ShenのEOSテーブルを用いた中性子星の状態方程式の導出

千葉大学
宇宙物理学研究室
修士1年
庄司圭佑

イントロダクション

最終的な目標：重力崩壊型の超新星爆発のシミュレーション

・超新星爆発

宇宙最大規模の大爆発。重力崩壊型の超新星爆発は中性子星ができる過程で起こると考えられている。

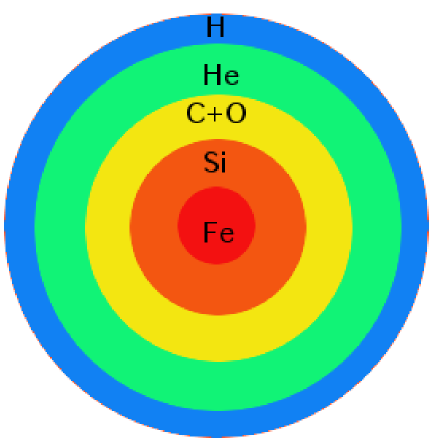
・中性子星

中性子が主な成分で、中性子の縮退圧により支えられている高密度天体。
中心密度は10^{14}g/cm^{3}に達する。

※10^{14}g/cm^{3}→核密度：核力（強い相互作用）が加わるため、状態方程式が複雑になる

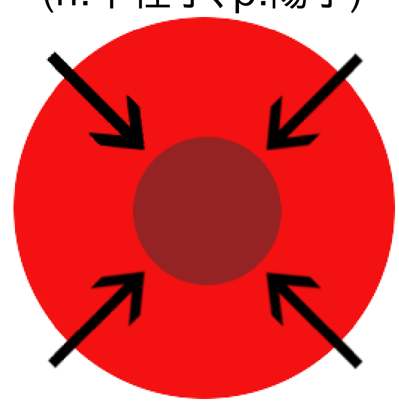
超新星爆発のメカニズム

大質量星の核反応
が鉄コアまで進む



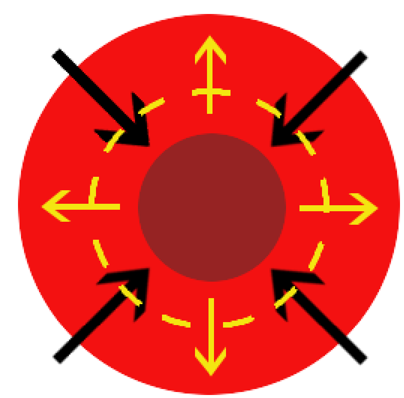
→

温度が10^{10}Kに達すると
鉄の光分解が起こり爆縮が起こる
Fe→13He+4n→26p+20n
(n：中性子、p：陽子)



