

# 超新星研究のための核物質状態方程式の構築に向けて

山室早智子 (東京理科大学)

2011年8月31日

## 1 はじめに

超新星研究において、核物質状態方程式 (EOS) の理解は不可欠なものとなっている。しかし、密度  $\rho_B$ 、陽子混在度  $Y_p$ 、温度  $T$  で幅広い領域のカバーが必要であり、超新星研究で用いられている EOS は現在非常に少ない。これに対し、今回、新たな超新星研究のための EOS の作成を試みている。

現在よく用いられている、圧縮性液滴模型による Lattimer Swesty-EOS[2] や、相対論的平均場近似による Shen-EOS[1] は、核力モデルに基づいて作成されている。これに対し、早稲田大学の鷹野、富樫らは核力の実験データに基づいた EOS の作成を試みている。核力の実験データに基づいた EOS は、中性子星研究のためのものは多く作られているが、これを超新星研究に拡張するという試みは、今回が初めてである。私はこの早稲田大学の鷹野、富樫らの研究グループと共同で研究を行っている。

原子核は一様、非一様状態になると考えられている。一様状態とは、陽子、中性子が一様に分布するように存在している状態で、非一様状態は、陽子、中性子が局所的に存在する、原子核を形成するような状態を表している。核物質が一様状態については現在、 $T = 0\text{K}$  の EOS についてほぼ完成しており、以下 Togashi-EOS と呼ぶ。有限温度の EOS については現在作成中である。私は Togashi-EOS を用いて、核物質が非一様状態であるような低密度領域における EOS の作成を担当している。

本研究で扱う非一様状態相の計算では、原子核を球状と仮定する。このとき、核子数密度を核子半径や中心密度など、9つの変数を持つ関数で表し、この関数を用いてエネルギーを表していく。非一様状態のエネルギーは、一様状態のエネルギーに表面エネルギー、クーロンエネルギーを加えることで計算を行う、ThomasFermi 近似を用いて表す [3]。条件設定として、陽子混在度  $Y_p$ 、平均バリオン数密度  $n_B$  を与え、この時、非一様状態のエネルギーが、最小になる9変数のパラメータセットを決めるようなプログラムを作成している。その最小値問題を解くプログラムとして、今回は準ニュートン法を用いた。

現在温度 0 における計算がほぼ可能になっており、drip し始めの密度計算や原子核の再現性などの計算が出来る。

今後、有限温度に拡張し、低密度領域において、 $Y_p, \rho_B, T$  の幅広い領域で計算が可能で、また、今回使用している TogashiEOS に限らず、さまざまな EOS にも対応できるようなプログラムの作成おこない、最終的には超新星研究のための非一様状態相の EOS 作成を目的としている。

## 2 原子核モデル

原子核モデルとして球状原子核を仮定する。また、占有体積を WignerSeitzCell 球で近似する。このとき、占有体積  $V_{cell}$  は以下のように書ける。

$$V_{cell} = \frac{A}{n_B} = a^3 = \frac{4\pi}{3} R_{cell}^3$$

ここで、 $A$  はバリオン数、 $n_B$  はバリオン数密度、 $a$  は占有体積の一辺で、 $R_{cell}$  は WignerSeitzCell 球の半径である。

この WignerSeitzCell 球の核子数密度を関数で表すと、次のような式で書ける。

$$n_i(r) = \begin{cases} (n_i^{in} - n_i^{out}) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_i} \right)^{t_i} \right]^3 + n_i^{out} & 0 \leq r \leq R_i \\ n_i^{out} & R_i \leq r \leq R_{cell} \end{cases}$$

ここで、 $i = p, n$  であり、 $p$  は陽子、 $n$  は中性子である。 $n_i^{in}$  は中心における密度、 $n_i^{out}$  は drip をあらわす量、 $R_i$  は核子分布の半径、 $t_i$  は原子核表面の厚さに関する量である。図を書くと以下のような関数である。

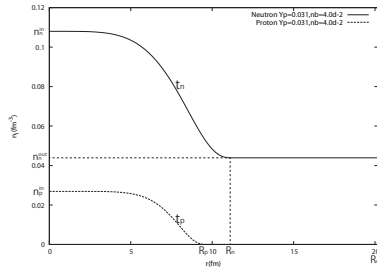


図 1 関数  $n_i(r)$

このとき、核子数密度は  $n_p^{in}, n_n^{in}, n_p^{out}, n_n^{out}, R_p, R_n, t_p, t_n, R_{cell}$  の 9 変数関数になっていることが分かる。ここに、状況設定  $Y_{p,n_B}$  を用いると、2 つ変数を消去することができ、最大で 7 変数関数の最小値問題を解くことになる。

