クインテッセンス模型におけるトラッキングと宇宙進化

東京理科大学　辻川研究室　松井 倫子

近年の観測により現在の宇宙が加速膨張していることが示されている。加速膨張の原因である暗黒エネルギーの起源は解明されておらず、それを明らかにすることは現在の宇宙論の重要な課題の一つである。
本発表では、クインテッセンスというスカラー場を用いた暗黒エネルギー模型での加速膨張の機構について調べる。特に，スラー場の密度が背景流体の密度に最終的に追いつくトラッカー条件を明らかにし，トラッキングが起きる場合の宇宙進化について解析する。

1. 研究背景

宇宙の加速膨張の原因となるエネルギーのことを暗黒エネルギーという。宇宙空間に存在する物質の影響で宇宙膨張は減速するはずが、現在の宇宙は加速膨張することが観測的に知られている。

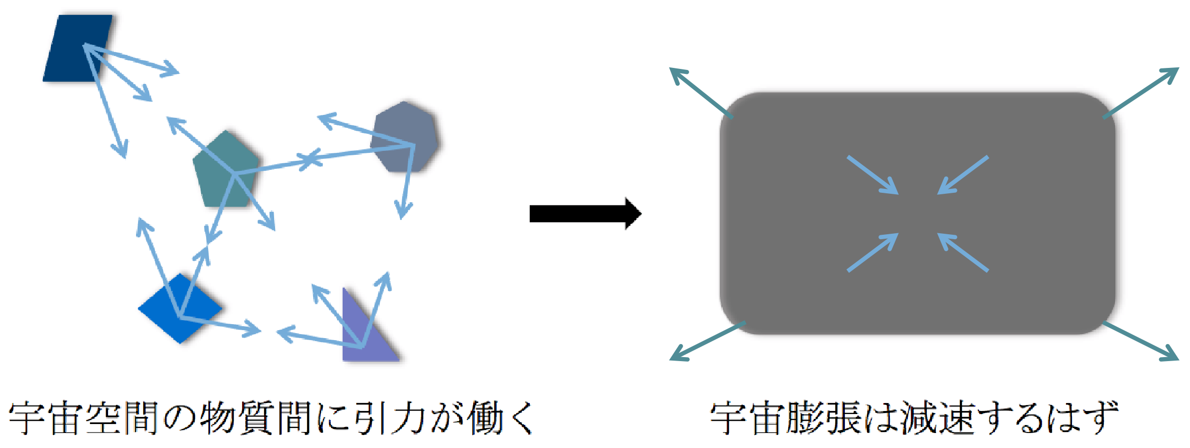

図 1: ダークエネルギーとは

この原因となる暗黒エネルギーは、アインシュタイン方程式

$$G^{\mu}_{\nu} = 8\pi G T^{\mu}_{\nu} \tag{1}$$

の修正による寄与として考えられ、その修正法は大きく以下の三つに分類できる。
・宇宙項を加える
・アインシュタインテンソルを修正する

・エネルギー運動量テンソルを修正する

クインテッセンスはエネルギー運動量テンソルの修正法の一つであり、スカラー場を用いて暗黒エネルギーを説明する。

2. 偶然性問題

現在の暗黒エネルギーの密度と物質の密度が同程度存在することを偶然性問題という。暗黒エネルギーの密度パラメータを Ω_ϕ、物質の密度パラメータを Ω_m とすると、現在の宇宙において

$$\Omega_\phi \sim 0.72 \tag{2}$$

$$\Omega_m \sim 0.28 \tag{3}$$

であることが観測的に知られている。このため初期宇宙においてこれら二つのエネルギー密度が制限されてしまう。この問題を偶然性問題という。この問題を解決するために、エネルギー密度の初期値にかかわらず現在の観測値と整合性を持つような機構であるトラッキング機構を考える。

3. クインテッセンスとそのポテンシャル

ポテンシャル $V(\phi)$ を持つスカラー場 ϕ のことをクインテッセンスという。その作用、ラグランジアン密度、状態方程式は

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2\kappa^2}R + \mathcal{L}_\phi\right] + S_M \tag{4}$$

$$\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) \tag{5}$$

$$w_\phi = \frac{P_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\dot{\phi}^2 - 2V(\phi)}{\dot{\phi}^2 + 2V(\phi)} \tag{6}$$

