惑星形成メカニズム　～2次元乱流ディスクモデル～

私たちの住んでいる太陽系は現在、林モデルというガスの中でのダスト同士の合体衝突によって出来たという説が有力である。が、そこにはさまざまな問題が存在する。そこで今回私は乱流を用いた新しいモデルを提唱し、その正しさを実証する。

お茶の水女子大学　宇宙物理研究室
Ｍ２　皆川紘恵

２次元乱流ディスクモデル シナリオ

ガスとダストからなるガス雲は角速度を持ちながら中心星へ集まり**円盤を形成**

ガス：ダスト＝99：1（林モデルより）→ ガス主体の世界

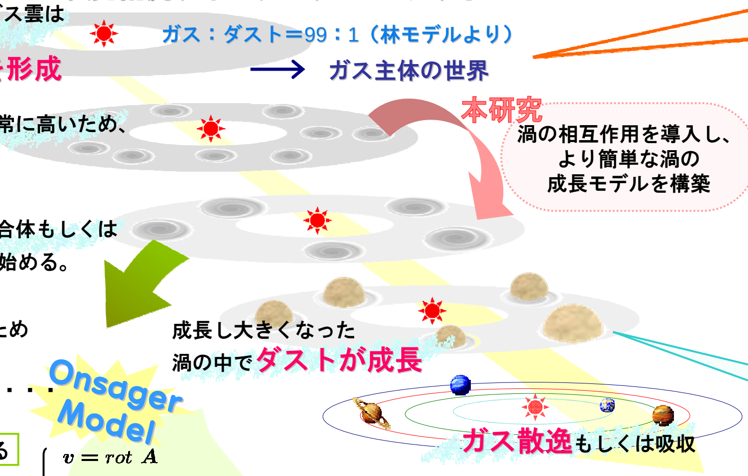
円盤のレイノルズ数が非常に高いため、各所で小さな**渦形成**。

本研究：渦の相互作用を導入し、より簡単な渦の成長モデルを構築

出来上がった小さな渦が合体もしくは消失といった**渦成長**を始める。

成長し大きくなった渦の中で**ダストが成長**

ガス散逸もしくは吸収



✽ 今回、円盤は薄いため2次元に近似する

✽ 2次元流体と言えば・・・ Onsager Model

非圧縮性流体を考える

連続の式； $div\ \boldsymbol{v} = 0$ ↔ $\begin{cases} \boldsymbol{v} = rot\ \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{v} = \left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y}, -\dfrac{\partial\psi}{\partial x}, 0\right) \end{cases}$

渦度； $\omega = \nabla\times\boldsymbol{v} = -\nabla^2\boldsymbol{A} + \boxed{\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})}$　　$\boxed{\therefore\ \omega = -\nabla^2\boldsymbol{A}}$

クーロン・ゲージ条件； $= 0$

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{4\pi}\int\frac{\omega(\boldsymbol{x})}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}dV'$$ ；ベクトルポテンシャル

$$\therefore \begin{cases} \dot{x}_j = -\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\sum_{m=1}^{N}{}'\dfrac{\Gamma_m(y_j-y_m)}{r_{jm}^2} \\ \dot{y}_j = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\sum_{m=1}^{N}{}'\dfrac{\Gamma_m(x_j-x_m)}{r_{jm}^2} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \Gamma_j\dot{x}_j = \dfrac{\partial H}{\partial y_j} \\ \Gamma_j\dot{y}_j = -\dfrac{\partial H}{\partial x_j} \end{cases}$$

但し、$H = -\dfrac{\rho}{4\pi}\displaystyle\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}{}'\Gamma_m\Gamma_n log|x_n - x_m|$

運動エネルギー(2次元実効エネルギー)

✽ 原始惑星系円盤のレイノルズ数

$$Re = \frac{Lv}{\nu}$$ $\begin{cases} L\text{；代表的な長さ} \\ v\text{；代表的な速さ} \\ \nu\text{；動粘性係数} \end{cases}$

αモデルより、動粘性係数は $\nu = \alpha H^2\Omega_K$

また、林モデルで使われる数値より

$v \sim v_K, \alpha = 10^{-4}, L \sim r_{out} = 100[AU]$

$$\boxed{\therefore\ Re \sim \frac{10^8}{H^2} \sim 10^{8-10}}$$ ；かなり大きな値

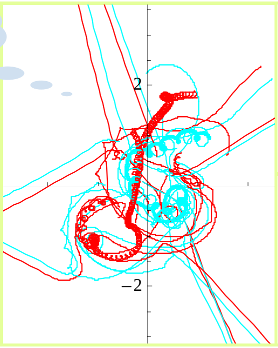
⇩

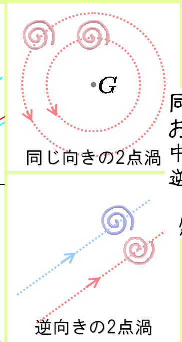
原始惑星系円盤はちょっとしたソースで乱流が発生！！

渦内で回転しているダストがコリオリ力により、渦の中心へと集積。自己重力収縮で惑星を形成。

((参考))
A&A 417 , 361-374 (2004)
A.Johansen,A.C.Andersen,and A.Brandenburg
"Simulations of dust-trapping vortices in protoplanetary discs"