→

コアの密度が核密度～10^{14}g/cm^{3}
になると圧力が急激に大きくなり
衝撃波が発生する



イントロダクション

超新星爆発のシミュレーションには中性子星の状態方程式が必要である。

しかし、中性子星は非常に高密度なので核力を考慮しなければならず、
状態方程式は複雑になる。

そこで超新星爆発のシミュレーションに使われているShenのEOSテーブル
(Shen et al. 1998)を用いる。

ShenのEOSテーブルは複雑な状態方程式を提供してくれるが、バリオンによる
効果のみを考慮している。

レプトン（電子等）による効果を含めて超新星爆発のシミュレーションに
適用できる状態方程式の導出を目指す。

研究の流れ

0.ShenのEOSテーブル

1. T=0 [K]での電子の状態方程式

電子は完全縮退していて分布関数が簡単になり、解析的に解ける

2. T=10^9〜10^{10} [K]での電子の状態方程式

縮退が一部で解けている。解析的に解けないので、数値的に積分して求める。

3. T=10^{10}〜10^{12} [K]での（電子＋陽電子）の状態方程式

高温、低密度では陽電子が生成されるので、陽電子も考慮しなければならない。

4.離散的なテーブルの補間

完成したテーブルは離散的なので、数値計算で使えるようにするには補完して連続的に参照できるようにしなければならない。

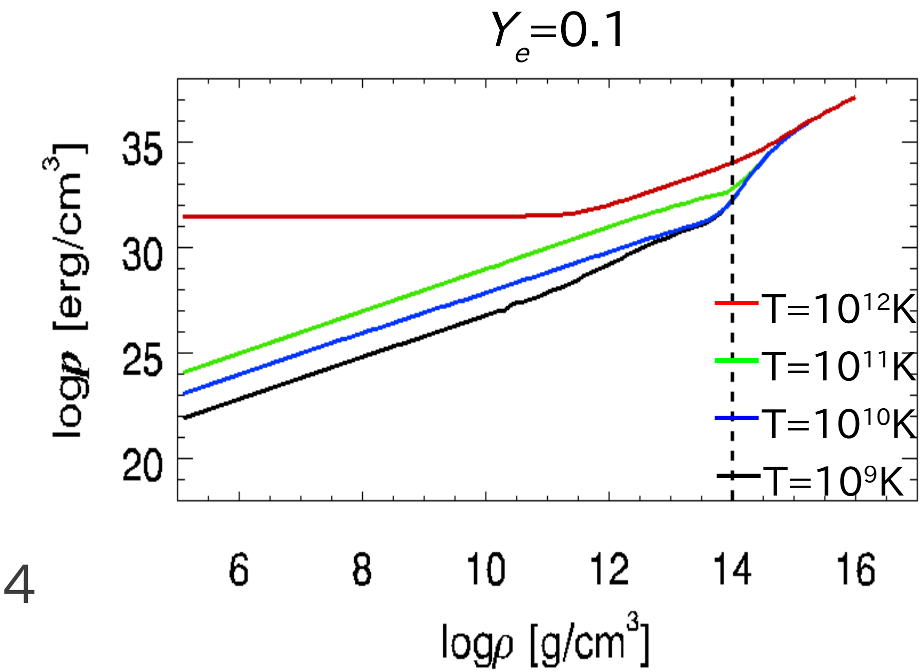
今の時点で2までしかできていないので、ここでは2まで発表します。

0.ShenのEOSテーブル

今回使用するのはEOS2：2010-version
(EOS1:1998-version)

3つのテーブルが用意

- main table
- T=0
- Y_p=0



範囲

$\log_{10}T$ [MeV]：-1.00 ～ 2.60　mesh=0.04
(T [K] = 10^9 ～ $10^{12.6}$)

Y_p：0.01 ～ 0.65　mesh=0.01
(Y_p:プロトンの比率)

$\log_{10}\rho_B$[g/cm^3]：5.10 ～ 16.00　mesh=0.10

1. T=0 [K]での電子の状態方程式
解析的に求まる(Stuart L.Shapiro & Saul A.Teukolsky)

分布関数をfとすると、電子の数密度n_eは

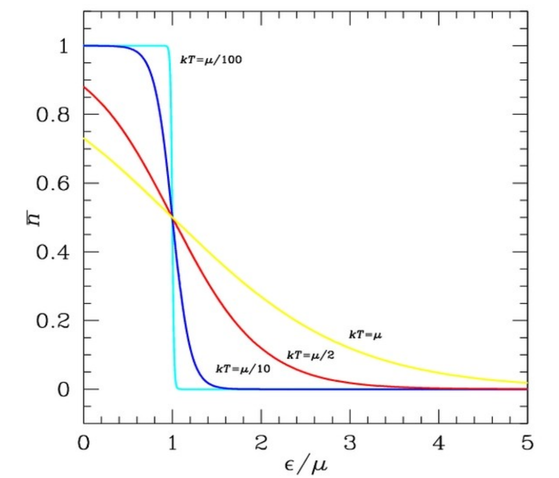
$$n_e = \frac{2}{h^3}\int f \times 4\pi p^2 dp$$

電子はフェルミ分布関数に従い、$f(E)$は

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E-\mu)/kT]+1}$$ ただし $E \equiv (p^2c^2 + m_e^2c^4)^{1/2}$