である。ここで S_M は背景流体の作用を表し、$\kappa^2 \equiv 8\pi G$ とした。

クインテッセンスはそのポテンシャルによって特徴付けられる。

$$\lambda \equiv -\frac{V_{,\phi}}{\kappa V} \tag{7}$$

と λ という量を定義する。$x_1 \equiv \dfrac{\kappa\phi}{\sqrt{6}H}$ とすると、λ の微分方程式

$$\frac{d\lambda}{dN} = -\sqrt{6}\lambda^2(\Gamma - 1)x_1 \tag{8}$$

が得られる。ここで N は e-folding Number である。また $\Gamma \equiv \dfrac{VV_{,\phi\phi}}{V_{,\phi}^2}$ とした。すると Γ によって λ の時間発展が決まる。さらに λ を用いて加速膨張の実現のための条件を表すと

$$\lambda^2 < 2 \tag{9}$$

となる。

(1)$\Gamma = 1$ のとき
λ は一定であり

$$V(\phi) = V_0 \mathrm{e}^{-\kappa\lambda\phi} \tag{10}$$

というポテンシャルが得られる。このときの密度パラメータの時間発展の様子を以下に示す。

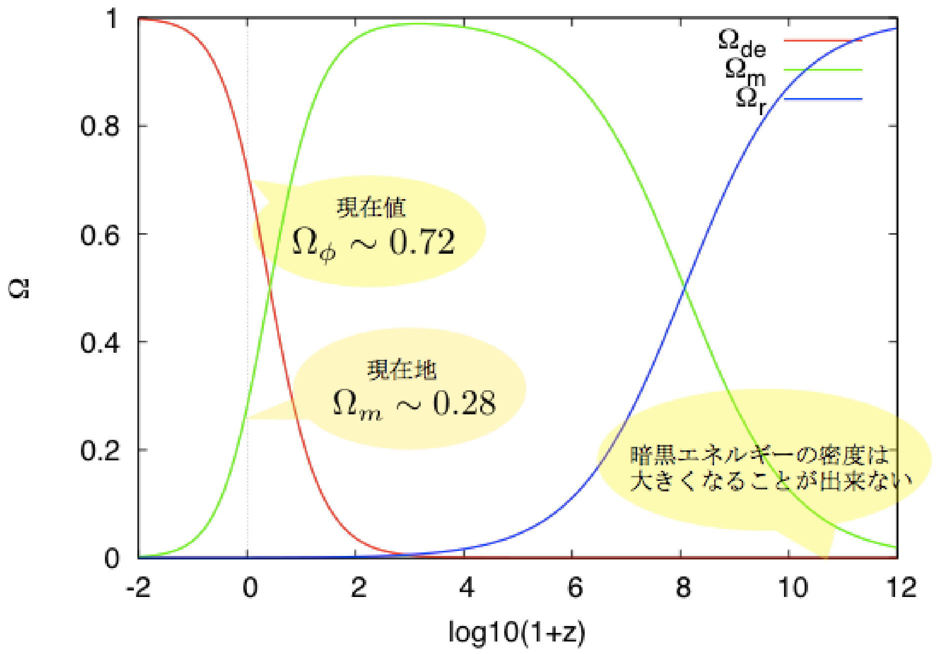

図 2: 密度パラメータの時間発展

これより λ が一定のときにおいて、密度パラメータが現在の観測地と整合性を持つためには宇宙初期の値が制限されてしまうことがわかる。

(2)$\Gamma < 1$ のとき
$|\lambda|$ は増加するため加速膨張の条件 $\lambda^2 < 2$ を満たさない。

(3)$\Gamma > 1$ のとき
$|\lambda|$ は減少するため最終的に加速膨張の条件 $\lambda^2 < 2$ を満たす。したがって

$$\Gamma \equiv \frac{VV_{,\phi\phi}}{V_{,\phi}^2} \tag{11}$$

をトラッキング条件と呼び、この条件が満たされるとき場の密度は初期値にかかわらず背景流体に追い付くトラッキングという現象を起こす。

4. トラッキング機構

$$x \equiv \frac{\dot{\phi}^2}{2V(\phi)} \tag{12}$$

$$y' \equiv \frac{d \ln x}{dN} \tag{13}$$

とすると

$$\Gamma = 1 + \frac{3(1-\Omega_\phi)(w_M - w_\phi)}{(1-w_\phi)(6+y')} - \frac{y'}{(1+w_\phi)(6+y')(1+x)} - \frac{2y''}{(1+w_\phi)(6+y')^2} \tag{14}$$

