarrow \mathrm{Re}[\sigma(\omega)] \sim \pi n_s \delta(\omega) \qquad n_s\text{: superfluid density}$$

ゲージ場 $A_x \sim e^{-i\omega t}$ の摂動により、電気伝導率 $\mathrm{Re}[\sigma(\omega)]$ に**デルタ関数**が存在

non-superconducting component n_n:

$$n_n = \lim_{\omega\to 0} \mathrm{Re}[\sigma(\omega)] \sim e^{-\Delta/T} \quad \text{for} \quad \frac{\Delta}{T} >> 1$$

$\Longrightarrow$ **Δはエネルギーギャップとみなせる**

$$\omega_g \sim 2\Delta \sim \sqrt{\langle \mathcal{O}_2 \rangle} \sim 8.4\,T_c >> 3.54\,T_c \text{ (BCS 理論)}$$

$\bigtriangledown$

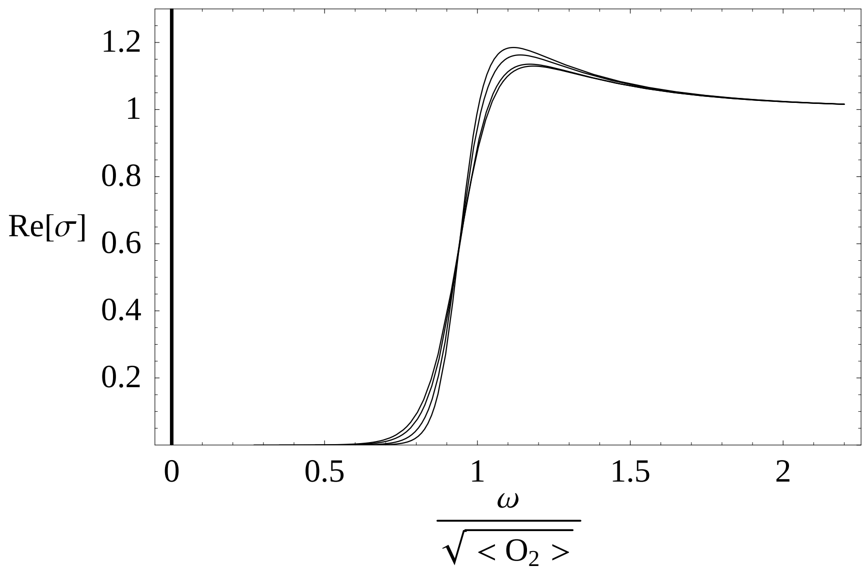


図 15: HHH による $\mathcal{O}_2$ の数値計算結果

プローブ近似 $(|e| \to \infty)$ をやめて、重力の効果やスカラー場の質量を考えてもほぼ $\omega_g \sim 8T_c$!

二次相転移点付近における静的・動的臨界現象(K.M.、夏梅、岡村(2008、2009))

Gaussian model:

$$I[m;T,H] = \int d\boldsymbol{x} \left[\frac{c}{2}(\nabla m)^2 + a_0(T-T_c)m^2 - mH\right]. \tag{1}$$

m: 秩序パラメーター、 H 外部磁場

相関長：

$$\xi \sim (T_c - T)^{-\nu}, \qquad \nu = 1/2 \tag{2}$$

感受率 χ：

$$\chi = \frac{\partial\langle\, m\,\rangle}{\partial H} \propto |T - T_c|^{-\gamma}, \qquad \gamma = 1 \tag{3}$$

Gaussian model における動的臨界現象（熱平衡状態への緩和時間は $T - T_c$ で特徴的な冪で増大)：

$$\chi_{\omega,k} \sim \frac{1}{-i\omega + (ck^2 + a_0(T-T_c))}, \qquad k: \text{ 波数} \tag{4}$$

緩和時間 $\tau_{k=0} \sim \xi^z \quad z = 2$ (z: 動的臨界指数)

HHH model $\Longleftarrow$ AdS/CFT duality を用いた計算

- 相関長 ξ の導出：　複素スカラー場 Ψ の静的摂動解

- スカラー場の感受率 χ:

$$\chi = \frac{\delta\Psi^{(+)}}{\delta\Psi^{(-)}} \tag{5}$$

　ソースターム入りの Ψ の静的摂動解から導出

- 緩和時間 τ の導出：　複素スカラー場の Quasi-normal mode の計算

$$\bigtriangledown$$

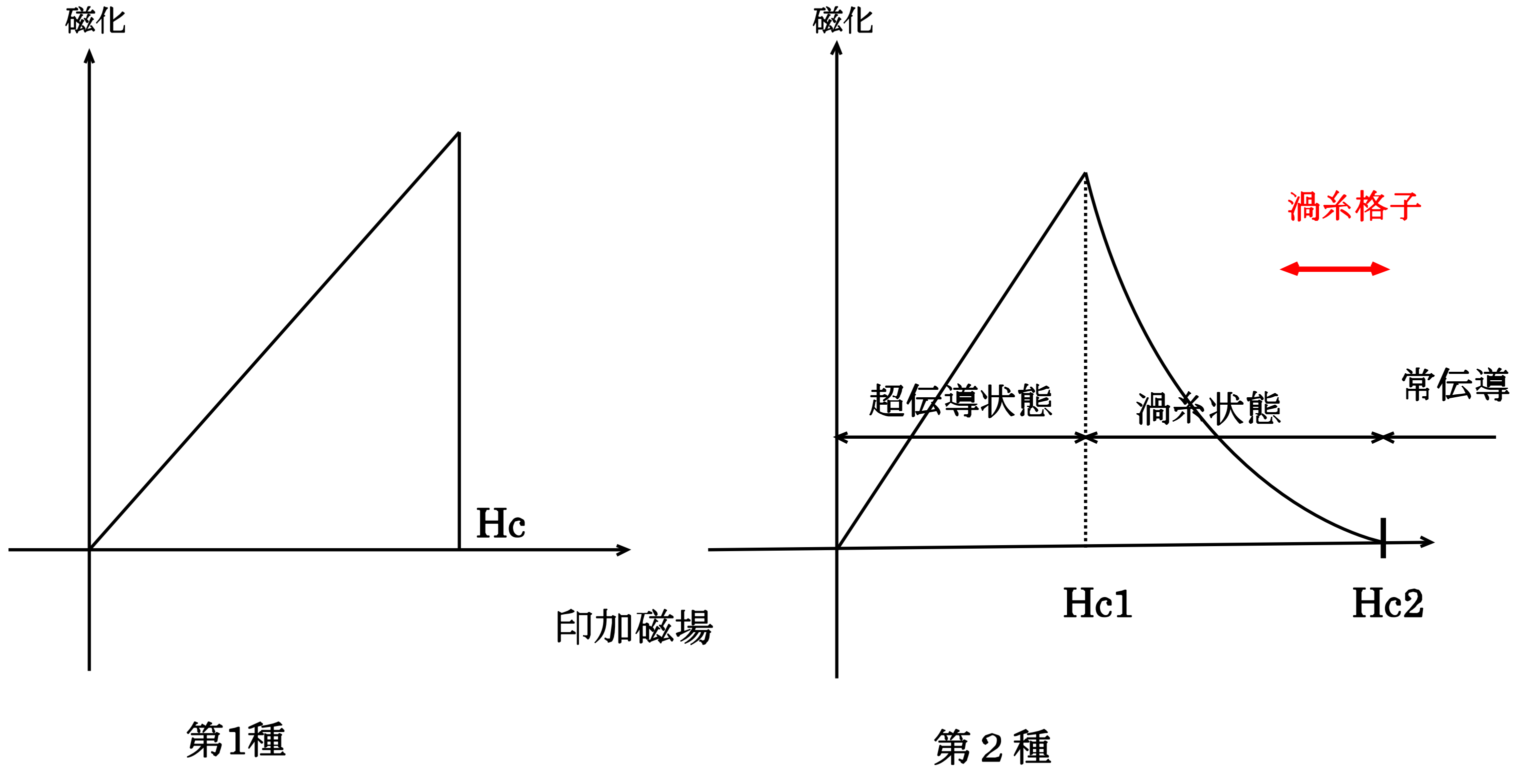
これらの計算結果は、すべて Gaussian model と一致

　ホログラフィックな超伝導体モデルは平均場理論に従い、モデル A に属する

4　ホログラフィック超伝導体の外部磁場中での振る舞い

4.1　渦糸格子解の構築

◇ 通常の物性系における超伝導の振舞い



H_{c1} ：下部臨界磁場　　H_{c2}: 上部臨界磁場

Holographic superconductor　　　Type I or Type II?