T = 0、すなわち完全に縮退しているときは

$$f(E)=1 \; for E \leq E_F$$
$$f(E)=0 \; for E > E_F$$
ただし $E_F \equiv (p_F^2c^2 + m_e^2c^4)^{1/2}$



Wikipediaより

これより

$$n_e = \frac{2}{h^3}\int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_F^3$$

$x = \frac{p_F}{m_e c}$ とすると $n_e = \frac{1}{3\pi^2 \lambda_e^3} x^3$ ただし $\lambda_e = \frac{h}{2\pi}\frac{1}{m_e c}$

密度と電子比率、数密度の関係は $\rho_B = nm_u = \frac{n_e m_u}{Y_e}$ より

密度ρ_Bと電子の比率$Y_e(=Y_p)$を決めるとxが決まる

数密度n_eと同様に圧力P_e、内部エネルギーE_eもxの関数として求まる

$$P_e=\frac{1}{3}\frac{2}{h^3}\int_0^{p_F}\frac{p^2c^2}{\left(p^2c^2+m_e^2c^4\right)^{1/2}}4\pi p^2dp=\frac{m_ec^2}{\lambda_e^3}\phi\left(x\right)$$

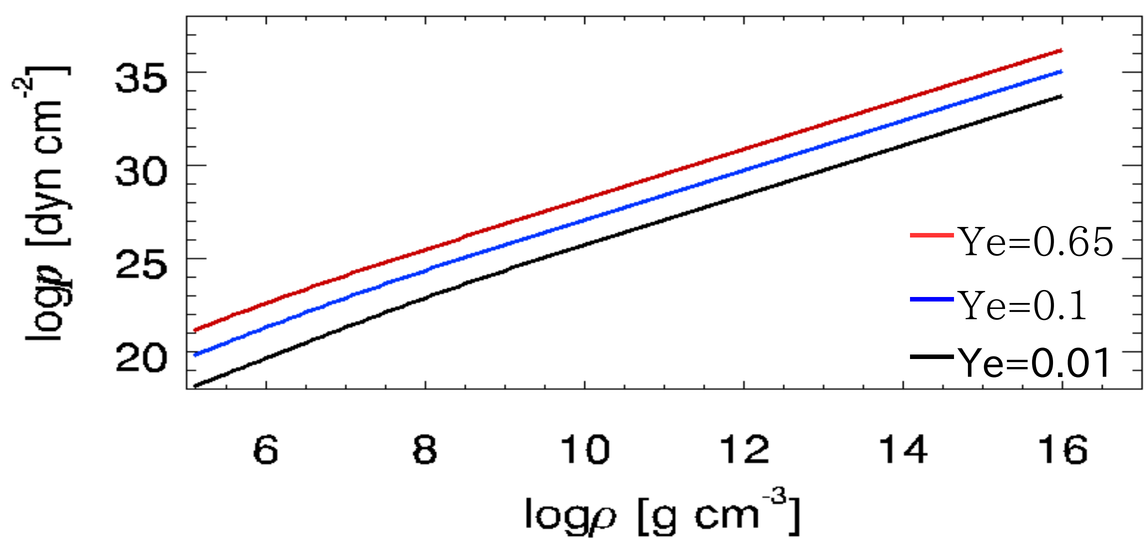
ここで　$\Phi=\frac{1}{8\pi^2}\left\{x\left(1+x^2\right)^{1/2}\left(2x^2/3-1\right)+\ln\left[x+\left(1+x^2\right)^{1/2}\right]\right\}$

$$E_e=\frac{2}{h^3}\int_0^{p_F}\left(p^2c^2+m_e^2c^4\right)^{1/2}4\pi p^2dp=\frac{m_ec^2}{\lambda_e^3}\chi\left(x\right)$$

ここで　$\chi=\frac{1}{8\pi^2}\left\{x\left(1+x^2\right)^{1/2}\left(1+2x^2\right)-\ln\left[x+\left(1+x^2\right)^{1/2}\right]\right\}$

