

# ループ量子重力の線形化された 重力場への適用について

京都大学 M2 野村紘一

参考 M.Varadarajan, Phys. Rev. D66, 024017 (2002)

# 1. ループ量子重力とは

現在、量子重力理論は未完成

その有力な候補として、超弦理論とループ量子重力理論が挙げられる

## 超弦理論

重力も含めた自然界の4つの力の統一を目指す

理論の整合性から10次元の時空を要請

## ループ量子重力理論

一般相対性理論の4次元時空内での正準量子化を目指す

正準変数として新たな変数を用いる

# 従来の正準量子化の手法

---

ADM分解

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} N_a N^a - N^2 & N_b \\ N_b & h_{ab} \end{pmatrix}$$

正準変数

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{ab} \\ p^{ab} = \frac{\partial L}{\partial \dot{h}_{ab}} = \frac{\sqrt{h}}{16\pi} (K^{ab} - Kh^{ab}) \end{array} \right.$$

ポアソン括弧

$$\{h_{ab}(x), p^{cd}(y)\} = \delta_a^c \delta_b^d \delta(x, y)$$

→ うまくいかない

# Loop量子重力の手法

トライアドを導入  $h_{ab} e_i^a e_j^b = \delta_{ij}$

正準変数  $\left\{ \begin{array}{l} E_i^a = \sqrt{h} e_i^a \\ A_a^i = \Gamma_a^i + \gamma K_a^i \end{array} \right.$

Extrinsic curvature  $K_a^i = K_{ab} e^{bi}$

Brbero-Immirzi parameter  $\gamma$

Spin connection  $\Gamma_a^i$

ポアソン括弧  $\{A_a^i(x), E_j^b(y)\} = 8\pi G \gamma \delta_j^i \delta_a^b \delta(x, y)$

ただし実際には、以下のホロノミーとフラックスを基本的を用いる

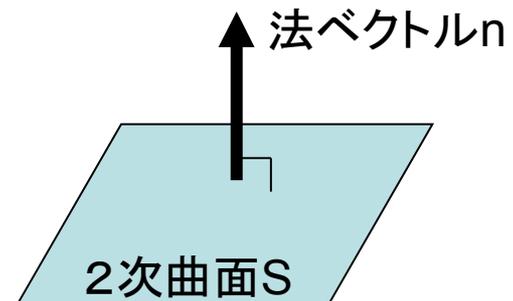
ホロノミー 
$$h[A, c] = \hat{P} \exp\left(\int_c ds \dot{c}^a(s) A_a^i(c(s)) \tau_i\right)$$

接続Aを曲線cに沿って積分したものの指数

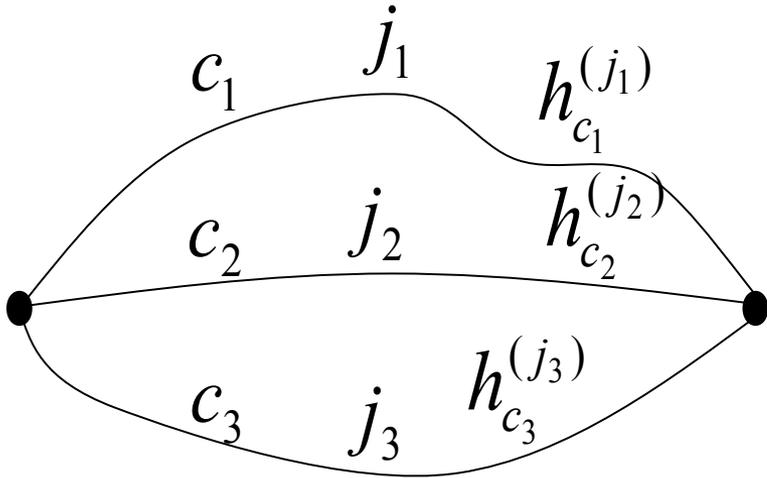
フラックス 
$$E_i[S] = \int_S dS n_a E_i^a$$

トライアドを面S上で積分したもの

$$\tau_i = -i\sigma_i/2 \quad \sigma_i : \text{パウリ行列}$$



# Spin network functionが状態空間のCONSとなる



Spin network function

- ・左図のように曲線と頂点からなる3次元空間内のグラフを考える
- ・各曲線にSU(2)の規約表現  $j$  を割り振る
- ・各曲線のホロノミーを割り振られた規約表現で行列表示する
- ・各行列要素の積をとる

$$\left( h_{c_1}^{(j_1)} \right)_{m_1 n_1} \left( h_{c_2}^{(j_2)} \right)_{m_2 n_2} \left( h_{c_3}^{(j_3)} \right)_{m_3 n_3}$$

