

マグネター降着円盤によるガンマ線バースト

京都大学 天体核研究室 M1 衣川 智弥

1 イントロ

線バースト (GRB) は宇宙で最高エネルギーの天体現象であり、そのエネルギースケールは $E \sim 10^{51-54}$ である。GRB の一部には超新星爆発 (SN) や極超新星爆発 (HN) と関係しているという観測結果が存在する。SN のエネルギースケールは $E \sim 10^{51}$ 、HN のエネルギースケールでさえ $E \sim 10^{52}$ であり、SN や HN の爆発が球対称に起こっていたとすると GRB のエネルギーを説明できない。そこで、爆発が起こる際に何らかの機構によって非球対称なジェットが生成し、high lorentz factor によって GRB のエネルギーが説明できると考えられている。ジェットをつくる機構として有力なものが降着円盤である。SN で吹き飛びきらなかった物質によって降着円盤が形成され、降着円盤からニュートリノ放射が起き、そのニュートリノが対消滅することによって fire ball が形成される。その降着円盤の中心エンジンについては中性子星 (NS) とブラックホール (BH) の二つの候補が考えられている。図 1 を見てみると、この二つの候補のうち、よりエネルギーの高い SN や HN を考えると、その SN は磁気駆動型の SN であり、その中心には NS ができるであろうと考えられる。よって、今回は中心エンジンが磁場が大きい中性子星、つまり、マグネターである場合を考え、強磁場が降着円盤をどのように変化させるか、特にニュートリノ放射を強めるかどうかについて考えた。なお、この発表は Zhang & Dai2010 のレビュー発表である。

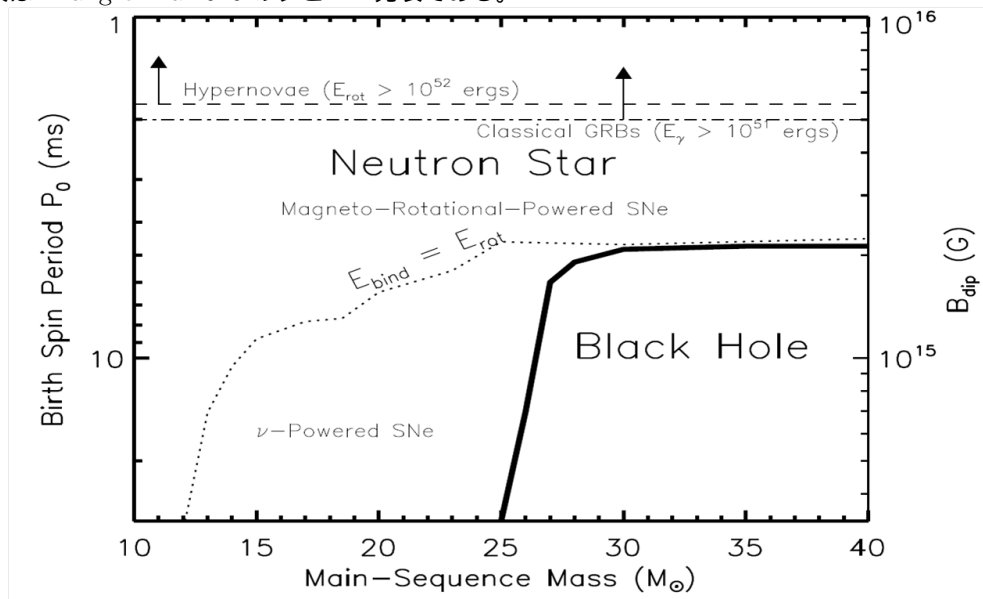


図 1 NS v s BH

2 降着円盤

降着円盤とは、中心重力源の周りに角運動量をもった物質が降着していき、円盤を形成する天体現象である。円盤において、外側の物質より内側の物質の方が回転速度が速いため、粘性が働き、内側から外側へと角運動量の輸送が起き、物質は角運動量を失い中心天体へと落ちてゆく。今回はニュートリノ冷却優勢円盤 (NDAF) を考えている。

2.1 基礎方程式

降着円盤 (磁場なし) を記述する基礎方程式は以下のとおりである。

2.1.1 連続の式

$$\dot{M} = 2\pi r \Sigma v_r = \text{Const.} \quad (1)$$

\dot{M} :降着率 Σ :面密度

2.1.2 角運動量保存則

$$\Sigma \left(v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_r v_\phi}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \Sigma \nu \left(r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} \frac{v_\phi}{r} \right) \right] \quad (2)$$

連続の式をつかって変形した後に r について disk の積分すると、

$$\dot{M} \left[\sqrt{\frac{GM}{r}} - \sqrt{\frac{GM}{r_{in}}} \right] = -3\pi r^2 \Sigma \nu \Omega_K \quad (3)$$