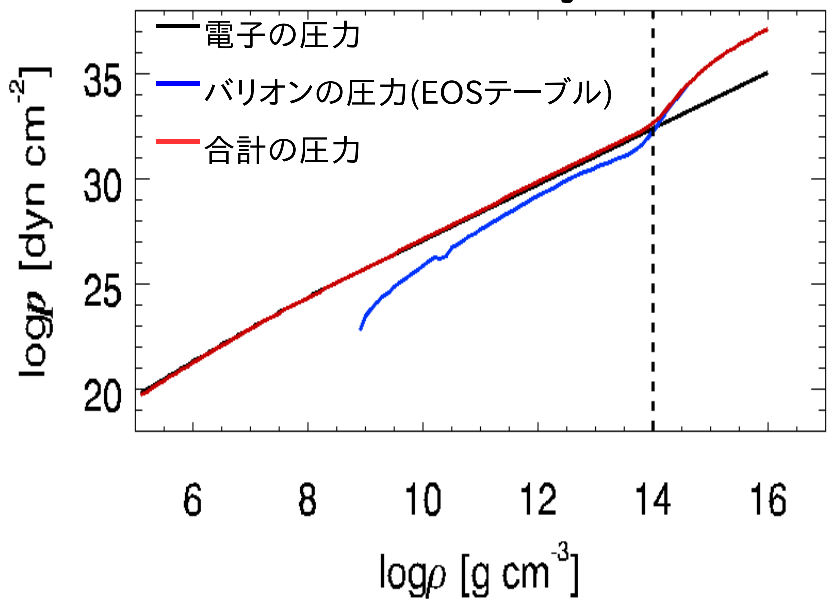
以上から密度ρ_Bと電子の比率Y_e（と温度T）を決めると
圧力P_e、内部エネルギーE_eが求まる。

