

超新星研究のための核物質状態方程式の構築に向けて

山室早智子 (東京理科大学)

2011年8月31日

1 はじめに

超新星研究において、核物質状態方程式 (EOS) の理解は不可欠なものとなっている。しかし、密度 ρ_B 、陽子混在度 Y_p 、温度 T で幅広い領域のカバーが必要であり、超新星研究で用いられている EOS は現在非常に少ない。これに対し、今回、新たな超新星研究のための EOS の作成を試みている。

現在よく用いられている、圧縮性液滴模型による Lattimer Swesty-EOS[2] や、相対論的平均場近似による Shen-EOS[1] は、核力モデルに基づいて作成されている。これに対し、早稲田大学の鷹野、富樫らは核力の実験データに基づいた EOS の作成を試みている。核力の実験データに基づいた EOS は、中性子星研究のためのものは多く作られているが、これを超新星研究に拡張するという試みは、今回が初めてである。私はこの早稲田大学の鷹野、富樫らの研究グループと共同で研究を行っている。

原子核は一様、非一様状態になると考えられている。一様状態とは、陽子、中性子が一様に分布するように存在している状態で、非一様状態は、陽子、中性子が局所的に存在する、原子核を形成するような状態を表している。核物質が一様状態については現在、 $T = 0\text{K}$ の EOS についてほぼ完成しており、以下 Togashi-EOS と呼ぶ。有限温度の EOS については現在作成中である。私は Togashi-EOS を用いて、核物質が非一様状態であるような低密度領域における EOS の作成を担当している。

本研究で扱う非一様状態相の計算では、原子核を球状と仮定する。このとき、核子数密度を核子半径や中心密度など、9つの変数を持つ関数で表し、この関数を用いてエネルギーを表していく。非一様状態のエネルギーは、一様状態のエネルギーに表面エネルギー、クーロンエネルギーを加えることで計算を行う、ThomasFermi 近似を用いて表す [3]。条件設定として、陽子混在度 Y_p 、平均バリオン数密度 n_B を与え、この時、非一様状態のエネルギーが、最小になる9変数のパラメータセットを決めるようなプログラムを作成している。その最小値問題を解くプログラムとして、今回は準ニュートン法を用いた。

現在温度 0 における計算がほぼ可能になっており、drip し始めの密度計算や原子核の再現性などの計算が出来ている。

今後、有限温度に拡張し、低密度領域において、 Y_p, ρ_B, T の幅広い領域で計算が可能で、また、今回使用している TogashiEOS に限らず、さまざまな EOS にも対応できるようなプログラムの作成おこない、最終的には超新星研究のための非一様状態相の EOS 作成を目的としている。

2 原子核モデル

原子核モデルとして球状原子核を仮定する。また、占有体積を WignerSeitzCell 球で近似する。このとき、占有体積 V_{cell} は以下のように書ける。

$$V_{cell} = \frac{A}{n_B} = a^3 = \frac{4\pi}{3} R_{cell}^3$$

ここで、 A はバリオン数、 n_B はバリオン数密度、 a は占有体積の一辺で、 R_{cell} は WignerSeitzCell 球の半径である。

この WignerSeitzCell 球の核子数密度を関数で表すと、次のような式で書ける。

$$n_i(r) = \begin{cases} (n_i^{in} - n_i^{out}) \left[1 - \left(\frac{r}{R_i} \right)^{t_i} \right]^3 + n_i^{out} & 0 \leq r \leq R_i \\ n_i^{out} & R_i \leq r \leq R_{cell} \end{cases}$$

ここで、 $i = p, n$ であり、 p は陽子、 n は中性子である。 n_i^{in} は中心における密度、 n_i^{out} は drip をあらわす量、 R_i は核子分布の半径、 t_i は原子核表面の厚さに関する量である。図を書くと以下のような関数である。

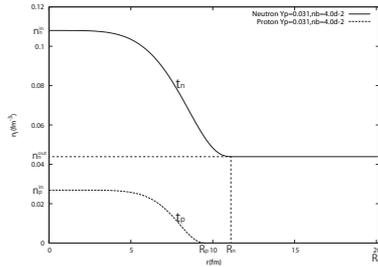


図 1 関数 $n_i(r)$

このとき、核子数密度は $n_p^{in}, n_n^{in}, n_p^{out}, n_n^{out}, R_p, R_n, t_p, t_n, R_{cell}$ の 9 変数関数になっていることが分かる。ここに、状況設定 Y_{p,n_B} を用いると、2 変数を消去することができ、最大で 7 変数関数の最小値問題を解くことになる。