となる。 $(r_{in}$ は disk の内縁の半径) これを変形すると、

$$\Sigma \nu = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[1 - \sqrt{\frac{r_{in}}{r}} \right] \quad (4)$$

と書ける。

2.1.3 静水圧保存

$$\frac{P}{\rho} = \Omega_K^2 H^2 \quad (5)$$

と書ける。これを書き換えると、

$$c_s^2 = \Omega_K^2 H^2 \quad (6)$$

$$c_s = \Omega_K H = v_\phi \frac{H}{r} \quad (7)$$

となり、 $H \gg r$ なので、 $c_s \gg v_\phi$ である。

2.1.4 エネルギー保存

まず、粘性による加熱について考える。応力テンソルは $r\phi$ 成分のみを考えるので

$$t_{r\phi} = -\frac{3}{2}\rho\nu\Omega_K \quad (8)$$

となる。粘性応力は ϕ 成分のみだから

$$f_\phi = -t_{r\phi} \quad (9)$$

単位時間単位面積あたりの粘性による散逸エネルギー発生率は

$$Q_{vis}^+ = \frac{H}{\rho\nu} t_{r\phi}^2 = -\frac{H}{\rho\nu} t_{r\phi} f_\phi \quad (10)$$

ここで、粘性応力について考えると、角運動量の変化率とトルクは一致するから、

$$f_\phi \cdot (2\pi r \cdot 2H) \cdot = \dot{M}[\sqrt{GM}r - \sqrt{GM}r_{in}] \quad (11)$$

という関係があるので、エネルギー発生率は

$$Q_{vis}^+ = \frac{3\dot{M}}{8\pi r^2} \frac{GM}{r} \left[1 - \sqrt{\frac{r_{in}}{r}} \right] \quad (12)$$

となる。ここで、disk の冷却は移流とニュートリノ放射によると考えると

$$Q_{vis}^+ = Q_{adv}^- + Q_\nu^- \quad (13)$$

と書ける。ここで、右辺の各項は

$$Q_{adv}^- = \frac{1}{2}\Sigma v_r T \frac{ds}{dr} \quad (14)$$

s : 単位質量あたりのエントロピー

$$Q_\nu^- = qH \sim q_{eN}H \quad (15)$$

q : 単位面積当たりのニュートリノ放射率 q_{eN} : 単位面積当たりの β Decay によるニュートリノ放射率

2.1.5 粘性

乱流粘性を考えると、

$$\nu \sim v_{turb} l_{turb} \quad (16)$$

l_{turb} : 乱流の渦のサイズ (\sim 円盤の厚み H) v_{turb} : 乱流の速度 (\sim 音速 c_s) したがって、

$$f_\phi = -t_{r\phi} \sim < (\rho c_s H) \Omega \sim \rho c_s^2 \sim P \quad (17)$$

となる。よって、 $\alpha < 1$ を使って、

$$f_\phi = \alpha P \quad (18)$$

と書ける。

2.1.6 圧力

EOS を考えると、disk 内では核子によるガス圧と電子・陽電子による圧力、輻射圧が考えられるので

$$P = P_{nuc} + P_e + P_{rad} \quad (19)$$

となっている。

これらの方程式が磁場によってどう変わっているかを調べ、それがニュートリノ放射を強めるのか弱めるのかについて考える。

3 マグネター降着円盤

磁場による降着円盤の変化はランダウ準位や分布関数の変化による粒子効果とジュール熱や磁気圧による MHD 的な変化がある。それらを個々に考えたのち、ニュートリノ放射は強まるんか弱まるのかについて考察する。

3.1 磁場による量子効果

3.1.1 ランダウ準位による縮退

強磁場のとき、ランダウ準位による縮退が起きる。どのようにして縮退が起きるのかを簡単のため非相対論的に考え説明する。(実際に扱う系は相対論的) z 方向に磁場がある場合の 2 次元ハミルトニアンを考える

$$\vec{A} = (0, Bx, 0) \quad (20)$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left[\hat{p}_x + \left(\hat{p}_y - \frac{eB}{c} \hat{x} \right)^2 \right] \quad (21)$$

y があらわに入っていないので、 \hat{p}_y の固有値を k_y とすると

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left[\hat{p}_x^2 + \left(k_y - \frac{eB}{c} \hat{x} \right)^2 \right] \quad (22)$$

$$= \frac{1}{2m} \hat{p}_x^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{eB}{mc} \right)^2 \left(\hat{x} - \frac{ck_y}{eB} \right)^2 \quad (23)$$

とかける。これは中心が $\frac{ck_y}{eB}$ で振動数 $\omega = \frac{eB}{mc}$ の調和振動子と同じ形をしている。よって、エネルギーは量子化され、エネルギー準位 $\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$ となる。スピンまでちゃんと考えると、エネルギー準位は、

$$\hbar\omega \left(n + \frac{\sigma + 1}{2} \right) = \hbar\omega n_L \quad (24)$$