と表せる。ここでスカラー場が背景流体に追い付く様子を見るため輻射もしくは物質優勢期（$\Omega_\phi << 1$）を考える。さらに Γ がゆっくり動くのであればスカラー場の状態方程式がほぼ一定であるという条件を加える。これは安定性の判定のために必要で、$\Gamma = 1$ のときに得られるスケーリング解に対してのズレを見るためである。すると上式から状態方程式が

$$w_\phi \simeq \frac{w_M - 2(\Gamma - 1)}{1 + 2(\Gamma - 1)} \tag{15}$$

と近似できる。さらにトラッキング条件 $\Gamma > 1$ を加えるとスカラー場と背景流体の状態方程式が

$$w_\phi < w_M \tag{16}$$

という関係であることがわかる。したがって、スカラー場のエネルギー密度は背景流体のエネルギー密度より遅く進化する。すなわち加速膨張が実現することがわかる。

$\Gamma > 1$ のときのエネルギー密度と状態方程式の振る舞いを見るため、条件を満たすポテンシャルとして $(\phi) = M^{4+n}\phi^{-n}(n > 0)$ を用いる。まずエネルギー密度の時間発展の様子を数値計算した結果を以下に示す。

青線が背景流体、赤線がトラッカー解のエネルギー密度を表す。背景流体のエネルギー密度は一様に減少するが、トラッカー解のエネルギー密度は途中で減少が遅くなり、現在付近で背景流体のエネルギー密度を追い越す。次に状態方程式の振る舞いを見る。ここでトラッカー解を特徴付けるパラメータとして

