de Sitter時空上の相互作用場について

京大基研D1 高麗雄介

de Sitter時空の量子的安定性・ 不安定性

- de Sitter上の場の量子論
  - 量子場のback-reactionでdS不安定 (Ford etc....)

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G \langle T_{\mu\nu} \rangle$$

- (摂動的)量子重力
  - $\langle h_{\mu\nu} \rangle$が時間的に発展 (Tsamis and Woodard)

ゲージ不変でない

- 量子場によるback-reaction云々のまえに、

  de Sitter時空上の場の量子論の枠組みを理解すべし
  - 場の理論の持つべき性質はあるか？
    - 特にクラスター分解性:

$$\lim_{\lambda\to\infty} W_n(x_1, \cdots, x_j, x_{j+1} + \lambda a, \cdots, x_n + \lambda a) = W_j(x_1, \cdots, x_j) W_{n-j}(x_{j+1}, \cdots, x_n)$$

対称性を持つモデル

- gravitonを意識して
  shift symmetry $\phi \to \phi + \mathrm{const.}$ をもつスカラー場モデル

$$\boxed{S = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + \lambda (g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi)^2}$$

  - ``ゲージ不変"で、localな場の相関

$$\langle \partial_{\mu_1} \phi(x_1) \partial_{\mu_2} \phi(x_2) \cdots \partial_{\mu_n} \phi(x_n) \rangle$$

  - Euclidean vacuum (Allen, Marolf and Morrison, etc.)
    - Euclidean de Sitter = sphere上の場の理論
    - Lorentzianへ解析接続
    - Lorentzian de Sitter上の相関を得る

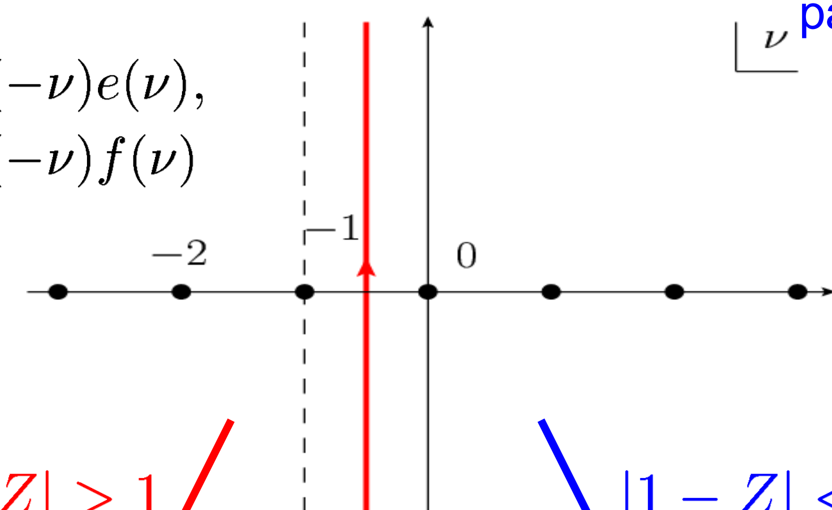
摂動計算の方法

- propagatorのBarnes表示

$$\langle \partial_{\mu_1}\phi(x_1)\partial_{\mu_2}\phi(x_2)\rangle = g_{\mu_1,\mu_2}E(Z_{12}) + n_{\mu_1}n_{\mu_2}F(Z_{12})$$