3 非一様状態のエネルギー

非一様状態のエネルギー E_B は、以下のような形で書くことができる。

$$E_B = E_{bulk} + E_s + E_c$$

$$E_{bulk} = \int_{cell} \epsilon_{bulk}(n_n(r), n_p(r)) d^3 r$$

$$E_s = \int_{cell} F_0 |\nabla(n_n(r), n_p(r))|^2 d^3 r$$

$$E_c = \int_{cell} e[n_p(r) - n_e] \phi(r) d^3 r + \Delta E_c$$

E_{bulk} は、局所密度のエネルギー ϵ_{bulk} を一様核物質 EOS から求めることで、与えられる。今回一様核物質 EOS には Togashi-EOS を用いる。Togashi-EOS は、 $0 < Y_p < 0.5, 0 < n_B < 0.2\text{fm}^{-3}$ の範囲で、 Y_p は 0.005 刻み、 n_B は 10^{-4}fm^{-3} 刻みのデータテーブルである。 E_s は表面エネルギーで、 F_0 は有限原子核のトーマスフェルミ計算より求められ、今回は、 $F_0 = 68.003498730762$ を用いた。また、 E_c はクーロンエネルギーで、 ΔE_c は格子の形によるもので、今回は BCC を仮定して計算している。これは、球状原子核を仮定すると、もっともクーロンエネルギーが小さくなるからである。

表面エネルギー E_s とクーロンエネルギー E_c は解析的に解くことができる。

この非一様状態のエネルギーを最小化するプログラムを作成する。全体の流れを図に表すと、以下のようになる。

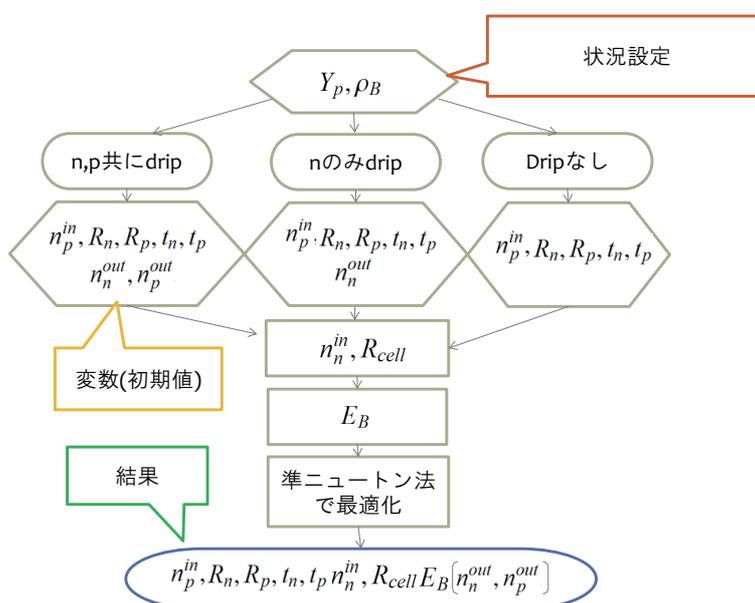


図2 最小化プログラムの流れ

また最適化プログラムとして、今回は準ニュートン法を用いた。

4 結果

4.1 Drip を始める臨界密度

平衡であるような Y_p, n_B を用いて、Drip を始める臨界密度を求め、先行研究 [4] と比べてみた。Drip を始める臨界密度は、Drip 項 (n_n^{out}, n_p^{out}) を入れた計算と、入れない計算でエネルギーの差を見ることで求めた。ここで、求められた Drip を始める臨界密度は

$$n_B = 2.0E - 4\text{fm}^{-3} \quad (1)$$

付近であり、先行研究 [4] では

$$n_B = 2.61E - 4\text{fm}^{-3} \quad (2)$$

であることから、おおよそ計算はできていると考えられる。また、一様、非一様のラインは

$$n_B = 0.10\text{fm}^{-3} \quad (3)$$

付近となり、これはコンシステントな結果であると考えられる。

しかし、 $n_B = 0.1\text{fm}^{-3}$ 以上における Drip を入れた計算は、収束が不安定になり、計算が出来なかった。また、各境界での計算が不安定な傾向があり、今後対策が必要である。

4.2 原子核の再現性

また、 β 平衡において、原子核が再現されるかどうか、計算を行った。最初に、各パラメータの振る舞いを見るために、原子核を図で再現した。その結果、以下ようになった。

