静的および定常な時空における Outer Killing Horizons の存在条件

大阪市立大学素粒子論研究室 M1 根岸宏行

超新星や宇宙背景放射などの観測から我々の宇宙は現在、加速膨張していると示唆されている。標準宇宙モデルでは宇宙の加速膨張は宇宙定数により説明されるが、宇宙定数がある場合、観測者は空間のある領域と因果的関係を持てない。すなわち、時空に cosmological event horizon(outer event horizon) が存在する。cosmological event horizon は black hole event horizon とよく似た性質をもち時空の構造を理解するうえで非常に重要である。宇宙定数を含むアイシュタイン方程式の解として Schwarzschild-de Sitter 解や Kerr-de Sitter 解などがあるが、これらの解は宇宙定数による空間の加速膨張により cosmological event horizon を持つ。より一般に宇宙定数の存在を仮定せず、静的および定常な時空に物質が分布している場合について、outer event horizon が存在するための条件を導く。

1 Event Horizon

black hole がある時空では非常に強い重力が働いているため black hole 領域から光が抜け出すことができない。この光の抜け出せない領域の境界を event horizon という。black hole の場合は重力による引力によって event horizon が構成されたが非常に強い斥力が働いている場合でも event horizon が構成される。 斥力により event horizon が構成される例として Schwarzschild-de Sitter 時空 (SdS) が存在する。SdS は matter として宇宙定数がある球対称な時空である。SdS の計量は

$$ds^{2} = -\left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{\lambda}{3}r^{2}\right)dt^{2} + \frac{1}{\left(1 - \frac{2M}{r} - \frac{\lambda}{3}r^{2}\right)}dr^{2} + r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2})$$
(1)

図は SdS の Penrose diagram で、宇宙定数が存在することによって Schwarzschild 時空の場合と異なり cosmological event horizon が表れる。cosmological event horizon は宇宙定数による引力により構成された event horizon である。

2 Outer Killing Horizon の存在条件

1章では宇宙定数が存在することによって cosmological event horizon を持つ時空が表れる例をみた。この章ではより一般にどのような物質が存在すれば cosmological event horizon を持つ時空が構成されるかを見ていく。静的球対称または定常軸対称な時空の場合、cosmological event horizon と Killing horizon は一致するので cosmological event horizon の存在条件の代わりに Killing horizon の存在条件を求める。 Killing horizon が存在するために物質が満たすべき条件を Killing horizon で囲まれた領域内の spacelike hypersurface で求める。(図 2)

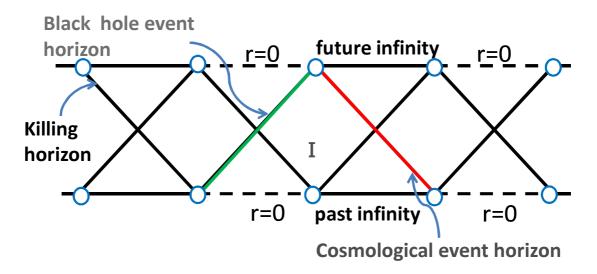


図 1 Schwarzschild-de Sitter 時空

条件を求めるために Killing horizon と spacelike hypersurface を静的球対称、定常軸対称な場合について図3のように決める。ただし Killing horizon は $\chi_a\chi^a=0$ となる超曲面である。フロベニウスの定理と Killing 方程式を使うと spacelike hypersurface の最低でも一部で物質は

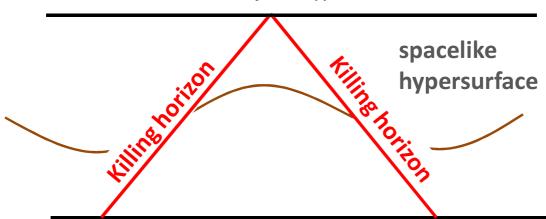
$$R_{ab}\chi^a\chi^b = \left(T_{ab} - \frac{1}{2}Tg_{ab}\right)\chi^a\chi^b < 0 \tag{2}$$

を満たす必要がある。すなわち物質は strong energy condition を破る必要がある。電磁場やダストは strong energy condition を満たす。strong energy condition を破るような物質は dark energy や宇宙定数などである。

参考文献

[1] Sourav Bhattacharya, Amitabha Lahiri, Class. Quant. Grav. 27:165015, 2010, (20)





時空の端

 $\ensuremath{\boxtimes} 2$ Killing horizon $\ensuremath{\succeq}$ spacelike hypersurface

	Killing vector ξ^a	Spacelike hypersurface に垂直なベクトル χ^a
静的な場合	t^a	t^a
定常軸対称な 場合	t^a,φ^a	$t^a - rac{t^b arphi_b}{arphi^c arphi_c} arphi^a$

図 3 Killing vector