parallel propagator

$\Gamma(-\nu)e(\nu),$
$\Gamma(-\nu)f(\nu)$

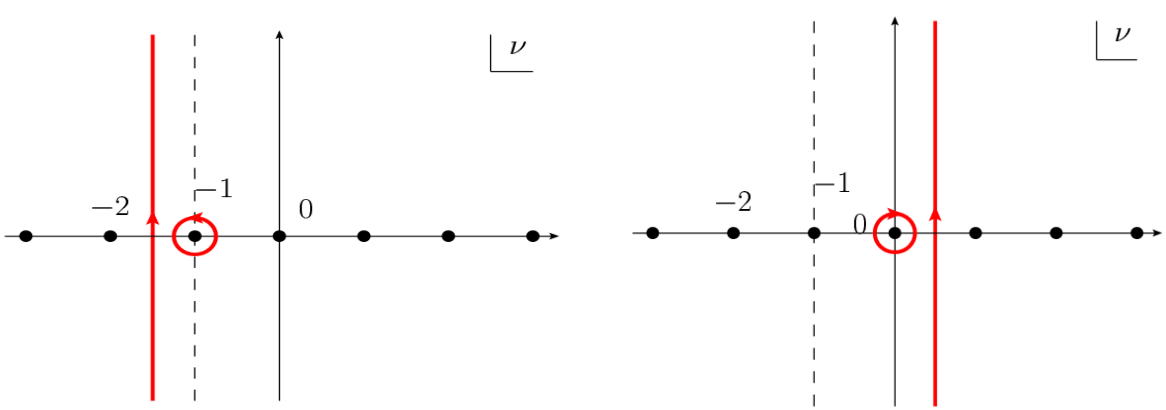


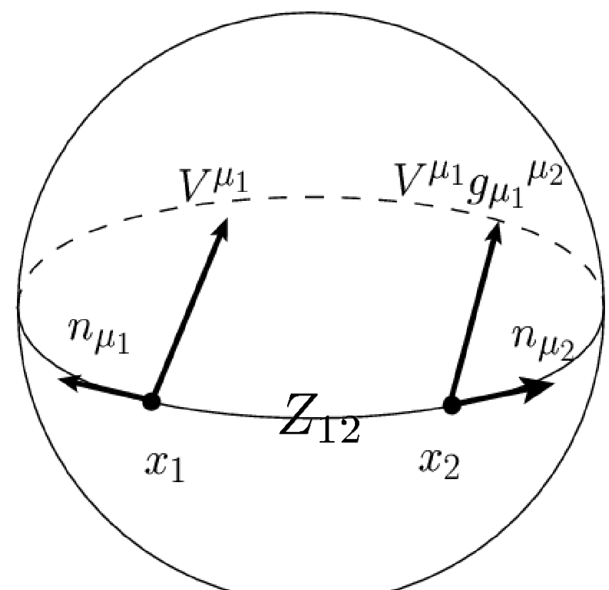
$$E(Z) = \int_\nu \left(\frac{1-Z}{2}\right)^\nu \Gamma(-\nu)e(\nu)$$

$$F(Z) = \int_\nu \left(\frac{1-Z}{2}\right)^\nu \Gamma(-\nu)f(\nu)$$

$|1-Z|>1$

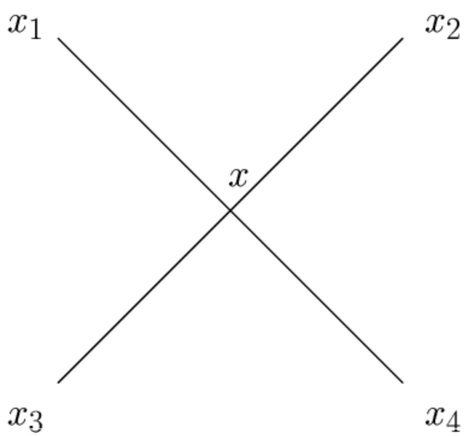
$|1-Z|<1$





摂動計算の方法

- treeレベルで4点相関: $\langle \partial_{\mu_1}\phi(x_1)\partial_{\mu_2}\phi(x_2)\cdots\partial_{\mu_4}\phi(x_4)\rangle$



$$\ni \int_x F(Z_{1x})\cdots F(Z_{4x}) n_{\mu_1}(x_1,x)\cdots n_{\mu_4}(x_4,x)$$

$$= \sum \boxed{(\cdots)_{\mu_1,\cdots,\mu_4}} G(Z_{12},\cdots,Z_{34})$$

外点に関する $g_{\mu,\nu}$, n_μ で書ける

$n_{\mu_1}(x_1,x_2), g_{\mu_1,\mu_2}(x_1,x_2)$ などで縮約して評価

$$G(Z_{12},\cdots,Z_{34})$$

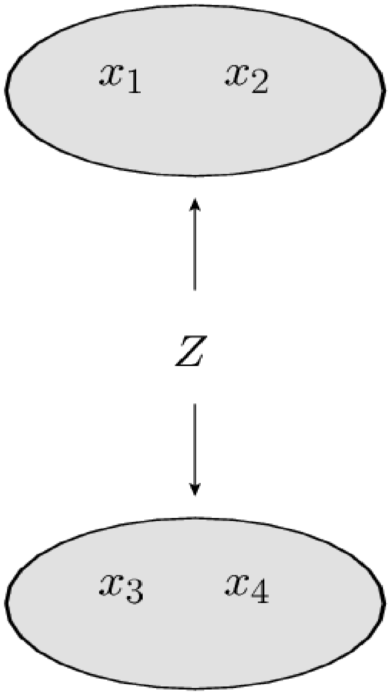
$$= \int_{(h)} \left(\frac{1-Z_{ij}}{2}\right)^{h_{ij}} \Gamma(-h_{ij}) \int_{(k)} \left(\frac{1+Z_{ij}}{2}\right)^{k_{ij}} \Gamma(-k_{ij}) \times \boxed{V(h_{ij},k_{ij})}$$