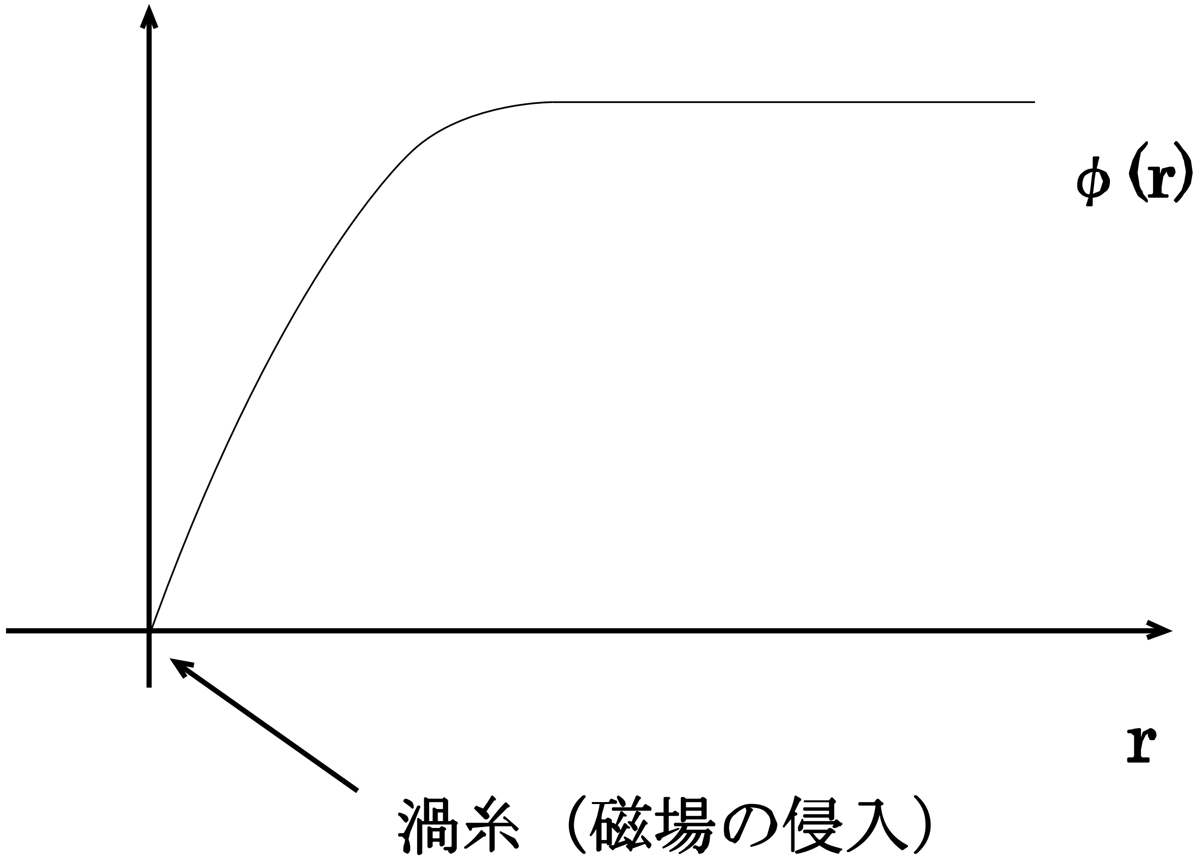


図 16: r は動径座標、ϕ は秩序パラメーター

Albash and Johnson(2009), Montull, Pomarol, Silva(2009)
HHH モデルで数値計算において１個の渦糸解を構築

