

# ガリレオン宇宙論における密度ゆらぎの進化

東京理科大学 辻川研究室

Antonio De Felice, ○加瀬竜太郎, 辻川信二

## 概要

密度ゆらぎの進化から、ガリレオンモデルに更なる制限を課す.

Phys.Rev.D83:043515,2011

# 1 Motivation

1998年に超新星の観測から、現在の宇宙は加速膨張していることが分かった。この加速膨張の源をダークエネルギーと呼ぶ。

ダークエネルギーの候補としては、まず第一に宇宙項  $\Lambda$  が考えられる。これをもとにした  $\Lambda$ -CDM モデルは観測とのよい整合性を持つが、その一方で大きな問題を孕んでいる。宇宙項は素粒子物理学において真空のエネルギーに対応するが、その理論値と観測から得られる真空のエネルギー密度とを比較すると、後者が小さすぎるのである。

そこで、宇宙項がダークエネルギーの源でないとして、長距離において重力理論が変更される可能性を考える。それが、modified gravity とよばれる候補である。このモデルの例としては、f(R) 重力理論、スカラーテンソル理論、DGP ブレーンワールド、ガリレオン重力理論などがあり、最初の二つは場のポテンシャルを考え、残りの二つはポテンシャルを考えないという違いがある。

modified gravity においてはまず、長距離における重力の修正により加速膨張を実現できるか否か。さらに、局所重力実験の結果は一般相対性理論 (GR) によく一致していることから、これを再現できるか否か、の二点がまず重要となる。

## 1.1 局所的に GR を取り戻す機構

加速膨張を引き起こすスカラー場について、第五の力の伝播を回避するためには非相対論的物質との結合が抑えられなければならない。

一つ目の機構としては、カメレオン機構があげられる。この機構は f(R) 重力理論、スカラーテンソル理論において働きうる。カメレオン機構は場のポテンシャル項を導入することで、高密度領域において局所的に大きな有効質量を得る機構であり、スカラー場の質量が十分に大きければ、第五の力の伝播は抑えられる。しかし、これがうまく働くためにはポテンシャルのチューニングが必要となる。

二つ目の機構としては、Vainshtein 機構があげられる。この機構は DGP ブレーンワールド、ガリレオン重力理論において働きうる。DGP ブレーンワールドにおいて、ブレーンを起源とする自己相互作用項、 $\square\phi(\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi)$  の非線形効果によって局所領域においては GR を取り戻すことができる。しかし、DGP モデルはゴースト問題や、観測の複合解析との一致の困難さという問題に苛まれている。

## 1.2 ガリレオン重力理論

ミンコフスキー時空においてガリレオン対称性、 $\partial_\mu\phi \rightarrow \partial_\mu\phi + b_\mu$  の下で作用が不変となるような共変的ラグランジアンは次の五つである。[1][2]

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_1 &= M^3\phi, & \mathcal{L}_2 &= (\nabla\phi)^2, & \mathcal{L}_3 &= (\square\phi)(\nabla\phi)^2/M^3, \\ \mathcal{L}_4 &= (\nabla\phi)^2 [2(\square\phi)^2 - 2\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} - R(\nabla\phi)^2/2] /M^6, \\ \mathcal{L}_5 &= (\nabla\phi)^2 [(\square\phi)^3 - 3(\square\phi)\phi_{;\mu\nu}\phi^{;\mu\nu} + 2\phi_{;\mu}{}^\nu\phi_{;\nu}{}^\rho\phi_{;\rho}{}^\mu - 6\phi_{;\mu}\phi^{;\mu\nu}\phi^{;\nu\rho}G_{\nu\rho}] /M^9, \quad (1)\end{aligned}$$

これらは運動方程式を二次のオーダーに保つ。先ほどの自己相互作用項は  $\mathcal{L}_3$  に相当する。

## 2 Background cosmology

ガリレオンモデルに更なる制限を課するためには、物質優勢期以降のゆらぎの進化が重要となるため、以下のような作用を考える。

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_{pl}^2}{2} R + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 c_i \mathcal{L}_i + \mathcal{L}_m \right] \quad (2)$$