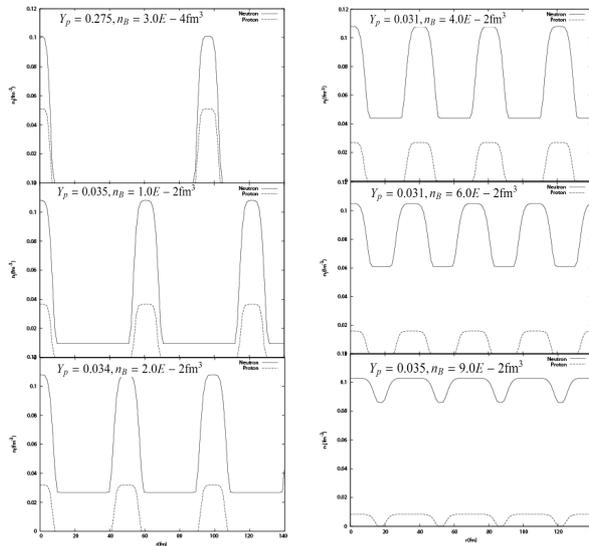


図3 各 Y_p, n_B に対して最適化した $n_i(r)$

この図を見ると分かるように、密度が増えていくと、 a_{cell} が減少、つまり、原子間距離が縮まる様子が見られる。また、drip の量も次第に増えていき、一様相へ向かう様子が見られる。原子核半径 R_p, R_n はそれぞれ a_{cell} に近づいていく傾向がみられた。これは密度が増えることで、原子核内に存在する中性子、陽子が増えていくためであると考えられる。これらの結果から、本計算でのパラメータセットは原子核を再現できていることがわかった。

また、 Y_p を存在する原子核 (^{56}Fe など) にして、その結果として中性子数 N , 陽子数 Z がその原子核を再現できているかどうかの計算を行った。

n_B [fm ⁻³]	Togashi-EOS		Shen-EOS		BPS	
	N	Z	N	Z	N	Z
9.98E-11	32.54	28.21	37.06	28.99	30	26
1.58E-9	32.60	28.25	37.29	29.12	30	26
1.99E-8	35.15	28.95	38.08	29.31	34	28
1.58E-7	35.37	29.13	39.70	29.70	34	28
3.97E-6	46.92	31.90	46.30	31.24	50	34
1.26E-5	51.63	33.04	51.38	32.14	50	32
7.92E-5	63.85	35.76	65.39	33.76	50	28
1.10E-4	71.59	36.67	69.43	34.06	82	42
2.54E-4	87.84	38.56			82	36

表 1 N,Z の再現性

これを見ると、おおよその原子核は再現できていることがわかる。(N,Z) = (50,28)、(82,42)、(82,36) で原子核が再現できていないように見えるが、これは魔法数であるからだと考えられる。よって、この計算はよく再現していることが分かった。

4.3 β 平衡から離れた Y_p, n_B の計算

本研究では、広い範囲の Y_p, n_B が計算されるようなプログラム作成が目的である。よって、 β 平衡から極端に離れた計算も行った。その結果、 $Y_p = 0.01, \rho_B = 1.0E12\text{g/cm}^3$ のような場所でも、計算が可能であることが分かった。

この広い範囲での Y_p, n_B 計算をもちいて、今後 $T = 0\text{K}$ における相図の作成を行っていく予定である。

5 まとめ

今回、核子数密度分布を 9 変数関数に表し、状況設定として Y_p, n_B における、エネルギーの最小値問題をとくことで、最適なエネルギーと 9 つのパラメータを求めるプログラムを作成した。

現在、そのプログラムを用いて、Drip を始める臨界密度や、原子核の再現性、 β 平衡から離れた計算などが行えている。しかし、収束の不安定性などの課題も多く残っている。今後は、課題を解決しつつ、 $T = 0\text{K}$ における相図作成や、有限温度への拡張を行っていき、最終的には新しい EOS を作成したいと考えている。

6 参考論文

- [1] H.Shen ,H.Toki,K.Oyamatsu and K.Sumiyoshi, Nucl.Phys. A 637 (1998) 435-450
- [2] J.M.Lattimer and F.D.Swesty, Nucl.Phys. A535(1991)331.
- [3] K.Oyamatsu,Nucl.Phys.A 561(1993)431.
- [4] H.Kanzawa, M.Takano,K.Oyamatsu and K.Sumiyoshi, Prog.Theor Phys Vol 122,No.3(2009)