Montull, Pomarol, Silvaによる数値解

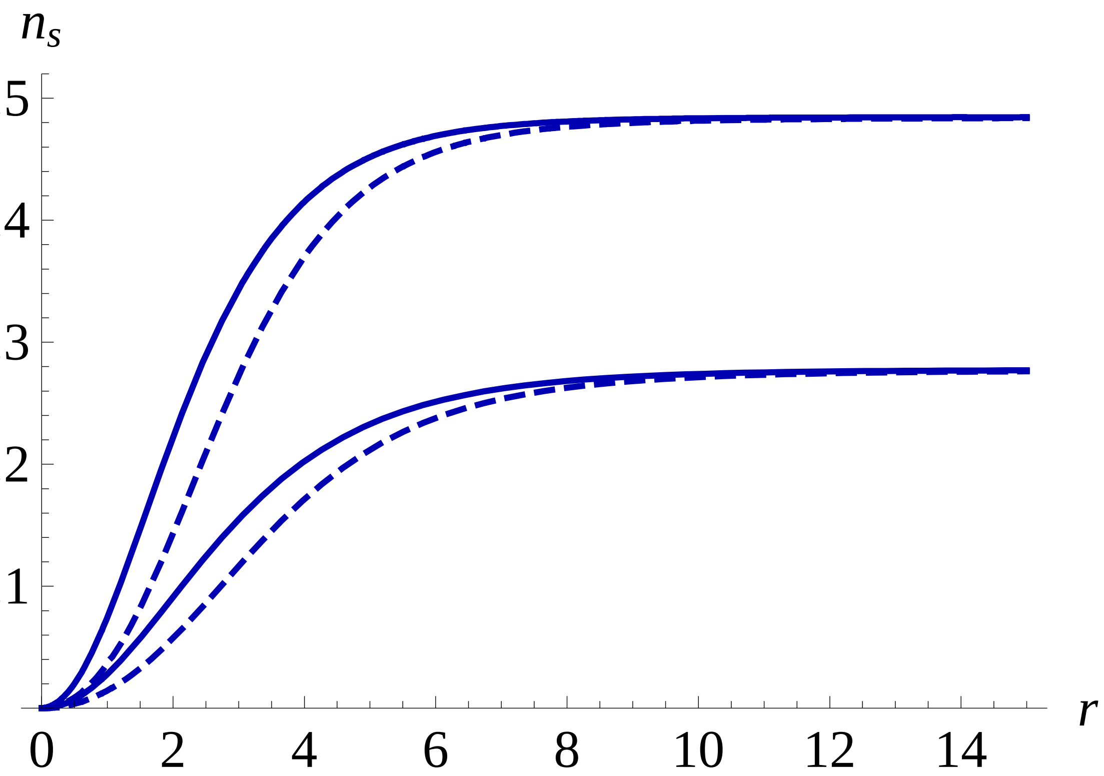


図 17: 破線：$n = 2$　　　実線：$n = 1$. 上（下）の曲線は$m^2 = 0$ $(m^2 = -2)$

$$\Psi \sim e^{in\phi} \tag{6}$$

渦糸格子

二次相転移点（上部臨界磁場 $H \sim H_{c2}$）付近では、渦糸解よりも渦糸が格子上に多数整列された渦糸格子解ができる

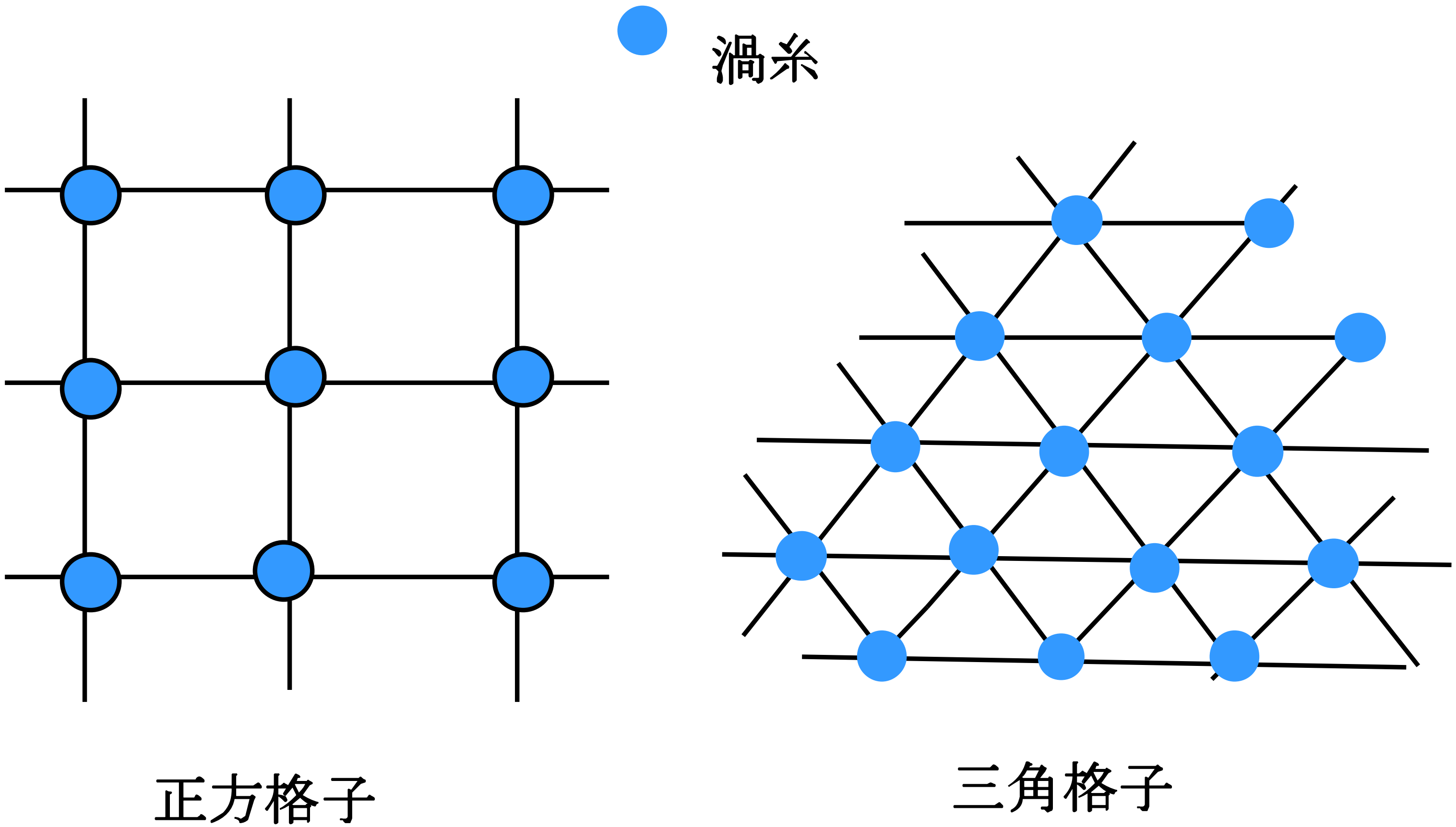


図 18: 正方格子と三角格子

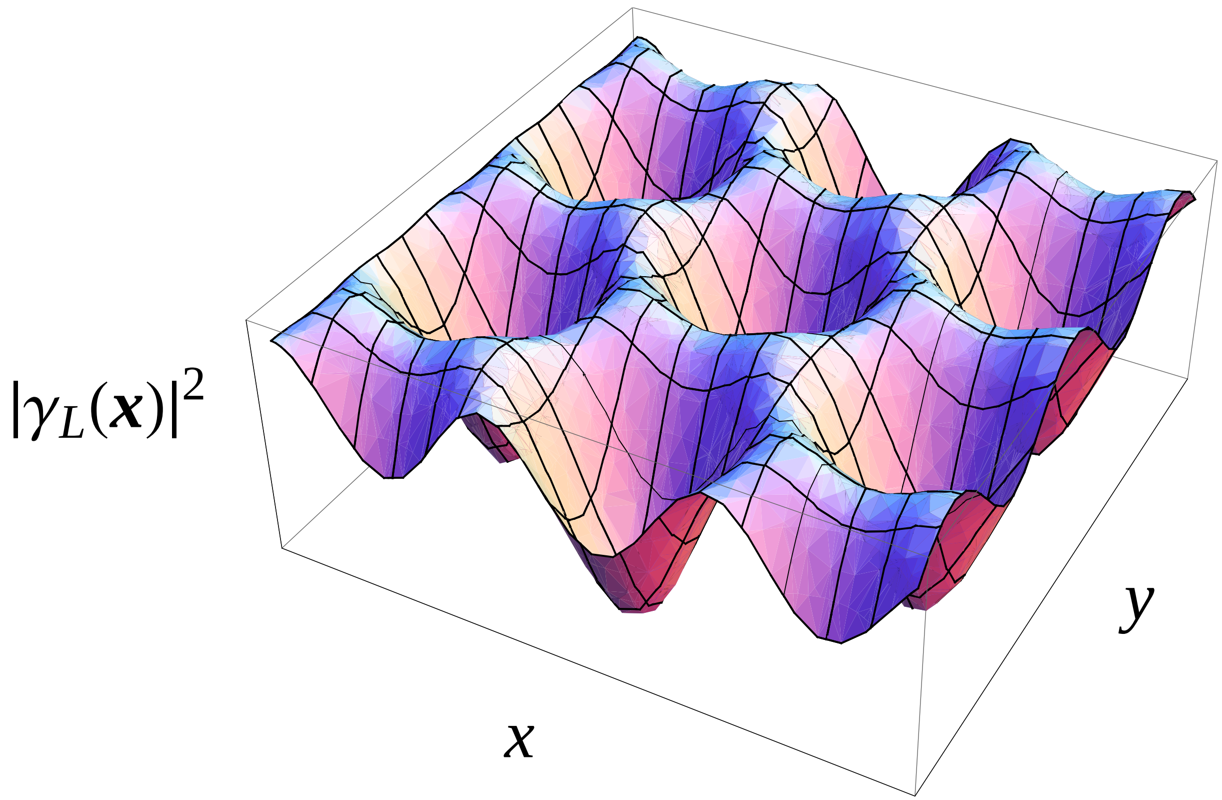


図 19: The vortex lattice structure for the triangular lattice in the (x, y)-plane. The vertical line represents $\sigma = |\gamma_L|^2$ and vortex cores are located at $|\gamma_L| = 0$.

ホログラフィックな拡張(K.M, 岡村、夏梅 (2009))

- 変数分離解　$\Psi(u, \boldsymbol{x}) = \rho(u) \times \gamma_L(\boldsymbol{x})$ の重ね合わせによる渦糸格子解の構築
- 長波長極限において三角格子解が一番エネルギーが低いことを（半）解析的に示す（実験との比較が可能）.