ここで、 $g$  は計量テンソルの行列式、 $M_{pl}$  は reduce されたプランク質量、 $\mathcal{L}_i$  は先ほどのガリレオンのラグランジアン、 $c_i$  はその係数、 $\mathcal{L}_m$  は物質場のラグランジアンをそれぞれ表す。今、我々はスカラー場の運動項によって加速膨張が引き起こされるような状況に興味があるため、 $c_1 = 0$  とする。

このようなガリレオンモデルには、

$$H = H_{dS} = constant, \quad \dot{\phi} = \dot{\phi}_{dS} = constant. \quad (3)$$

において安定なド・ジッター解が存在することが分かっている。

ここで、便利のために次のようなパラメータを導入する。

$$\alpha \equiv c_4 x_{dS}^4, \quad \beta \equiv c_5 x_{dS}^5. \quad (4)$$

ただし、 $x_{dS} \equiv \dot{\phi}_{dS}/(H_{dS} M_{pl})$  である。このようにおいた上で、フリードマン方程式、

$$3M_{pl}^2 H^2 = \rho_{DE} + \rho_m, \quad (5)$$

$$3M_{pl}^2 H^2 + 2M_{pl}^2 \dot{H} = -p_{DE}, \quad (6)$$

をド・ジッター点で考えると、以下のように  $c_2, c_3$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表すことができる。

$$c_2 x_{dS}^2 = 6 + 9\alpha - 12\beta, \quad (7)$$

$$c_3 x_{dS}^3 = 2 + 9\alpha - 9\beta, \quad (8)$$

つまり、パラメータ  $\alpha, \beta$  を導入すれば、元の4つのモデルパラメータ  $c_1, c_2, c_3, c_4$  を同時に扱うことができるようになる。更に、次のように変数を再定義する。

$$r_1 \equiv \frac{\dot{\phi}_{dS} H_{dS}}{\dot{\phi} H}, \quad r_2 \equiv \frac{1}{r_1} \left( \frac{\dot{\phi}}{\dot{\phi}_{dS}} \right)^4. \quad (9)$$

このように再定義することで、ド・ジッター点では  $r_1 = 1, r_2 = 1$  となる。固定点は、 $r_1' = 0$  かつ  $r_2' = 0$  を解くことで、

$$(r_1, r_2) = (0, 0), (1, 0), (1, 1) \quad (10)$$

の三つとなる。背景時空においてダークエネルギーの状態方程式  $w_{DE} \equiv \rho_{DE}/p_{DE}$  を数値計算した結果が以下の図1である。

