

<圧縮性乱流に対する統計的アプローチにむけて>

名古屋大学 M1 堤 昭裕

乱流は宇宙流体のいたるところで発生しています。

そして乱流が多くの物理的プロセスに重要な役割を果たしていることも知られています。よって、乱流に対して理解することは非常に重要な目標です。

しかし、乱流に対する数学的なアプローチは非常に困難であることも同時に知られています。それは強い非線形性によるものです。

これまでの研究により非圧縮性、一様等方的であるような乱流に対してはある程度の理解が得られてきています。

その中でも重要な結論の一つとしては、乱流のエネルギースペクトルは「Kolmogorov 乱流」と呼ばれるものになるということです。

また圧縮性乱流に対するアプローチもこれまでに色々行われてきました。

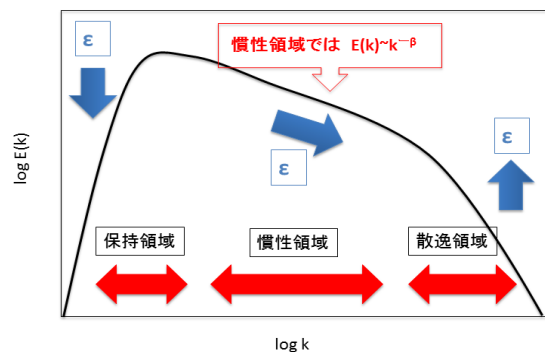
レイノルズ数が高い圧縮性流体のシミュレーションを行い、そのシミュレーション結果から物理量を見積もっていくというものです。

それによる重要な結論としても(非圧縮性乱流と同様な)「Kolmogorov 乱流」とほぼ一致するという結果が得られています。

しかしこの結論が得られる条件としては、「圧縮性があまり強くない」、「遷音速度程度の速さの乱流」といったことが必要となってきます。

圧縮性が強く、流れの速さも超音速となってくる様な乱流に対しては結局よく分かっていない状態です。

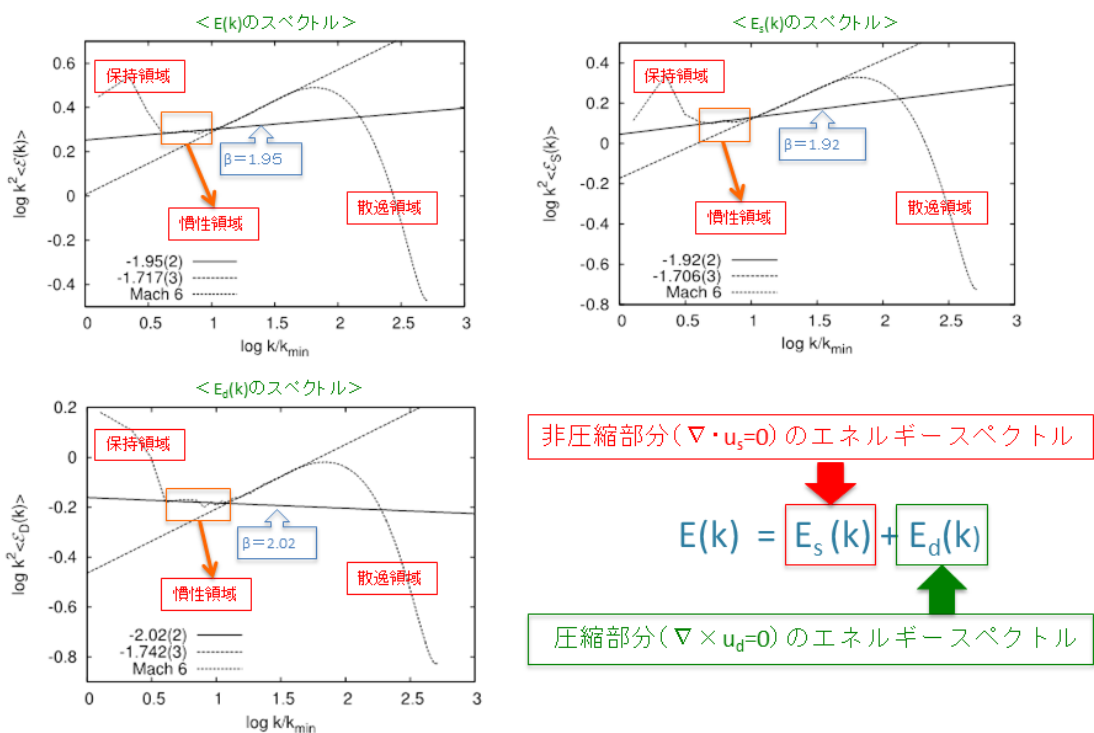
THE STATISTICS OF SUPERSONIC ISOTHERMAL TURBULENCE ALEXEI G. KRITSUK (et al.2007) ではこの様な乱流に対するシミュレーションを行い、そこから得られる物理量に対して議論してあります。