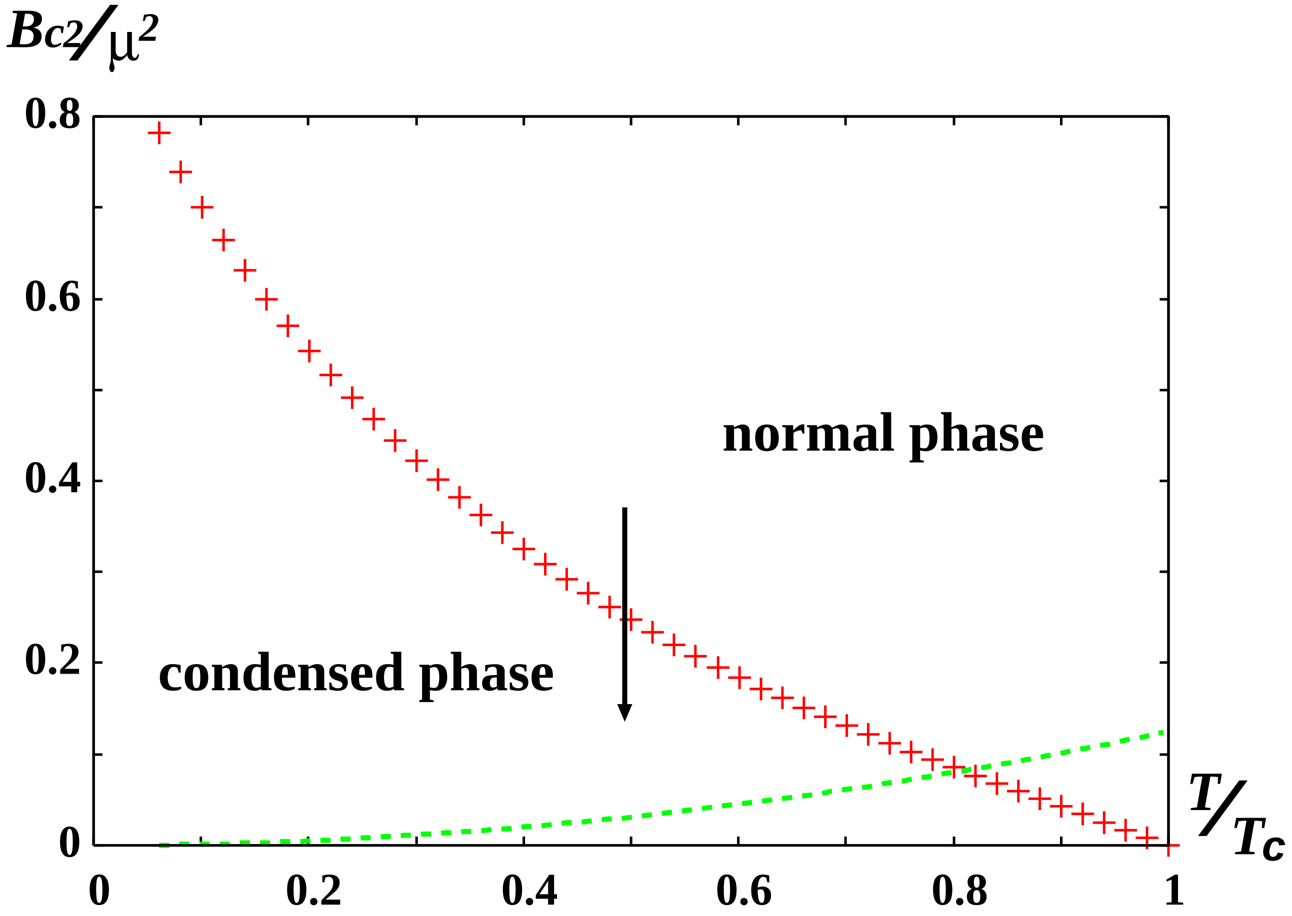


図 20: $(m^2/L^2 = -2 \text{ case})$

$\rho_0(u)$ の解：

境界条件 $\Longrightarrow$ ホライズン上で正則かつ無限遠方で速く落ちるモード

- ヤンーミルズ場による p-wave 超伝導体モデルの構築（Gubser, Pufu(2008)）$\Longrightarrow$ 方向により異なるエネルギーギャップの導出
- string theory/M-theory への埋め込み（2009）
  Gubser, Herzog, Pufu, Tesileanu（複素スカラー場モデルの string theory への埋め込み)
  Gauntlett, Sonner, Wiseman（複素スカラー場モデルの M theory への埋め込み）
- 超流動特有の第二音波（温度揺らぎの波）の導出（ Herzog, Pufu(2009) Amado, Kaminski, Landsteiner(2009)）
  ２流体モデル $\Longrightarrow$ $v_2 \sim \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_n}} \sim \sqrt{1 - T/T_c}$
- non-Fermi 液体的な振る舞いの発見（Hong Liu et.al(2009) ）
- 超伝導体モデルにおけるバンドギャップ(Faulkner, Horowitz, McGreevy, Roberts, Vegh(2009))
- d-wave superconductor の構築、$\cdots$

境界理論：スカラーオペレーター$\mathcal{O}$ $\Longrightarrow$ フェルミオンオペレーター χ

△ △

バルク： 複素スカラー場Ψ ディラック場ψ

AdS/CFT 対応 $\Longrightarrow$

バルク（RN-AdS_4）上でディラック方程式

$$\Gamma^M \left(\partial_M + \frac{1}{4}\omega_{abM}\Gamma^{ab} - iqA_M \right) \psi - m\psi = 0 \tag{7}$$

を解き、境界上の二点相関関数$G_R \sim \langle \{\chi, \chi^\dagger\} \rangle$を求める。

▽

$\mathrm{Im}\, G_R$からフェルミオン場χのスペクトル関数を求める

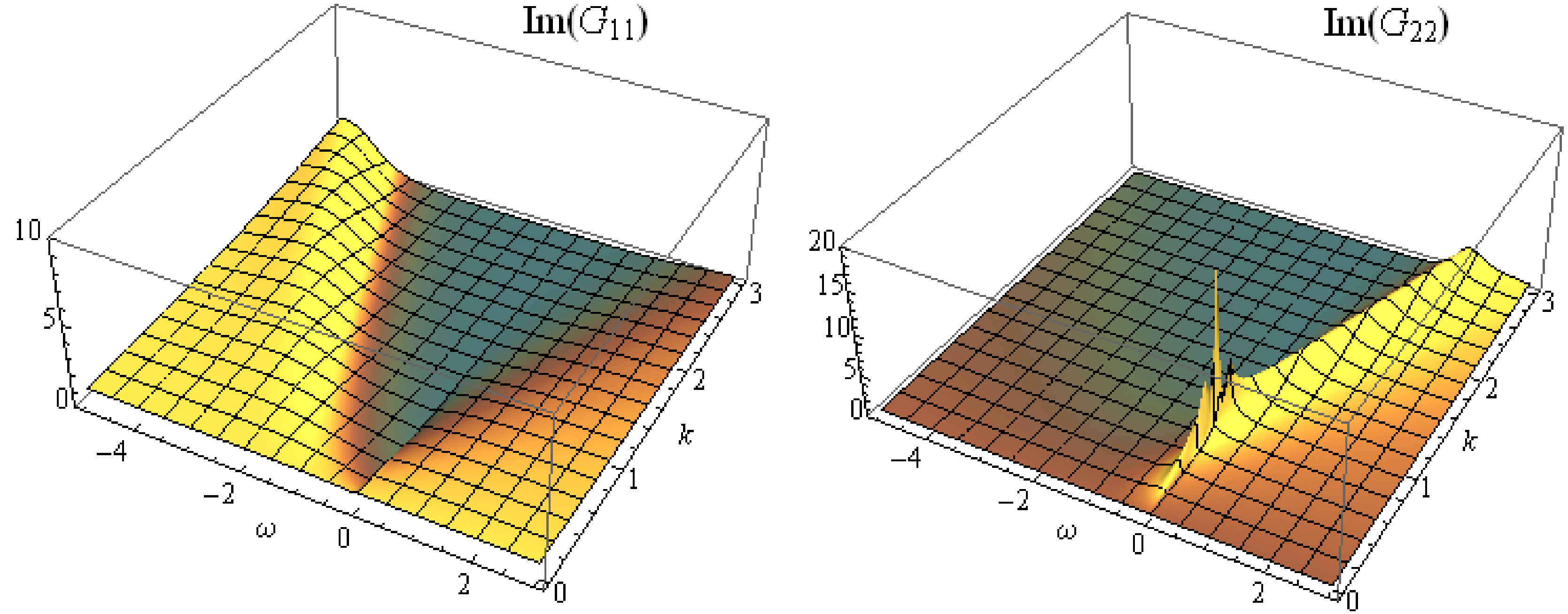


図 21: Extreme RN-AdS_4 上でのスペクトル関数（$m^2 = 0$ case）　H. Liu et. al (2009)

- $\omega \sim 0, \quad k = k_f \sim 0.9185$ に鋭いピークが存在 $\Longrightarrow$ フェルミ面近傍の準粒子 !?
- $k_\perp = k - k_f$ として

$$\omega \sim k_\perp^{2.09}, \qquad \text{化学ポテンシャル} \qquad \mu_q := \sqrt{3}\ (T = 0)$$

- $\omega \sim k >> \mu_q$ でピークが存在。しかし非常になだらかな丘になっている

一方、フェルミ液体では、$\omega \sim k_{\perp}$

▽

鋭いピークはフェルミ面の存在を暗示させるが、ランダウのフェルミ液体論とは異なる振る舞い

▽

AdS/CFT 対応における場の理論側の強結合効果の表れ !?

