

Review of "S-Z power spectrum produced by primordial magnetic fields" Hiroyuki Tashiro, Naoshi Sugiyama

名古屋大学 理論天体物理学研究室 修士 1 年 松田康

平成 23 年 8 月 31 日

概要

近年、宇宙には銀河や銀河団スケールの宇宙磁場が存在することが観測されている。宇宙磁場の起源は現在のところははっきりとわかっていないが、いくつかの候補がある。ここではその候補として、宇宙論的相転移やインフレーションの時代に生成されたと考えられる、原始磁場を仮定する。今回紹介する論文では、Sunyaev-Zel'dovich 効果を受けた CMB を用いて、原始磁場に制限を付ける。

目次

第1章 計算	2
1.1 原始磁場	2
1.2 磁場のカットオフスケール	2
1.3 質量密度揺らぎの成長	3
1.4 S-Z 効果の角度パワースペクトル	5
第2章 結果	7

第1章 計算

1.1 原始磁場

多くの観測により、銀河や銀河団スケールの大スケール磁場が存在していることがわかっている。この宇宙磁場の起源ははっきりしておらず、様々な候補がある。そのうちのひとつが原始磁場であり、宇宙論的相転移やインフレーションの時代に生成されたと考えられる。原始磁場には、ビッグバン・ヌクレオシネシス（元素合成）やCMB温度揺らぎから制限を付けることができ、それぞれ、 $B_0 > 7 \times 10^{-5} \text{Gauss}$ 、 $B_0 > 10^{-8} \text{Gauss}$ である。今回は、S-Z効果を用いてこの制限よりも強い制限を付ける。計算で用いる宇宙論パラメータの値は、 $h = 0.70$ ($H_0 = h \times 100 \text{ Km/s} \cdot \text{Mpc}$)、 $T_0 = 2.725 \text{ K}$ 、 $\Omega_b = 0.044$ 、 $\Omega_m = 0.26$ 、 $\sigma_8 = 0.8$ とする。また、光速を1として扱う。

原始磁場を B とし、共動磁場を B_0 とする。すると、原始磁場は、共動座標を用いると、

$$\vec{B}(t, \vec{x}) = \frac{\vec{B}_0(\vec{x})}{a^2(t)}, \quad (1.1)$$

と書き直すことができる。これを用いて、磁場のパワースペクトルを定義する。

$$\langle B_{0i}(\vec{k}_1) B_{0j}^*(\vec{k}_2) \rangle = \frac{(2\pi)^3}{2} \delta(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \left(\delta_{ij} - \frac{k_{1i} k_{2j}}{k_1^2} \right) B_n^2 \left(\frac{k}{k_n} \right)^n, \quad (1.2)$$

さて、宇宙磁場は銀河や銀河団スケールの広がりを持つということを先ほど述べたが、ここで磁場にスケールを持たせるという目的で、共動半径 λ としたガウシアンフィルタの変換式を導入し、畳み込み積分を行う。すると、スケール λ の原始磁場のパワースペクトルは

$$B_\lambda^2 = \frac{B_n^2}{(2\pi)^2 \lambda^3} (k_n \lambda)^{-n} \Gamma((n+3)/2). \quad (1.3)$$

となる。今回は λ を h^{-1} ととる。

1.2 磁場のカットオフスケール

磁場はあるスケールよりも小さくなると、指数関数的に減衰する。これは、宇宙の膨張により、recombination 前後に光子の平均自由行程が磁場の摂動のモード波長を超える際に摂動がかき消されることで起こる。このスケールは、オイラーの方程式に電磁誘導の式

を代入し、それを解くことで得られる。

$$k_c^{-2} = V_A^2 \int^{t_r} \frac{l_\gamma}{a^2(t)} dt \quad (1.4)$$

ここで、 t_r は再結合の時期を表している。また、 l_γ は光子の平均自由行程であり、 $l_\gamma = 1/n_e \sigma_T$ である。式 (1.4) において、 V_A はカットオフスケールのアルヴェン速度であり、 $V_A = B_c / \sqrt{4\pi\rho_r}$ である。物質優勢期ではこのスケールを具体的に求めることができ、

$$k_c = \left[143 \left(\frac{B_\lambda}{1 \text{ nG}} \right)^{-1} \left(\frac{h}{0.7} \right)^{1/2} \left(\frac{h^2 \Omega_b}{0.021} \right)^{1/2} \right]^{2/n+5} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (1.5)$$

である。

1.3 質量密度揺らぎの成長

原始磁場は再結合期にもともとの密度揺らぎとは別に、ローレンツ力によって再結合できなかったイオンを誘導し、新たに密度揺らぎを生成する。その密度揺らぎが成長し、ダークハローを形成する。つまり、元々の密度揺らぎの場合よりも、ダークハローの数が増えるのである。このダークハローに付随する高温電子によって逆コンプトン散乱を受けた CMB 光子は新たな S-Z 効果を引き起こす。