T=0での電子の圧力

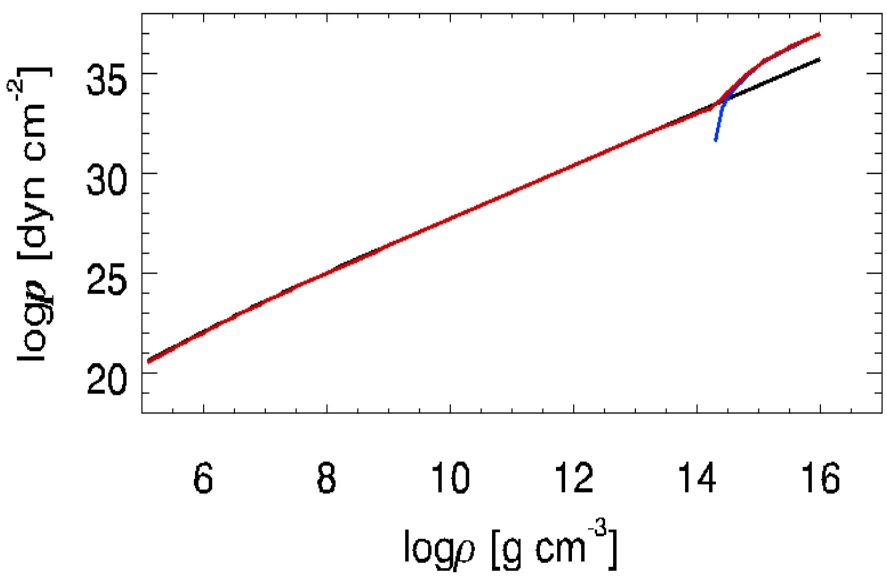


T=0での圧力

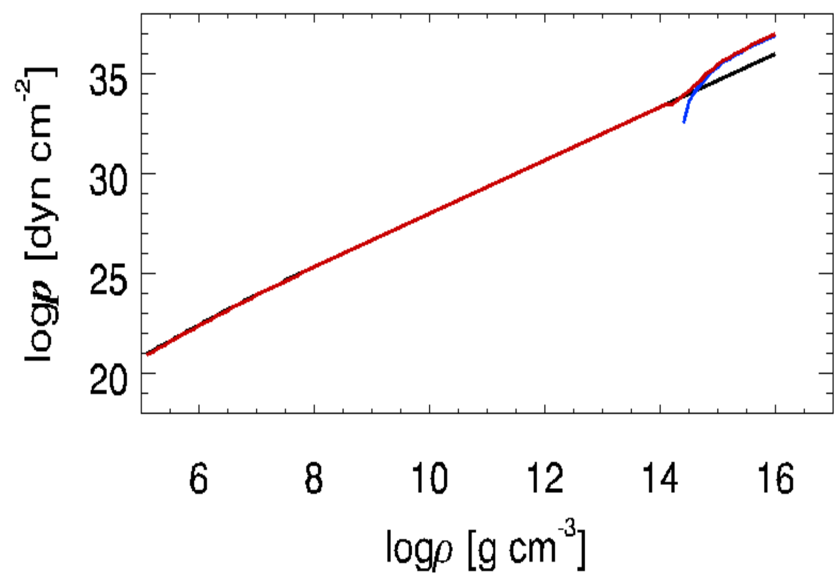
Ye=0.1の時



Ye=0.3の時



Ye=0.5の時



2. T=10^9～10^{10} [K]での状態方程式

電子はフェルミ分布関数に従い、$f(E)$は

$$f(E)=\frac{1}{\exp[(E-\mu)/kT]+1}$$ ただし $$E\equiv(p^2c^2+m_e^2c^4)^{1/2}$$

よって電子の数密度n_eは

$$n_e=\frac{2}{h^3}\int_0^\infty\frac{1}{exp[(E-\mu)/kT]}\times 4\pi p^2 dp$$

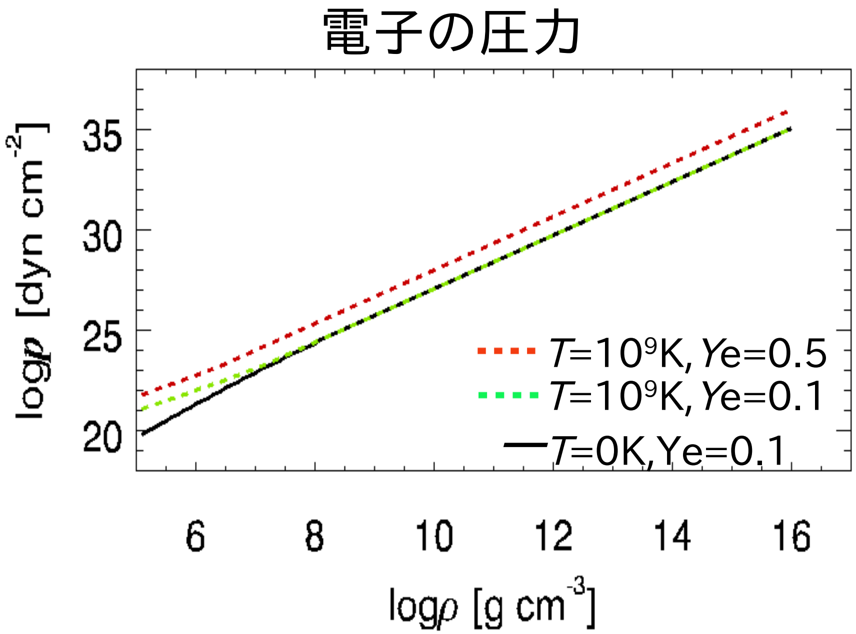
密度ρ_Bと電子の比率Y_eを決めるとn_eが求まる。 （ $\rho_B=nm_u=\frac{n_e m_u}{Y_e}$ ）

温度Tと化学ポテンシャルμを与えると左辺の積分値Sが数値的に求まるので、
S=n_eを満たすμを二分法で求める。

求めたμを用いて、圧力P_e、内部エネルギーE_eを求める。

$$P_e=\frac{1}{3}\frac{2}{h^3}\int_0^\infty\frac{p^2c^2}{(p^2c^2+m_e^2c^4)^{1/2}}\frac{1}{exp[(E-\mu)/kT]}4\pi p^2dp$$