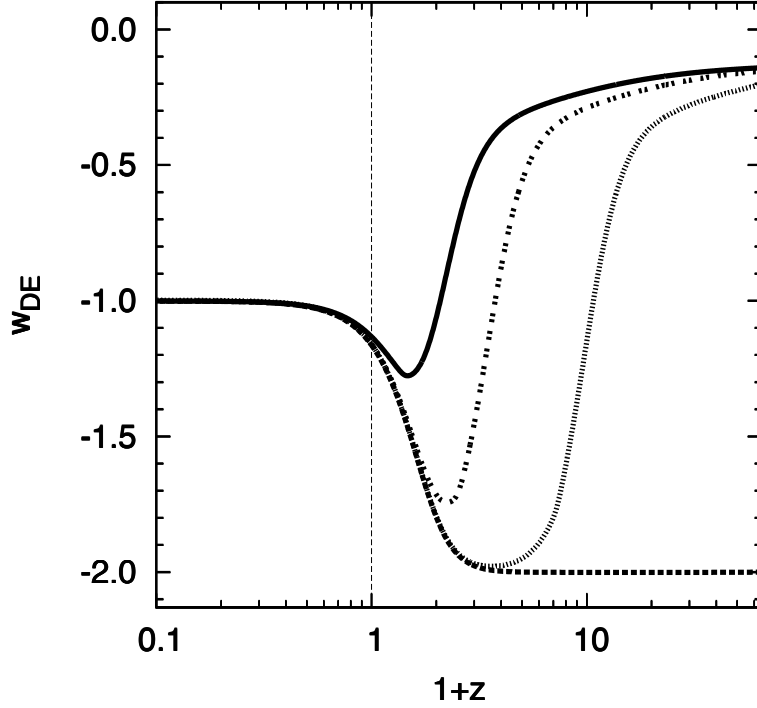


図 1: 状態方程式  $w_{DE}$  対 赤方偏移  $z$

パラメータ  $\alpha, \beta$  に関しては, CMB+BAO+SN1a 複合解析より許される範囲にある値  $\alpha = 1.37, \beta = 0.44$  とした. 一番下の点線の初期値は,  $r_1 = 0.999, r_2 = 7.0 \times 10^{-11}$  であり, これはトラックー解と呼ばれる. しかし, この解は観測的には好まれないことが分かっている. [3] 一方, 一番上の実線の初期値は  $r_1 = 3.0 \times 10^{-14}, r_2 = 3.0 \times 10^{-7}$  であり, これは後期になってからトラックー解に近づくため後期トラックー解と呼ばれる. また, 後期トラックー解とトラックー解の間にある曲線は, 上から順に初期値が  $r_1 = 3.0 \times 10^{-10}, r_2 = 3.0 \times 10^{-7}, r_1 = 3.0 \times 10^{-2}, r_2 = 3.0 \times 10^{-7}$  である. ここから,  $r_2$  が同じ場合, 初期に  $r_1$  が大きければ大きいほど, 早期にトラックーへと近づくことが分かる. これは, 後期トラックー領域 ( $r_1 \ll 1, r_2 \ll 1$ ) においては近似的に  $r_1 \propto a^{9/8}, r_2 \propto a^{3/8}$  となる一方で, トラックー領域 ( $r_1 = 1, r_2 \ll 1$ ) においては  $r_2 \propto a^6$  となるという, 各々の領域における変数の成長の仕方の違いに起因する.

### 3 Cosmological perturbation theories

平坦な FRW 背景時空におけるスカラー摂動を考える. longitudinal gauge において線素は,

$$ds^2 = -(1 + 2\Psi)dt^2 - 2\partial_i\chi dt dx^i + a^2(t)(1 + 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j, \quad (11)$$

ラグランジアンを摂動量の二次まで展開する.

$$[\sqrt{-g}\mathcal{L}]^{(2)} \equiv L(\Psi, \Phi, \chi, \delta\phi, v). \quad (12)$$

ここで、 $\delta\phi$  はスカラー場の非一様部分、 $v$  は速度ポテンシャルを表す。変分原理に従い運動方程式を導出すると、以下ようになる。

$$E_\Psi = 0, E_\Phi = 0, E_{\delta\phi} = 0, \quad (13)$$

$$\ddot{\delta}_m + 2H\dot{\delta}_m + \frac{k^2}{a^2}\Psi = 3(\ddot{Q} + 2H\dot{Q}) \quad (14)$$

ただし、 $\delta_m \equiv \delta + 3Hv$ 、 $Q \equiv Hv - \Phi$  であり共にゲージ不変量となっている。

### 3.1 サブホライズンスケールにおける準静的近似

$k \gg aH$  で特徴付けられる大規模構造に関連するスケールにおいて、 $k, \delta_m$  を含む項の寄与が支配的になるとする準静的近似を考える。すると、先ほどの摂動方程式から以下の2式を得る。

$$\Phi_{eff} \simeq -\frac{3}{2} \frac{G_{eff}(t)}{G} \frac{1 + \eta(t)}{2} \Omega_m \delta_m \left( \frac{aH}{k} \right)^2 \quad (15)$$

$$\delta_m'' + \left( 2 + \frac{H'}{H} \right) \delta_m' - \frac{3}{2} \frac{G_{eff}(t)}{G} \Omega_m \delta_m \simeq 0. \quad (16)$$