ここでは、磁場により誘発された密度揺らぎの発展を求める。まず基本になる 3 つの方程式、つまり、連続の式、オイラーの方程式、重力の式より、次の密度発展の微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \delta_b}{\partial t^2} = -2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta_b}{\partial t} + 4\pi G(\rho_b \delta_b + \rho_d \delta_d) + S(t, \vec{x}), \quad (1.6)$$

$$S(t, \vec{x}) = \frac{\nabla \cdot \left((\nabla \times \vec{B}_0(\vec{x})) \times \vec{B}_0(\vec{x}) \right)}{4\pi \rho_{b0} a^3(t)}, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial^2 \delta_d}{\partial t^2} = -2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta_d}{\partial t} + 4\pi G(\rho_b \delta_b + \rho_d \delta_d), \quad (1.8)$$

ここで、磁場によるローレンツ力の効果が $S(t, \vec{x})$ に含まれている。添字の b と d はそれぞれバリオン、ダークマターを表すが、バリオンの密度発展の式には S が現れており、ダークマターの密度発展の式には S が現れていない。これは、バリオンは磁場を受けるが、ダークマターは磁場の影響を受けないということをはっきりと表している。この方程式を解くと、一般解は、

$$\delta_p = D_{\text{Sp}}(t) \delta_p(t_i) + D_{\text{Mp}}(t) t_i^2 S(t_i, \vec{x}), \quad (1.9)$$

と求まる。但し、 $D_{\text{Sp}}(t)$ は元々の密度揺らぎの発展、 $D_{\text{Mp}}(t)$ は磁場により誘発された密度揺らぎの発展率を表す。ここで、 t_i は磁場によって新たに密度揺らぎが誘発された時期

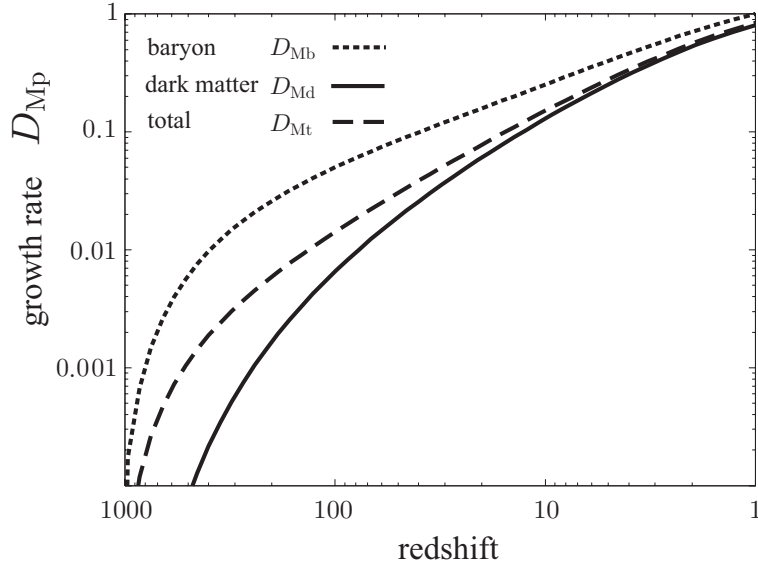


図 1.1: バリオン、ダークマターの磁場起源の密度揺らぎの発展。バリオンが磁場により始めに密度揺らぎを生成し、それに続くようにダークマターが密度揺らぎを形成していく。

を表し、今回は $t_i = t_r$ とする。磁場による密度揺らぎの発展率は、

$$D_{Mb}(t) = \frac{\Omega_b}{\Omega_m} \left[\frac{9}{10} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{2/3} + 9 \frac{\Omega_d}{\Omega_b} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-1/3} + \frac{3}{5} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-1} - \frac{3}{2} \left(\frac{\Omega_m + 5\Omega_d}{\Omega_b} \right) + 3 \frac{\Omega_d}{\Omega_b} \log \left(\frac{t}{t_i} \right) \right], \quad (1.10)$$

$$D_{Md}(t) = \frac{\Omega_b}{\Omega_m} \left[\frac{9}{10} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{2/3} - 9 \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-1/3} + \frac{3}{5} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-1} + \frac{15}{2} - 3 \log \left(\frac{t}{t_i} \right) \right]. \quad (1.11)$$

である。

次に、質量密度揺らぎのパワースペクトルを求める。今、簡単のため元々の質量密度揺らぎと磁場起源の質量密度揺らぎの間に相関はないと仮定する。パワースペクトルは、

$$P_p(k) = P_{Sp}(k) + P_{Mp}(k) \equiv \langle |\delta_{Sp}(k)|^2 \rangle + \langle |\delta_{Mp}(k)|^2 \rangle, \quad (1.12)$$