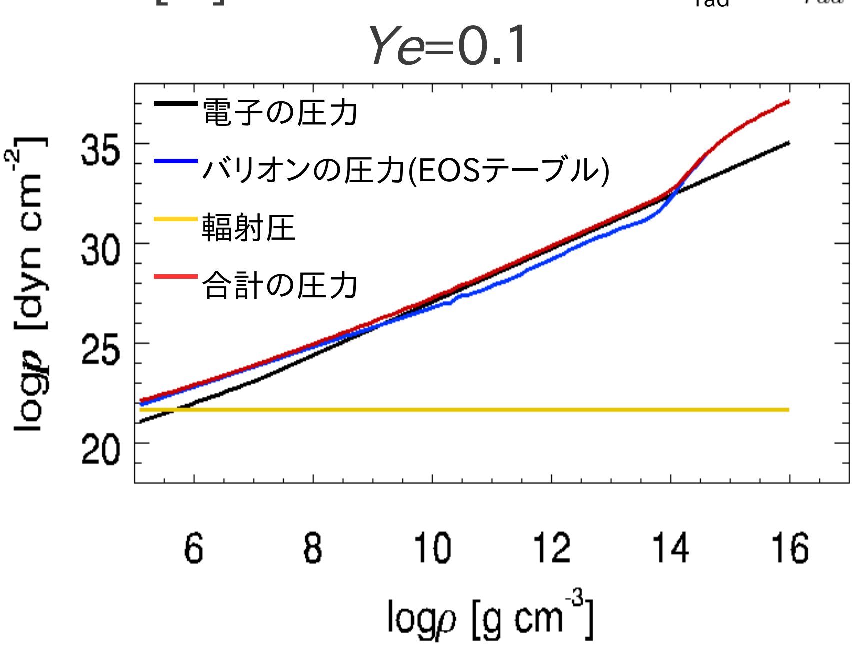
$$E_e=\frac{2}{h^3}\int_0^\infty(p^2c^2+m_e^2c^4)^{1/2}\frac{1}{exp[(E-\mu)/kT]}4\pi p^2dp$$