となる。

各エネルギー準位の x - y 面での単位面積当たりの縮退度を求める。周期境界条件 L_x, L_y を与えると、

$$k_y = \frac{2\pi\hbar}{L_y} l \quad (l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (25)$$

となり、中心は $\frac{c}{eB} \frac{2\pi\hbar}{L_y} l$ であるから、これが、0 と L_x の間にあるためには

$$0 \leq l \leq \frac{eB}{2\pi\hbar c} L_x L_y \quad (26)$$

とならなければならない。これより、単位面積あたりに $\frac{eB}{hc}$ の縮退が起きることがわかる。また、summation も

$$\frac{2}{h^3} \int d^3p \longrightarrow \sum_{n=0}^{\infty} g_{nL} \int \frac{eB}{h^2 c} dp \quad (27)$$

g_{nL} : スピン自由度と変わる。

3.1.2 分布関数の変化

今回考える系では $\hbar\omega \geq m_e c^2$ となるような磁場を考えているので電子・陽電子は相対論的になっており、ランダウ準位によるエネルギーも考慮する必要があるので、分布関数が変わる。磁場ありのディラックのハミルトニアンを解くと、エネルギーは

$$E_e = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4 + 2n_L e B \hbar c} \quad (28)$$

$$= m_e c^2 \sqrt{x^2 + 1 + n_L b} \quad (29)$$

n_L : ランダウ準位

$$b = \frac{2e\hbar B}{m_e^2 c^3}$$

$$x = \frac{p}{c}$$

となる。よって、Fermi-Dirac 分布関数は

$$f_{e^\mp} = \frac{1}{e^{m_e c^2 \sqrt{x^2 + 1 + n_L b} / k_B T + \eta_e} + 1} \quad (30)$$

$\eta_e = \frac{\mu_e}{k_B T}$ となる。

3.2 MHD 的な寄与

3.2.1 磁気圧

強磁場では磁気圧 $P_B = \frac{B^2}{8\pi}$ が効いてくるので、状態方程式は

$$P = P_{nuc} + P_e + P_{rad} + P_B \quad (31)$$

3.2.2 磁気トルク

角運動量輸送に磁気トルクが作用する。ここで B_r は十分小さいとしている。

$$\dot{M} \frac{dl}{dr} = -2\pi \frac{d}{dr} \left(r^3 \Sigma \nu \frac{d\Omega}{dr} \right) - r^2 B_z B_\phi |_{z=H} \quad (32)$$