とかける。ここで、

$$P_{Mp}(k) = \left(\frac{t_i^2}{4\pi\rho_{b0}a^3(t_i)} \right)^2 D_{Mp}(t)^2 I^2(k), \quad (1.13)$$

であり、

$$I^2(k) \equiv \langle |\nabla \cdot (\nabla \times \vec{B}_0(\vec{x})) \times \vec{B}_0(\vec{x})|^2 \rangle. \quad (1.14)$$

である。ここで注意すべきは、カットオフスケールでは磁場が 0 になるということである。つまり、 $k_1 < k_c$ かつ $|\vec{k} - \vec{k}_1| < k_c$ でなければならない。

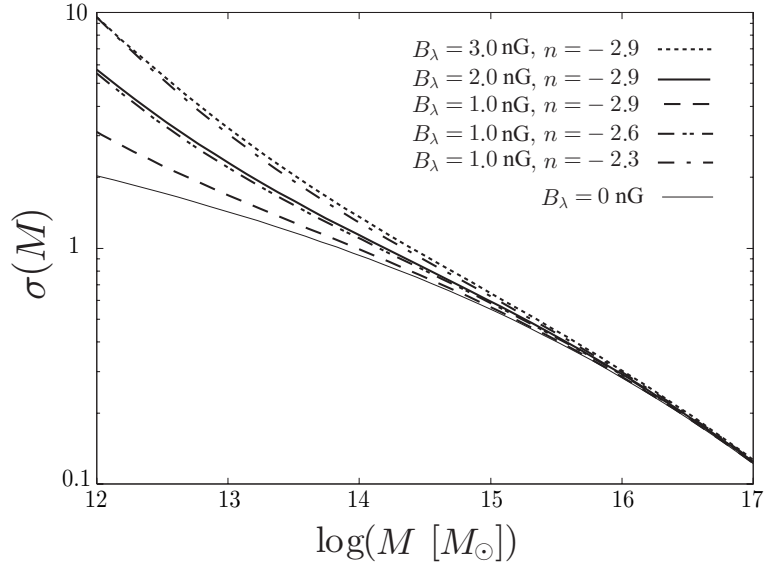


図 1.2: 磁場強度、磁場パワースペクトルを変えた時の質量密度分散。磁気ジーンズ長の同じものは大体同じ σ をとる。

カットオフスケールとは別に、もう一つ重要なスケールを紹介しておく。それは、磁気ジーンズ長である。このスケールよりも小さいスケールでは磁気圧が重力とつり合い、これ以上密度揺らぎが成長しない。磁場のカットオフスケールよりもこのスケールのほうが小さいので、磁気ジーンズ長はいわば、密度揺らぎのカットオフスケールである。磁気ジーンズ長は、

$$k_{\text{MJ}} = \left[13.8 \left(\frac{B_\lambda}{1 \text{ nG}} \right)^{-1} \left(\frac{h^2 \Omega_m}{0.18} \right)^{1/2} \right]^{2/n+5} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (1.15)$$

である。ここで、質量密度分散 σ を求める。

$$\sigma^2(M) = \int dk k^2 P_d(k) W(kR), \quad (1.16)$$

window function には top-hat window function を用いている。但し、元々の密度揺らぎによる質量密度分散を $\sigma_8 = 0.8$ と規格化する。今考えるのは $k/k_c \ll 1$ の場合であり、このとき、(1.14) 式は解析的に求まり、 $I^2(k) \sim \alpha B_c^{2n+10} k^{2n+7} + \beta B_c^7 k^4$ である。この式の形からわかるが、 $n < -1.5$ の時は質量密度分散はほぼ、積分範囲、つまり、磁気ジーンズ長のみによって決まる。

1.4 S-Z 効果の角度パワースペクトル

S-Z 効果のパワースペクトルは一般的に、

$$C_l = g_\nu^2 \int_0^{z_{\text{rec}}} dz \frac{dV}{dz} \int dM \frac{dn(M, z)}{dM} |y_l(M, z)|^2, \quad (1.17)$$

と与えられる。ここで、 $y_l(M, z)$ はコンプトン y パラメータの 2 次元のフーリエ変換である。また、ここでは halo-halo の相関を無視している。

mass-function には Press-Schechter の mass-function を用いる。

$$\frac{dn(M, z)}{dM} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M} \left(-\frac{\delta_c}{\sigma(M, z)} \frac{\partial \sigma}{\partial M} \right) \exp \left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma(M, z)} \right), \quad (1.18)$$