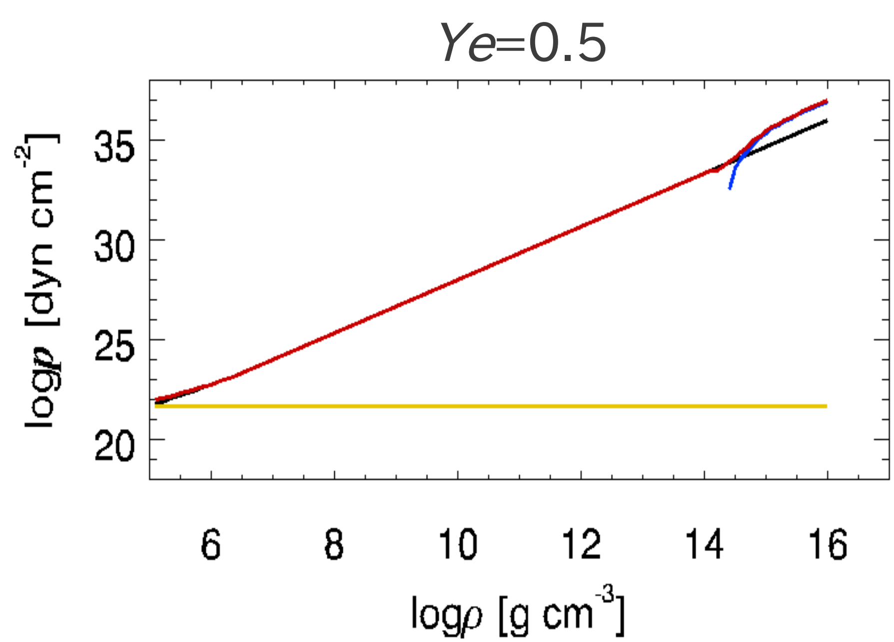


低密度では
縮退が解けている

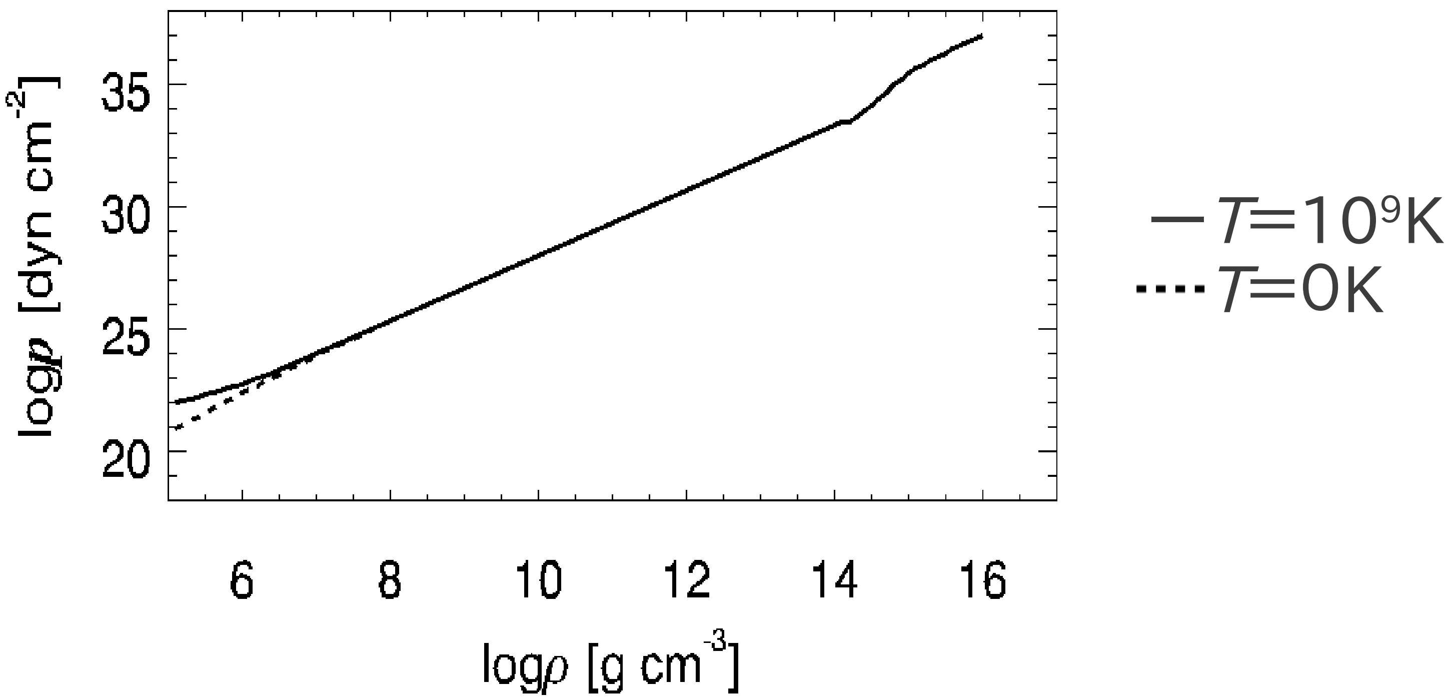
T=10^9[K]での圧力

輻射圧P_{rad}は $P_{rad} = \frac{4\sigma_B}{3c}T^4$ として計算





T＝0KとT＝10^9Kの全体の圧力の比較(Y_e=0.5)



低密度：変化あり→電子の縮退が解けた＋輻射圧
高密度：変化なし

高密度では、さらに高温にならないとT＝0の場合から大きな変化はない

まとめ

T＝0KとT＝10^9Kの場合では低密度では違いがあるが、
高密度ではほとんど変化がない

より高温になればバリオンの圧力と輻射圧の効果で
高密度側も変化するはず

今後

陽電子の効果も含め、より高温の状態方程式を作り
テーブルを完成させる

離散的なテーブルの値を補完して
実際の数値計算をできるようにする