ただし、 $\eta \equiv -\Phi/\Psi$  は異方性パラメータと呼ばれる量である。ここで、実行重力ポテンシャル  $G_{eff}$  と異方性パラメータ  $\eta$  は、 $\Lambda$ -CDM モデルにおいては一定になるのに対し、ガリレオンモデルでは  $G_{eff}(t)$  及び  $\eta(t)$  という時間に依存する形になった。ここから、ガリレオンモデルが  $\Lambda$ -CDM モデルと異なった振る舞いを見ることが見て取れる。

### 3.2 トラッカー解, 後期トラッキング解, ド・ジッター解における近似

トラッカー解 ( $r_1 = 1, r_2 \simeq 0$ ) においては、

$$\frac{G_{eff}(t)}{G} \simeq 1 + 3r_2 \gtrsim 1, \quad (17)$$

$$\eta \simeq 1 - 3.7r_2 \lesssim 1 \quad (18)$$

後期トラッキング解 ( $r_1 \simeq 0, r_2 \simeq 0$ ) においては、

$$\frac{G_{eff}(t)}{G} \simeq 1 + 14r_2 \gtrsim 1, \quad (19)$$

$$\eta \simeq 1 + 7.1r_2 \gtrsim 1 \quad (20)$$

ド・ジッター解 ( $r_1 = 1, r_2 = 1$ ) においては、

$$\frac{G_{eff}(t)}{G} \simeq 0.68, \quad (21)$$

$$\eta = 1 \quad (22)$$

となる。ただし、モデルパラメータとしては図 1 と同じ値を用いた。この結果は、 $f(R)$  重力理論や Brans-Dicke 理論において成り立つ、

$$\frac{G_{eff}(t)}{G} \frac{1 + \eta(t)}{2} = 1 \quad (23)$$

と比べ、ガリレオンモデルは異なった振る舞いをすることを表している。

## 4 Numerical results

### 4.1 後期トラッキング解における密度ゆらぎの進化

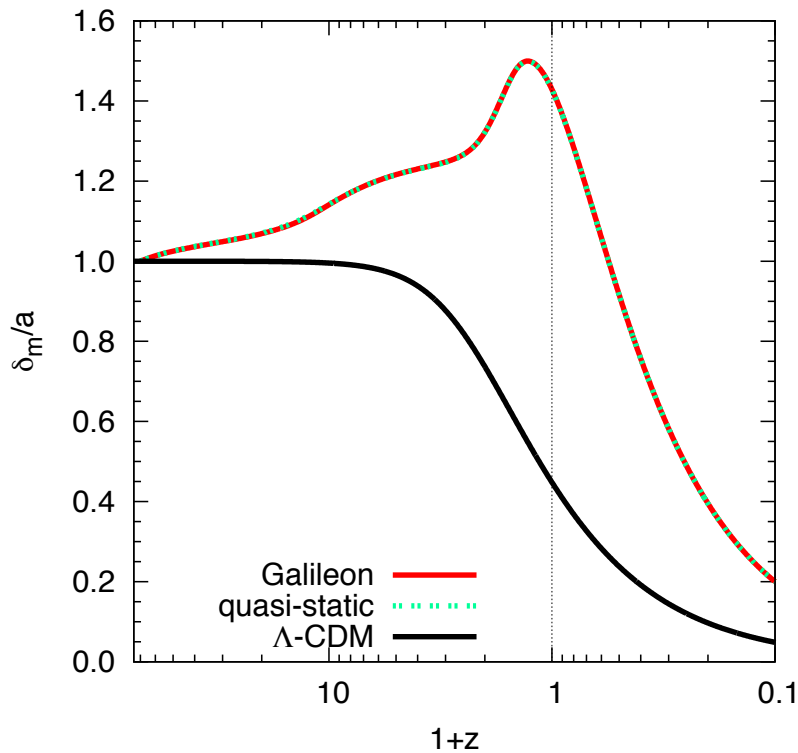