## 2. Loop量子重力からの帰結

例えば

### 1. 時空の離散化

面積、体積演算子well-definedな自己共役演算子として存在し、かつ、離散的なスペクトルを持つ

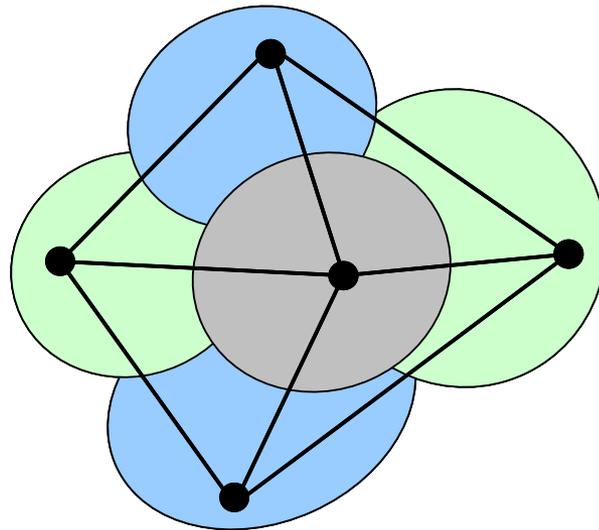
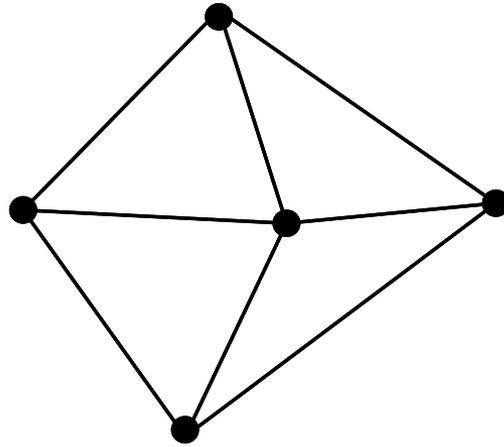
### 2. 体積演算子などを用いた、演算子の正則化法の存在

一見すると量子化した際に演算子がill-definedになりそうな場合でも、well-definedな演算子を構成できることもある

### 3. ブラックホールエントロピーの計算

# 空間の離散構造について

スピネットワーク



体積演算子は頂点に  
面積演算子は線分に作用

スピネットワークは空間の励起状態  
と解釈される

頂点は空間を構成する最小要素  
線分は最小要素の接点

### 3. ループ量子重力の問題点

非常に複雑な構造をしているために計算が困難

何らかの近似を施して弱重力場理論等とのつながりを探ることが出来ていない

とくに

重力の量子論なのだから、重力場が弱いときはgravitonが出てきて欲しい

今回の目的

線形化された重力場から始めて、ループ量子重力の方法で量子化を行い gravitonとの対応を探す

## 4. 線形化重力場への適用

ミンコフスキー時空上の重力場の摂動

$$\begin{cases} E_i^a = \delta_i^a + \delta E_i^a \\ A_a^i = 0 + \delta A_a^i \end{cases}$$

重力場のテンソルモードとの対応

$$\begin{cases} \delta A_a^i = 2^{-1} \varepsilon^{icb} \partial_c h_{ab} + \gamma \delta^{ib} P_{ab} \\ h_{ab} = -(\delta_a^i \delta_b^j + \delta_b^i \delta_a^j) \delta_c^i \delta E_j^c \end{cases}$$

$h_{ab}$  揺らぎのテンソルモード

$P^{ab}$  共役運動量

重力場の揺らぎを生成消滅演算子で展開

$$h_{ab} = \int d^3k \left( a_k e^{ikx} m_a m_b + a_k^* e^{-ikx} \overline{m}_a \overline{m}_b + \dots \right)$$

$$k^a m_a = 0$$

ループ量子重力の基本変数も生成消滅演算子でかける

$$\delta A_a^i = \int d^3k \left( \dots a_k + \dots a_k^* + \dots \right)$$

ホロノミーにも生成消滅演算子が入る

$$h[A, c] = \exp\left(i \int_c \delta A\right) = \exp(\dots a + \dots a^*)$$

graviton Fock空間の真空を探す

$$\text{真空の定義 } a_k |0\rangle = 0$$

Fock空間の真空はネットワーク状態の重ね合わせでかけると考える

$$|0\rangle = \sum_{\alpha} C_{\alpha} |\alpha : network\rangle$$

ホロノミーをこれに作用させる

$$h[A, c] = \exp\left(i \int_c \delta A\right) = \exp(\dots a + \dots a^*)$$

ループ重力のホロノミーとして

Fock空間の生成消滅演算子として



**問題:**  $C_{\alpha}$  は一意に定まるか?

無限が現れて、このままでは定まらない

ある種の正則化が必要

ホロのミーの定義に現れる曲線に太さを待たせると、一意に定まる

## 結論

gravitonに対応する状態の存在が示唆される  
しかし、この考察では空間の離散構造を無視している

→ 離散構造も含めて調べる必要がある