原始磁場の影響は全て、 σ に含まれる。コンプトン y パラメータのフーリエ変換 y_l は

$$y_l = \frac{4\pi r_s}{l_s^2} \int_0^\infty dx x^2 y(x) \frac{\sin(lx/l_s)}{lx/l_s} \quad (1.19)$$

である。ここで、 x は無次元のスケール因子 $x \equiv r/r_s$ であり、 r_s は、銀河ハローの有効半径を示している。

また、半径方向のプロファイル $y(x)$ は NFW ダークマター・プロファイルに基づき、さらに 3 つの仮定をモデルに付け加える。1. ガス圧とダークマターのポテンシャルが静水圧平衡にある。2. ガス密度はダークハローの外側でダークマター密度に付随して分布する。3. ガスの状態方程式はポリトロープである。 $y(x)$ をあらわに書くと、

$$\begin{aligned} y(x) &\equiv \frac{\sigma_T k_B}{m_e} n_e(x) T(x) \\ &= \frac{\sigma_T k_B}{m_e} n_e(0) T(0) y_{\text{gas}}(x), \end{aligned} \quad (1.20)$$

ここで、 $y_{\text{gas}}(x)$ はガス・プロファイルであり、 $n_e(0)$ は中心の数密度であり、 $T(0)$ は中心の温度である。上記の 3 つの仮定を用いるとこれらを求めることができる。

$$y_{\text{gas}}(x) = \left\{ 1 - 3 \frac{\gamma - 1}{\eta_c \gamma} \left[\frac{\ln(1+c)}{c} - \frac{1}{1+c} \right]^{-1} \left[1 - \frac{\ln(1+x)}{x} \right] \right\}^{1/(\gamma-1)}, \quad (1.21)$$

$$n_e(0) = 3.01 \left(\frac{M}{10^{14} M_\odot} \right) \left(\frac{r_{\text{vir}}}{1 \text{ Mpc}} \right)^{-3} \left(\frac{\Omega_b}{\Omega_m} \right) \frac{c^2}{y_{\text{gas}}(c)(1+c)^2} \left[\ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \right]^{-1} \text{ cm}^{-3}, \quad (1.22)$$

$$T(0) = 0.88 \eta_0 \left(\frac{M}{10^{14} M_\odot} \right) \left(\frac{r_{\text{vir}}}{1 \text{ Mpc}} \right)^{-1} \text{ keV}. \quad (1.23)$$

ここで、ポリトロープ指数 γ と中心の質量温度の規格化因子 η_c は、

$$\gamma = 1.137 + 8.94 \times 10^{-2} \ln(c/5) - 3.68 \times 10^{-3} (c - 5), \quad (1.24)$$

$$\eta_c = 2.235 + 0.202(c - 5) - 1.16 \times 10^{-3} (c - 5)^2. \quad (1.25)$$

である。

第2章 結果

得られた計算値を観測データと比較することで、結果が得られる。現在最もよい観測値から得られるカットオフスケールの制限は $k_c \leq 95$ である。これは $n = -2.9$ に対しては $B_\lambda \leq 2.0$ nGauss、 $n = -2.6$ に対しては $B_\lambda \leq 1.0$ nGauss ということに対応する。

BBN や CMB 温度揺らぎからの制限よりも強い制限が得られた。

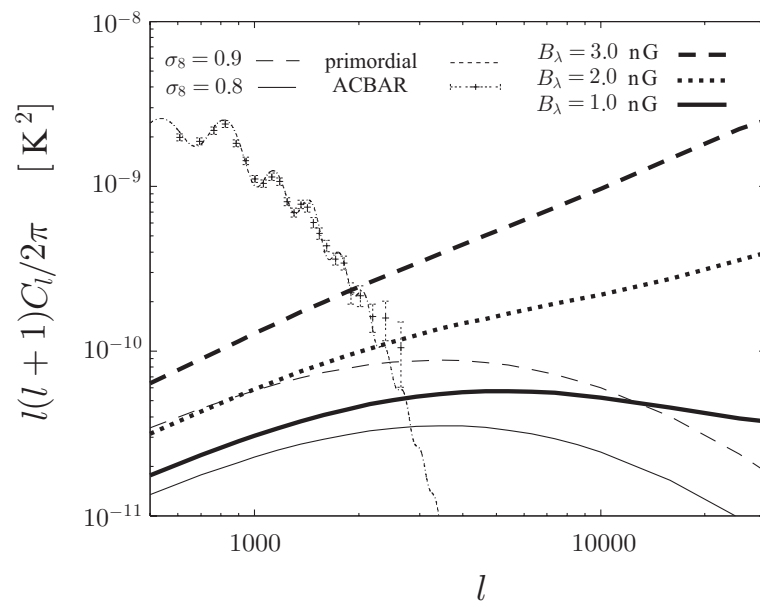


図 2.1: スモールスケールにいけばいくほど原始磁場の効果が現れている。