上記に乱流におおまかなカスケード図を示しておきます。

慣性領域では $E(k) \sim k^{-\beta}$ となっており、この β の値を求めることが目的の一つでもあります。

実際に論文ではこの β の値を求めてあります。



このシミュレーション結果によると全体的に $\beta=2$ の値に近くなっています。

特に圧縮部分の β がより 2 に近い値をとっています。

なお、「Kolmogorov 乱流」では $\beta=5/3$ という値をとります。

なぜ今回のシミュレーションでは Kolmogorov 乱流からずれているのでしょうか？

その原因としては以下の様に考えることができます。

強い圧縮性があると、それによりショックが頻繁に発生するようになります。

このことは階段関数型の速度場が発生することを意味します。

このような階段関数型のフーリエ変換は k^{-1} となります。

エネルギースペクトルはこれの 2 乗となるので、 $\beta=2$ に近い値が得られたと考えら

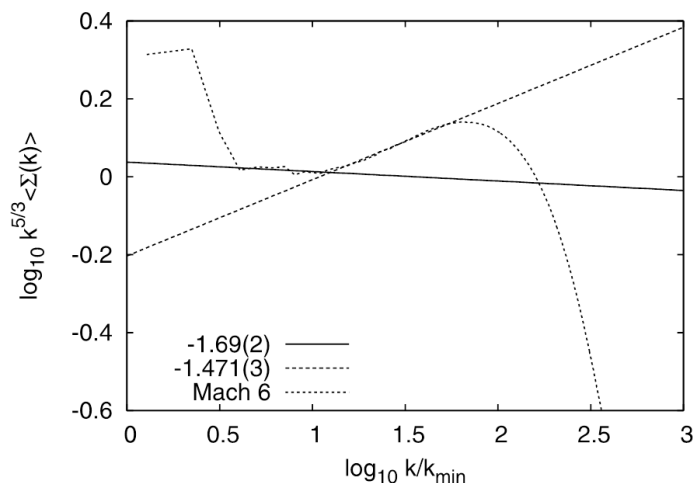
れます。

この様にショックの影響で $\beta=2$ に近くなったような乱流を一般的に「Burgers 乱流」と呼ばれています。

速度場をそのまま変数として扱いエネルギースペクトルを求めると、今回の様な圧縮性が強い乱流では Kolmogorov 乱流からずれてきます。

しかし、簡単な次元解析から密度と一緒に含んだ変数を扱ってエネルギースペクトルを求めると Kolmogorov 乱流に一致すると予想されます。

具体的には(速度場を \vec{u} とかいて) $\vec{v} = \rho^{\frac{1}{3}} \vec{u}$ という変数を用いてエネルギースペクトルを計算します。今回の論文でも実際に計算が行われています。



上記の図からも $\beta=1.69$ ($\sim 5/3$) という値が再現されています。

これらのシミュレーション結果をまとめると次のようになります。

- ① 流れの速度が遷音速程度までで、あまり強くない圧縮性乱流のエネルギースペクトルは Kolmogorov 乱流のものに近くなる。
- ② しかし圧縮性が強くなるとショックの影響が強くなることで Burgers 乱流に近いエネルギースペクトルが得られるようになる。
- ③ しかし密度(の $1/3$ 乗)がかかった新しい変数でエネルギースペクトルを計算すると Kolmogorov 乱流に近いものになってくる。