このように、非圧縮性流体は渦点を追うことにより解析的にその挙動を見ることが出来る。それは極単純であり、その挙動を追った図が以下である。





同じ向き同士はお互いの重心を中心に回転し、逆向き渦同士はペアを組み無限遠へ行く

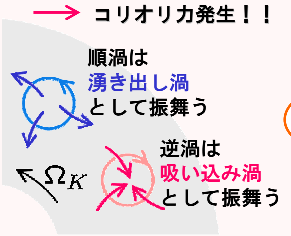
渦がまとまらない・・・。

そもそも、今回考えている流体はガスであり、したがって圧縮性流体を議論しなくてはならない

非圧縮性流体では密度一定であることから、ある程度以上渦同士近づくことが出来なかったが、圧縮性流体は**お互いの間に働く引力(斥力)**によりどんどん合体していくはず！！

渦の相互作用を考える

✽ケプラー回転円盤状での渦とは？
→ コリオリ力発生！！

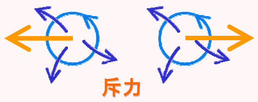


順渦は**湧き出し渦**として振舞う

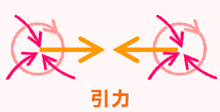
逆渦は**吸い込み渦**として振舞う

✽ **渦同士の相互作用を導入**

✽ Case 1；湧き出し渦同士



✽ Case 2；吸い込み渦同士



✽ Case 3；湧き出しと吸い込み

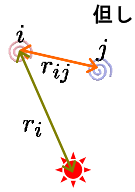
✽ **基本方程式**　；　Onsager Modelの拡張

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = \dfrac{A}{\Gamma_i}\dfrac{\partial H}{\partial y_i} - q\dfrac{\partial H'}{\partial x_i} - G\dfrac{x_i}{r_i^3} - \displaystyle\sum_j k\dot{r}_{ij}\dfrac{x_i - x_j}{r_{ij}}e^{-Rr_{ij}} \\ \ddot{y}_i = -\dfrac{A}{\Gamma_i}\dfrac{\partial H}{\partial x_i} - q\dfrac{\partial H'}{\partial y_i} - G\dfrac{y_i}{r_i^3} - \displaystyle\sum_j k\dot{r}_{ij}\dfrac{y_i - y_j}{r_{ij}}e^{-Rr_{ij}} \end{cases}$$

Onsager　相互作用　中心重力　散逸（合体の効果）

粘性力 $F \propto v$

但し



$$H = -\frac{1}{4\pi}\sum_i\sum_j\Gamma_i\Gamma_j log\ r_{ij}$$

$$H' = -\frac{1}{4\pi}\sum_i\sum_j\frac{\Gamma_i+\Gamma_j}{|\Gamma_i+\Gamma_j|}log\ r_{ij}$$

相互作用の向きを決める

$A, q, G, R = const$

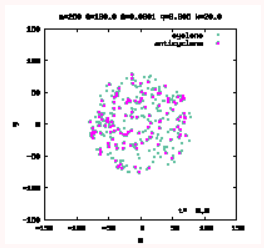
$$k = \begin{cases} const & ((\Gamma_i < 0)\wedge(\Gamma_j < 0)) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

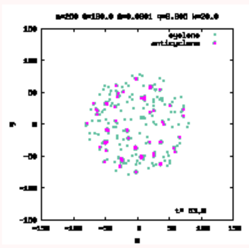
Case 2

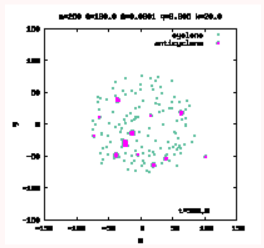
✽ 初期条件 ✽

- 渦点数　$n = 256$
- 分布半径　$r_{out} = 80.0$
- $G = 100.0$
- $A = 0.0001$
- $q = 0.005$
- $k = 20.0$
- $R = 1.0$

渦度は全て等しく１とした







✽ 結果

$t = 500$ までシミュレーションした結果を右上に示した。

このことから、引き込み渦と設定した渦（ • ）はまとまり、ある程度の大きさを保ちながら安定した軌道を回ることが確認された。
さらにその形成時間は早く、この後これら渦の中でダストが集まる十分な時間がある。

また、湧き出し渦と設定した渦（ • ）のほとんどが引き込み渦の周りに残っているが、これら渦はコリオリ力の影響であまり長く生き残れないことが知られているため、今回特に問題はないと予想される。

まとめと今後の課題

非圧縮性流体では rot しか考えなかったOnsager Modelに div の項を入れることで、Onsager Modelの拡張となる圧縮性流体のモデルを立て検証した。

しかしまだこのパラメータが現実の何に相当するのか、そして Navier-Stokes 方程式とどう繋がっているのかを追求できていない。

今後はこのような事柄に重きを置きながら２次元乱流ディスクモデルを構築していく。