図 2: 密度ゆらぎ  $\delta_m/a$  対 赤方偏移  $z$

大規模構造に関連するスケール  $k = 300a_0H_0$  における密度ゆらぎ  $\delta_m$  について数値計算を行うと、図 2 のような結果になった。赤い実線はガリレオンモデルにおける数値計算結果を表し、モデルパラメータは図 1 と同様に  $\alpha = 1.37$ ,  $\beta = 0.44$ , 初期値は  $r_1 = 0.03$ ,  $r_2 = 0.003$  となっている。また、緑の点線は準静的近似の結果を表す。ここから、サブホライズンスケールにおける準静的近似は、数値計算結果と高い精度で一致していることが分かる。また、黒い実線は  $\Lambda$ -CDM モデルにおいて密度ゆらぎを計算した結果である。ここから、ガリレオンモデルでは  $\Lambda$ -CDM モデルと異なり、物質優勢期から成長を続け、現在付近でピークを持った後、減少していくことが分かる。このような密度ゆらぎの振る舞いは、銀河のパワースペクトル等に影響を与えるだろう。

## 4.2 後期トラッキング解における実効重力ポテンシャルの進化

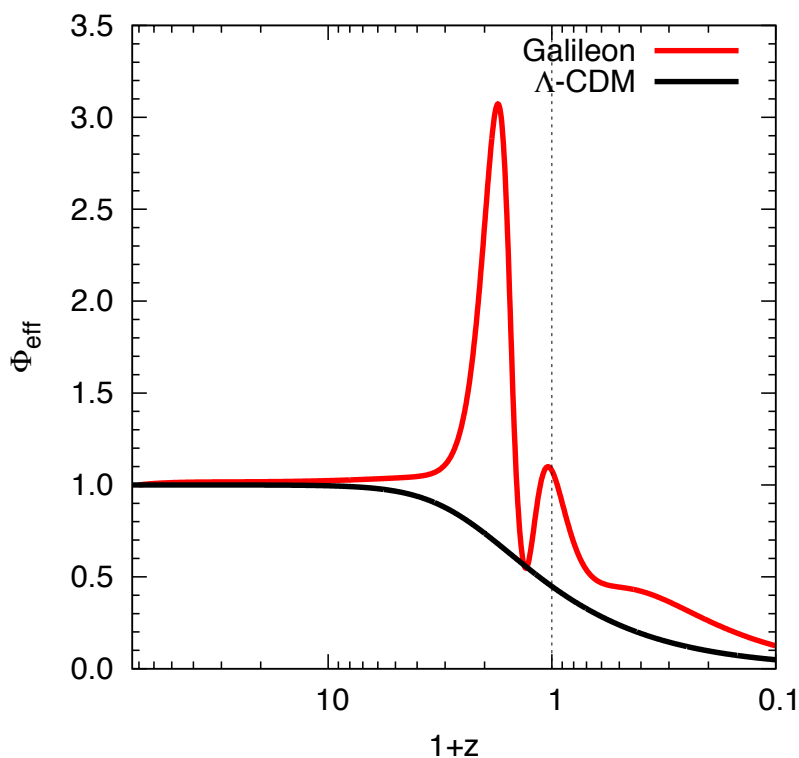


図 3: 実効重力ポテンシャル  $\Phi_{eff}$  対 赤方偏移  $z$

CMB の温度異方性に関連する大スケール  $k = 5a_0H_0$  における実効重力ポテンシャル  $\Phi_{eff}$  について数値計算を行うと、図 3 のような結果になった。先程と同様に赤い実線はガリレオンモデルにおける数値計算結果を表す、モデルパラメータ、初期値に関しては図 2 と同様である。また、黒い実線は  $\Lambda$ -CDM モデルにおいて実効重力ポテンシャルの数値計算結果である。やはりここでも、ガリレオンモデルでは  $\Lambda$ -CDM モデルと異なった振る舞いを示した。後者は物質優勢期から成長せずに、減少へと転じる一方で、前者は物質優勢期の終わりから現在付近にかけて顕著なピークが存在することが分かる。この振る舞いは、ISW 効果を通して CMB の温度異方性に影響を与えうる。