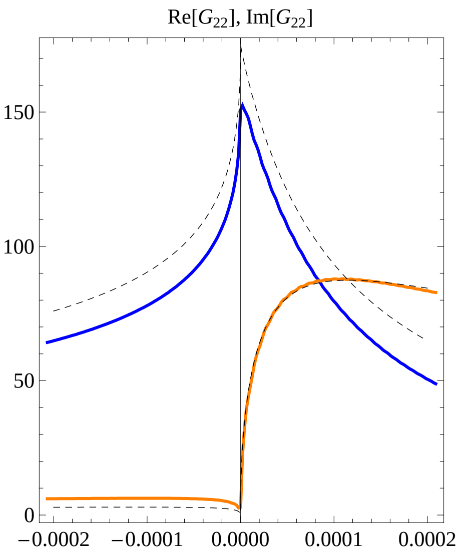


図 22: $k = 0.925 > k_f$ におけるスペクトル関数
H. Liu et. al (2009)

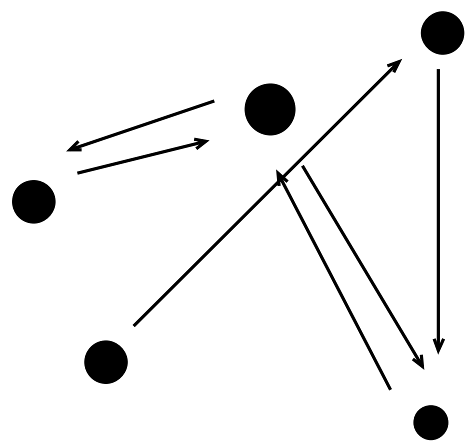


図 23: 粒子は強い相互作用により、ゼロ温度でも安定した状態が存在しない

Holographic superconductor における難点

Bulk theory（U(1) ゲージ場と結合した複素スカラー場）$\Longrightarrow$

local gauge symmetry is broken below $T = T_c$

Boundary theory (Strong coupling field theory with R-charge) $\Longrightarrow$

global gauge symmetry is broken below $T = T_c$

$\bigtriangledown$

No dynamical photon exists!

$\Longrightarrow$

磁気侵入長は Holographic superconductor では定義できない

Holographic superconductor $\Longrightarrow$ Holographic superfluid?

今後の課題と展望

- 強相関電子系で登場するモット絶縁体—超伝導体相転移がホログラフィックモデルで理解できるか？

もし構築できるならば、それぞれの相に対応するバルク解はどの様な構造（通常のブラックホール解とは異なる!?）を持っているのか？　絶縁体に対応するブラックホール解!?

▽

出発点：ホログラフィック理論によるバンド理論に基づいた絶縁体モデル（周期構造を持つBH解？）の構築

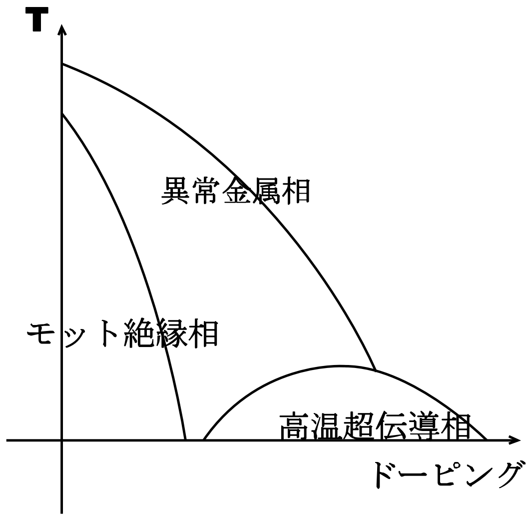


図 24: 強相関電子系の相図

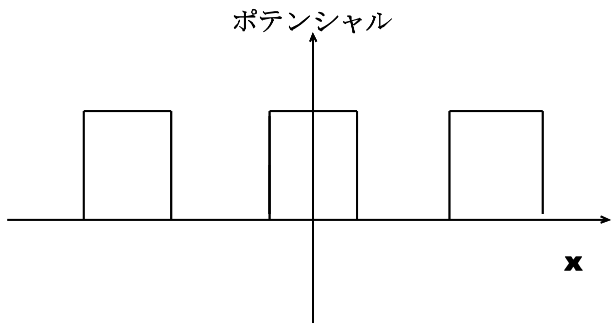


図 25: 周期ポテンシャルによるバンド構造

Einstein-Maxwell 理論における空間的な周期構造を持つ AdS ブラックホール解の構築（K.M、岡村、古賀 (2011)）

空間的に一様な化学ポテンシャル $\mu \Longrightarrow \mu(\boldsymbol{x})$

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2}\Big[-g(u)[1+\epsilon(Y(u)+2F(u))\cos qx]dt^2 + \frac{1+\epsilon(Y(u)+2F(u))\cos qx}{g(u)}du^2 + (1+2\epsilon F(u)\cos qx)(dx^2+dy^2)\Big], \tag{8}$$