3.2.3 ジュール加熱

エネルギー保存について考えると、加熱項としてジュール散逸による寄与が出てくるので

$$Q_{vis}^+ + Q_{Joule}^+ = Q_{adv}^- + Q_v^- \quad (33)$$

となる。

$$Q_{Joule}^+ = \frac{4\pi H}{c^2} \eta_t \langle J^2 \rangle \quad (34)$$

$$= \frac{H}{4\pi} \eta_t \langle (\nabla \times \vec{B})^2 \rangle \quad (35)$$

η_t :磁気拡散係数ジュール散逸によるニュートリノ放射の変化について図 2 に記す。

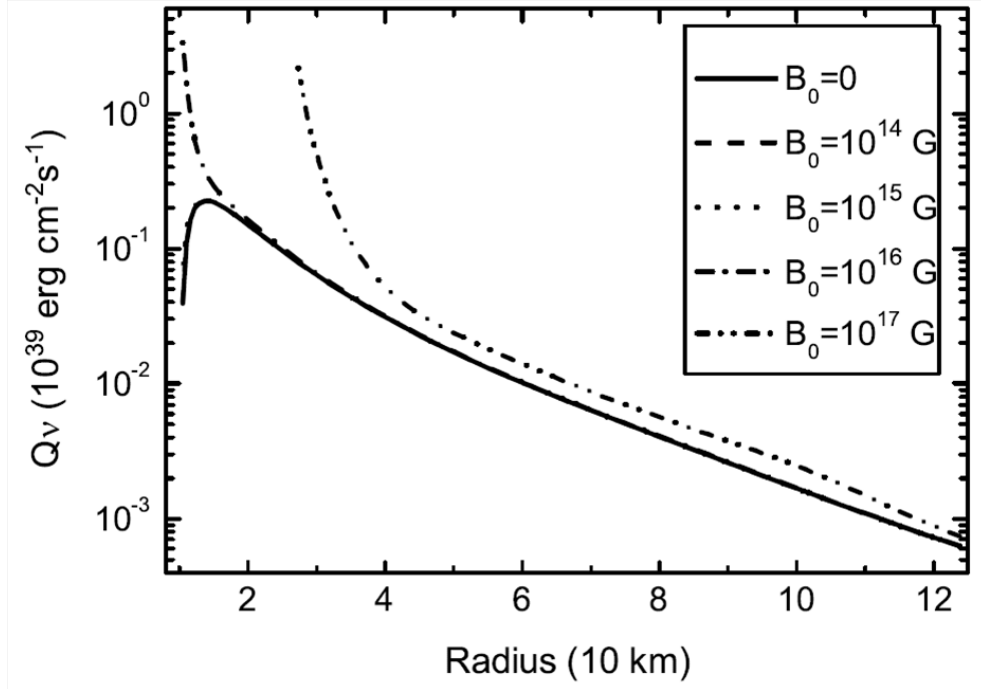


図 2 ジュール散逸によるニュートリノ放射の変化

3.3 ニュートリノ放射への寄与

磁場に依るニュートリノ放射への変化を考える。

量子効果からの変化について考える。エネルギーが量子化されるため、磁場が大きくなると $\hbar\omega$ が大きくなり、大きい準位に粒子が入りにくくなる。したがって電子・陽電子はほとんど基底状態になる。

$$E \searrow \quad Q_\nu^- \searrow \quad (36)$$

一方、電子・陽電子の数密度 n_{e^\pm} は磁場によって大きくなるので、それによってニュートリノ放射率も上昇する。

$$\rho_e \nearrow \quad Q_\nu^- \nearrow \quad (37)$$

MHD 的な寄与による変化を考える。ジュール散逸によってより加熱されるのでニュートリノ放射率も上昇する。

$$Q^+ \nearrow \quad Q_\nu^- \nearrow \quad (38)$$

これらの寄与によってニュートリノ放射が強まるのか弱まるのかを数値計算すると図 3 のようになり、磁場が上がるにつれてニュートリノ放射も強まるということがわかる。図 2 と図 3 を見比べてもあまり変化がないため量子効果はそれほどきいてこないと考えられる。

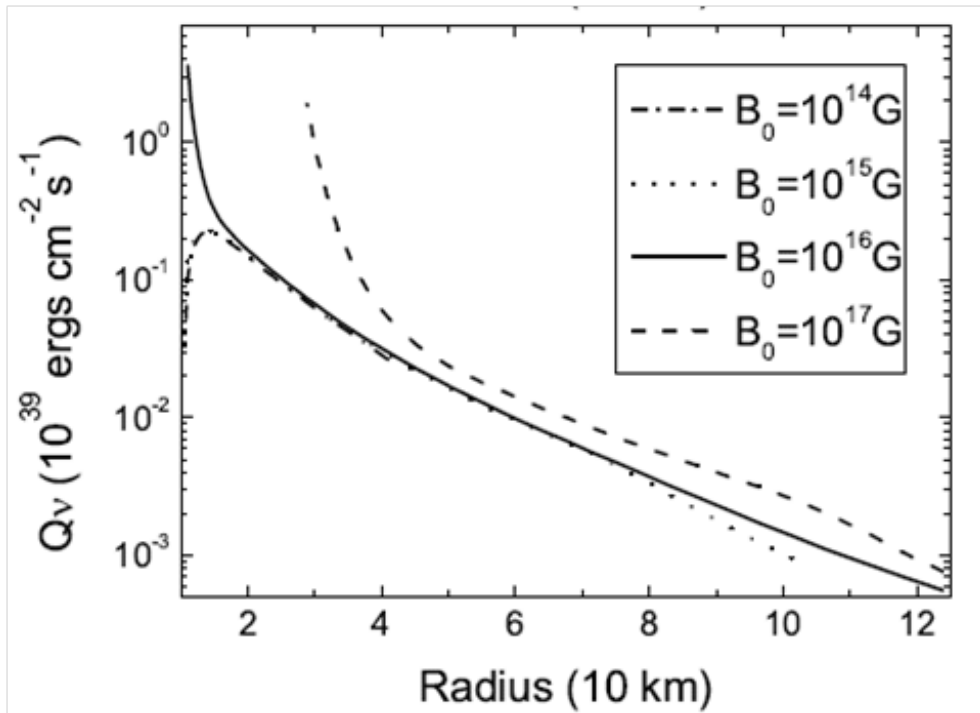


図3 ジュール散逸と量子効果によるニュートリノ放射の変化

4 まとめ

今回 GRB の発生源の候補である降着円盤モデルに対して磁場がどのように効いてくるかについて考えた。結果として、

- ・量子効果はあまり効かない
 - ・ B が大きいと磁気圧が効いてくる
 - ・角運動量輸送に磁気トルクが効いてくる
 - ・磁場が上がるとニュートリノ放射も強まる
- ということがわかった。

5 reference

- Zhang D., Dai Z. G., 2010, ApJ, 718, 841
 Metzger, B. D., Giannios, D., Thompson, T. A., Bucciantini, N. and Quataert, E. 2011, MNRAS, 413, 2031