### 4.3 後期トラッキング解における成長指数の進化

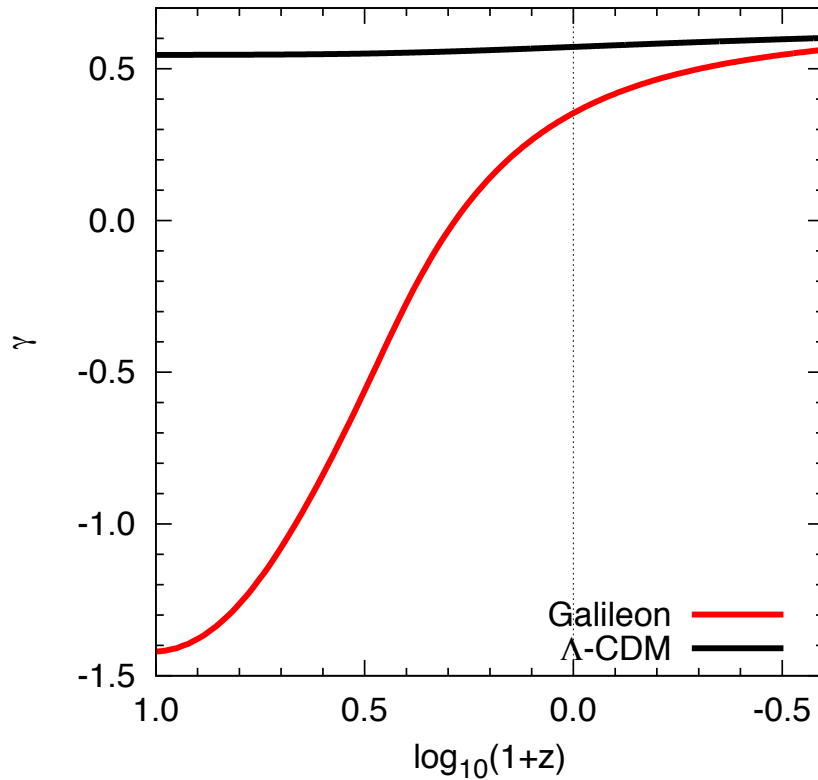


図 4: 成長指数  $\gamma$  対 赤方偏移  $z$

$\delta'_m/\delta_m = (\Omega_m)^\gamma$  で定義される成長指数  $\gamma$ [4] についての数値計算結果は図 4 のようになった。先程と同様に、赤い実線はガリレオンモデルにおける数値計算結果を、黒い実線は  $\Lambda$ -CDM モデルにおける数値計算結果を表す。観測的により好まれる後期トラッキング解における成長指数は、現在付近で  $\gamma \simeq 0.35$  という値を示した。これは、現在付近で  $\gamma \simeq 0.55$  となり、更にほぼ一定になる  $\Lambda$ -CDM モデルの結果と比べ、大きく異なっている。また、 $f(R)$  重力理論において、この現在付近での値はスケール依存する性質があるのに対し、ガリレオンモデルでは大規模構造に関わるスケールにおいて、ほぼスケール不変になることが分かった。

## 5 Conclusion

我々はガリレオンモデルに観測からの更なる制限を課すために一次の摂動方程式を導いた。

更に大規模構造と関連するサブホライズン・スケールにおいて準静的近似を用い、密度ゆらぎと実効重力ポテンシャルの方程式を導いた。

数値計算の結果より、大規模構造に関連するスケールにおいて、上記の近似の結果と数値計算の結果とがよく一致することを示した。



またガリレオンモデルにおけるゆらぎの進化は他のモデルと異なった特徴的な振る舞いを示す。これらは ISW 効果や CMB 異方性にその痕跡を残すと考えられる。

## 参考文献

- [1] A. Nicolis, R. Rattazzi and E. Trincherini, *Phys. Rev. D* **79**, 064036 (2009).
- [2] C. Deffayet, G. Esposito-Farese and A. Vikman, *Phys. Rev. D* **79**, 084003 (2009);
- [3] S. Nesseris, A. De Felice and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. D* **82**, 124054 (2010).
- [4] L. M. Wang and P. J. Steinhardt, *Astrophys. J.* **508**, 483 (1998).