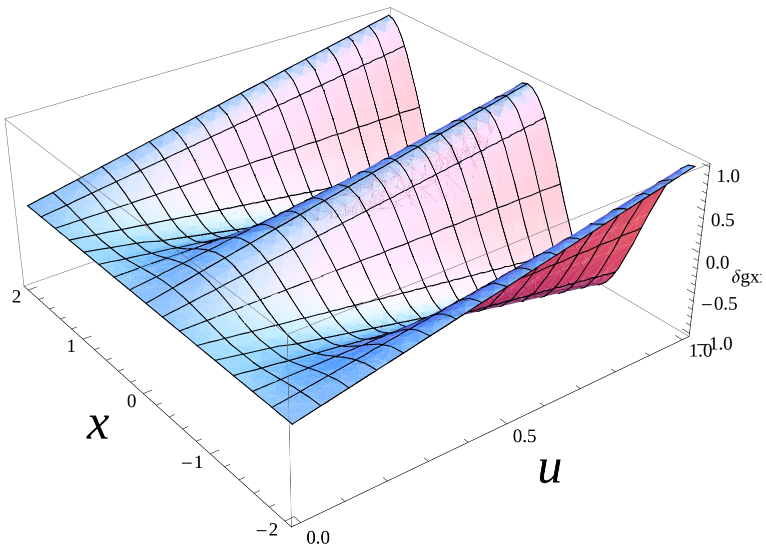
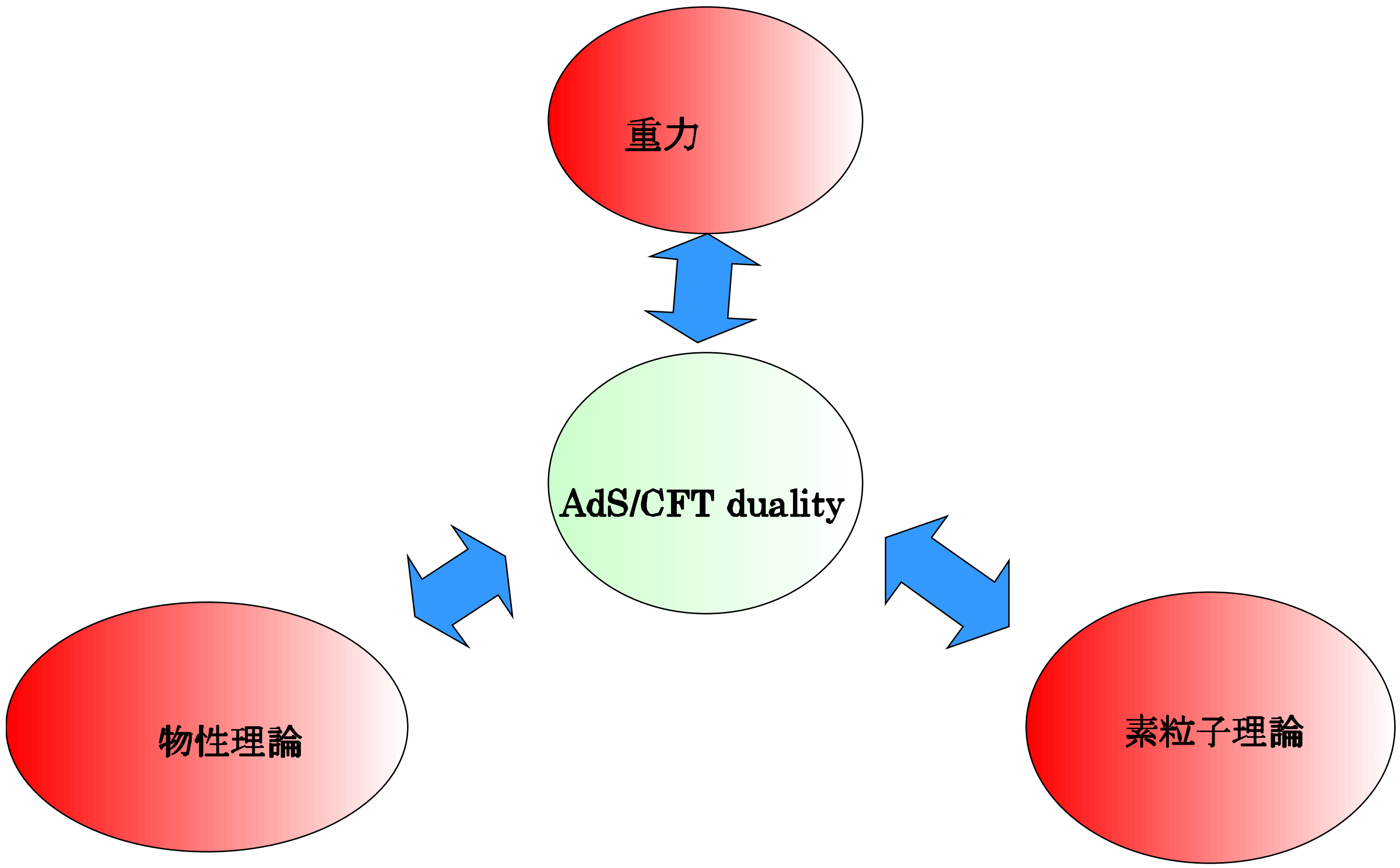


図 26: 非一様な化学ポテンシャルによる RN-AdS 解



AdS/CFT対応は様々な理論をつなぐ魔法の理論！?