analytic in $\sum_j h_{ij} + \sum_j k_{ij} > -1$

- 他の項も同様

クラスター分解性

- $h_{12}, h_{34}, k_{12}, k_{34}$ を各複素平面上で右へ、残りを左へ
- $Z_{13}, Z_{14}, Z_{23}, Z_{24} \approx Z$
  - $\dfrac{1-Z}{2}$ のベキ： $h_{13}+h_{14}+h_{23}+h_{24} := H$
  - $\dfrac{1+Z}{2}$ のベキ： $k_{13}+k_{14}+k_{23}+k_{24} := K$
- $V(h_{ij}, k_{ij})$ の解析性： $H+K>-2$



$$\boxed{\begin{aligned} &G(Z_{12}, \cdots, Z_{34}) \\ &\approx Z^{-2} \text{ @ large separation} \end{aligned}}$$

$$\left(\begin{aligned} &G(Z_{12}, \cdots, Z_{34}) \\ &= \int_{(h)} \left(\frac{1-Z_{ij}}{2}\right)^{h_{ij}} \Gamma(-h_{ij}) \int_{(k)} \left(\frac{1+Z_{ij}}{2}\right)^{k_{ij}} \Gamma(-k_{ij}) \\ &\qquad \times V(h_{ij}, k_{ij}) \end{aligned} \right)$$

de Sitter QFTに関連する問題

- 宇宙論:
  de Sitterのflat chartで、in-in formalismで $i\epsilon$ 処方により定義される相関

- flat chartのin-in相関 = Euclidean相関？
  - massive スカラー場　ϕ^n 理論では両者は一致
    Higuchi, Marolf and Morrison (2010)
  - shift symmetric スカラー場ではどうか？
    - わからない
    - H, M & M の方法を単純に適用しても示されない
    - 他のアプローチが必要と思われる

まとめと展望

- massless相互作用場に対してEuclidean vacuumを定義
  - 相関のクラスター性を treeレベルで確認（当たり前？）
  - all orderでシステマティックに示せるか？
- 一般のvector propagator (多分tensor propagatorも) の摂動計算に適用できる形式
  - 実は原理的には既存のformalism (Marolf and Morrison) で評価できそうである
- flat chart in-in = Euclidean ?
- gravitonの効果による
  de Sitter時空の安定性・不安定性の議論

付録

- master integralの改良の必要性
  - vector（的） propagatorを用いるとき、次が必要

$$(*)\quad \int_x \left(\frac{1-Z_{1x}}{2}\right)^{\nu_1}\left(\frac{1+Z_{1x}}{2}\right)^{\mu_1}\cdots\left(\frac{1-Z_{nx}}{2}\right)^{\nu_n}\left(\frac{1+Z_{nx}}{2}\right)^{\mu_n}$$
$$\times n_{\mu_1}(x_1,x)\cdots n_{\mu_n}(x_n,x)$$

  - sphere上の積分だから、対称性からベクトルの足は全て外点に関する $g_{\mu,\nu}$, n_μ などで表せる
  - それらで(*)の足を縮約したものを評価

$$\prod\left(\frac{1-Z_{ij}}{2}\right)^{\alpha_{ij}}\left(\frac{1+Z_{ij}}{2}\right)^{\beta_{ij}}$$
$$\times\int_x \left(\frac{1-Z_{1x}}{2}\right)^{\nu_1'}\left(\frac{1+Z_{1x}}{2}\right)^{\mu_1'}\cdots\left(\frac{1-Z_{nx}}{2}\right)^{\nu_n'}\left(\frac{1+Z_{nx}}{2}\right)^{\mu_n'}$$

付録

- 評価にはM & Mのmaster integralを使う

$$\int_x \left(\frac{1-Z_{1x}}{2}\right)^{\nu_1} \left(\frac{1+Z_{1x}}{2}\right)^{\mu_1} \cdots \left(\frac{1-Z_{nx}}{2}\right)^{\nu_n} \left(\frac{1+Z_{nx}}{2}\right)^{\mu_n}$$

$$= \mathcal{M}(\nu_1, \cdots, \mu_1, \cdots ; X_1, \cdots, X_n, -X_1, \cdots, -X_n)$$

$$= \int_{(h)} \left(\frac{1-Z_{ij}}{2}\right)^{h_{ij}} \Gamma(-h_{ij}) \int_{(k)} \left(\frac{1+Z_{ij}}{2}\right)^{k_{ij}} \Gamma(-k_{ij}) \times W(h_{ij}, k_{ij}, \nu_i, \mu_i)$$

$W(h_{ij}, k_{ij}, \nu_i, \mu_i)$: analytic in regions defined by itsarguments

  - これを ν_i, μ_i 積分すれば、残された被積分関数は $H_i + K_i > -1$ においてanalytic