$$\Delta(t) \equiv \lambda \sqrt{\frac{\Omega_\phi}{3(1+w_\phi)}} \tag{17}$$

という量を定義する。すると状態方程式の微分を用いて

$$\Delta(t) - 1 = \frac{1}{3(1-w_\phi^2)} \frac{dw_\phi}{dN} \tag{18}$$

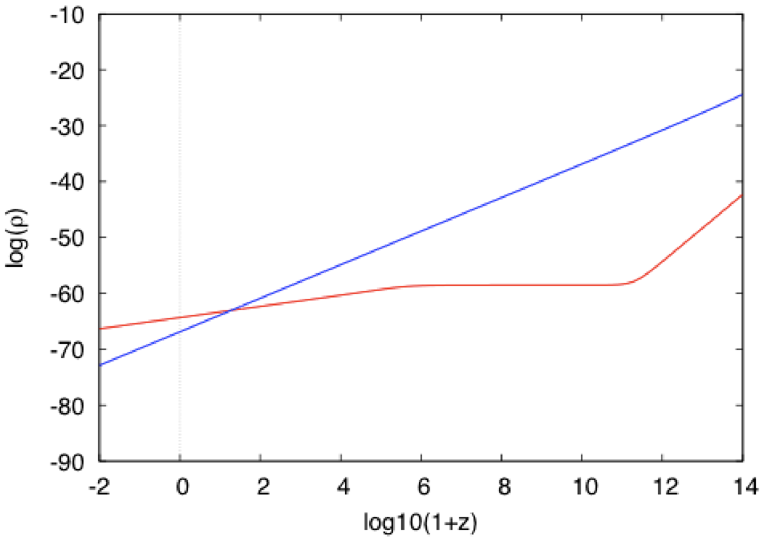

図 3: エネルギー密度の時間発展

と表せる。トラッカー解において状態方程式はほぼ一定であるので

$$\Delta(t) = 1 \tag{19}$$

であることがわかる。この値をトラッカーバリューといいトラッカー解を特徴付ける量として用いられる。

以下に状態方程式と $\Delta(t) - 1$ の時間発展の様子を示す。

状態方程式は初期値を変えた結果をそれぞれ赤線と緑線で表し、$\Delta(t) - 1$ は赤線に対応している。まず今 λ が減少する場合を考えているため初期の $\Delta(t)$ は 1 に比べて十分大きな値を持ち、λ とともに減少する。このとき $\Delta(t) - 1$ が正なので状態方程式は急激に増加し極大値の 1 へ近づく。ここでで $\Delta(t) - 1$ はトラッカーバリューへ向かうが、このとき場の運動エネルギーが大きすぎてトラッカー解へ繋がることが出来ない。したがって $\Delta(t) - 1$ はトラッカーバリューを通り過ぎ、場もトラッカー解を一度通り過ぎてしまう（オーバーシュート）。場は極小値 -1 へ向かい一度凍結してしまうが、Ω_ϕ の増加とともに $\Delta(t) - 1$ も増加に転じ、場は再び進化し始める。さらに λ の減少の影響で $\Delta(t) - 1$ も減少しトラッカーバリューとなり、トラッキング型に入る。さらに $\log(1 + z)$ が約 0.6 で $\lambda^2 = 2$ となるので、ここから加速膨張へ抜け出す。初期値を変えて全く同様の計算をした緑線も最終的にトラッキング型へ入り、同様に加速膨張へ抜け出す。これより、初期値に関わらず一定の値に収束する様子がわかる。

ここがトラッキングの利点で、加速膨張解や宇宙項と違って fine-tunig の必要がなく、

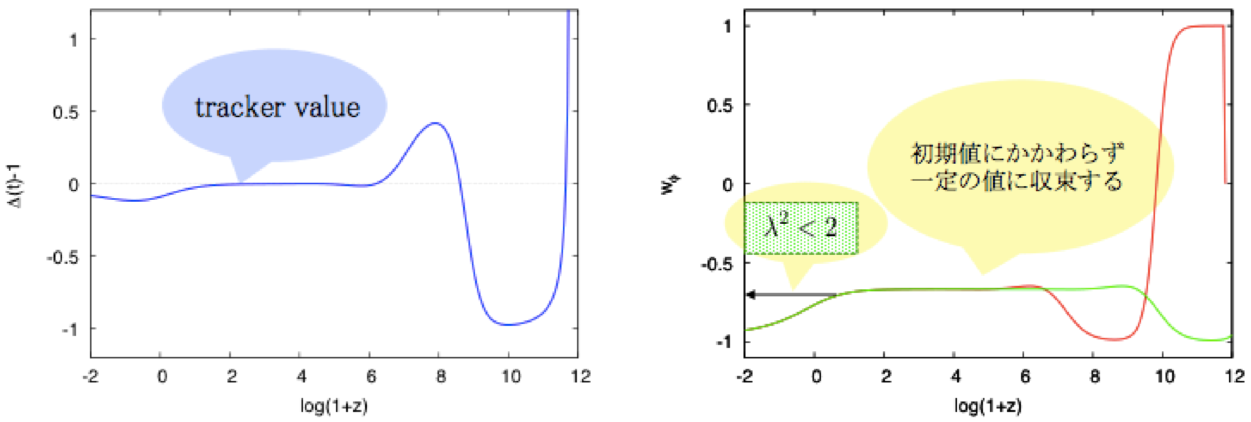

図 4: $\Delta(t) - 1$ と状態方程式の時間発展

初期に大きな値を取ることが出来る。

5. まとめ

・トラッキング条件を満たすとき場のエネルギー密度は最終的に背景流体のエネルギー密度に追い付つく“トラッキング”を起こす。

・初期値にかかわらず一定の値に収束するためトラッカー解は安定なアトラクターであるとみなせる。

・トラッキング機構は偶然性問題を避けられ、宇宙項や加速膨張解と違って fine-tunig の必要がなく初期値に任意性を持たすことが出来る。

謝辞

The authors thank the Yukawa Institute for Theoretical Physics at Kyoto University, where this work was initiated during the YITP-W-11-08 on” Summer School on Astronomy and Astrophysics 2011” were useful to complete this work.

参考文献

[1] Luca Amendola and Shinji Tsujikawa『Dark energy ー Theory and Observations』

[2] Paul J. Steinhardt , Limin Wang and Ivaylo Zlatev 『Cosmological tracking solutions』