## 3 非一様状態のエネルギー

非一様状態のエネルギー  $E_B$  は、以下のような形で書くことができる。

$$E_B = E_{bulk} + E_s + E_c$$

$$E_{bulk} = \int_{cell} \epsilon_{bulk}(n_n(r), n_p(r)) d^3 r$$

$$E_s = \int_{cell} F_0 |\nabla(n_n(r), n_p(r))|^2 d^3 r$$

$$E_c = \int_{cell} e[n_p(r) - n_e] \phi(r) d^3 r + \Delta E_c$$

$E_{bulk}$  は、局所密度のエネルギー  $\epsilon_{bulk}$  を一様核物質 EOS から求めることで、与えられる。今回一様核物質 EOS には Togashi-EOS を用いる。Togashi-EOS は、 $0 < Y_p < 0.5, 0 < n_B < 0.2\text{fm}^{-3}$  の範囲で、 $Y_p$  は 0.005 刻み、 $n_B$  は  $10^{-4}\text{fm}^{-3}$  刻みのデータテーブルである。 $E_s$  は表面エネルギーで、 $F_0$  は有限原子核のトーマスフェルミ計算より求められ、今回は、 $F_0 = 68.003498730762$  を用いた。また、 $E_c$  はクーロンエネルギーで、 $\Delta E_c$  は格子の形によるもので、今回は BCC を仮定して計算している。これは、球状原子核を仮定すると、もっともクーロンエネルギーが小さくなるからである。

表面エネルギー  $E_s$  とクーロンエネルギー  $E_c$  は解析的に解くことができる。

この非一様状態のエネルギーを最小化するプログラムを作成する。全体の流れを図に表すと、以下のようになる。

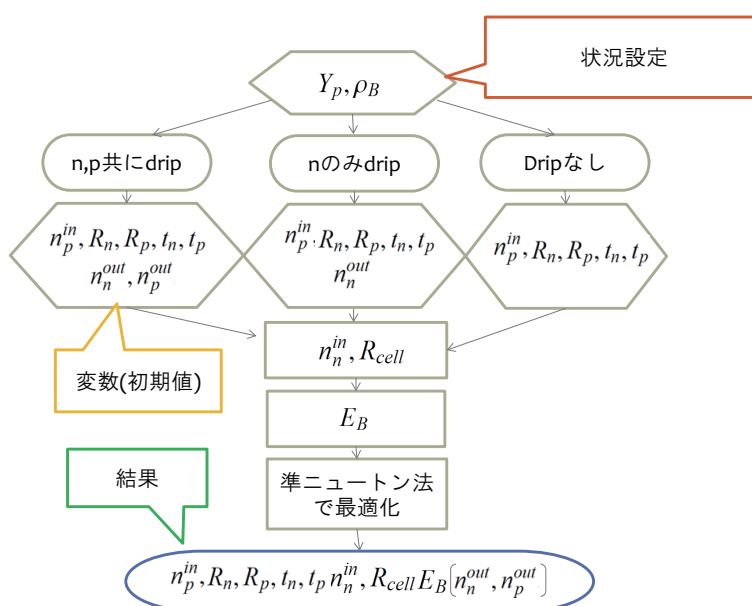


図2 最小化プログラムの流れ

また最適化プログラムとして、今回は準ニュートン法を用いた。

## 4 結果

### 4.1 Drip を始める臨界密度

平衡であるような  $Y_p, n_B$  を用いて、Drip を始める臨界密度を求め、先行研究 [4] と比べてみた。Drip を始める臨界密度は、Drip 項 ( $n_n^{out}, n_p^{out}$ ) を入れた計算と、入れない計算でエネルギーの差を見ることで求めた。ここで、求められた Drip を始める臨界密度は

$$n_B = 2.0E - 4\text{fm}^{-3} \quad (1)$$

付近であり、先行研究 [4] では

$$n_B = 2.61E - 4\text{fm}^{-3} \quad (2)$$

であることから、おおよそ計算はできていると考えられる。また、一様、非一様のラインは

$$n_B = 0.10\text{fm}^{-3} \quad (3)$$

付近となり、これはコンシステントな結果であると考えられる。

しかし、 $n_B = 0.1\text{fm}^{-3}$  以上における Drip を入れた計算は、収束が不安定になり、計算が出来なかった。また、各境界での計算が不安定な傾向があり、今後対策が必要である。

## 4.2 原子核の再現性

また、 $\beta$  平衡において、原子核が再現されるかどうか、計算を行った。最初に、各パラメータの振る舞いを見るために、原子核を図で再現した。その結果、以下ようになった。

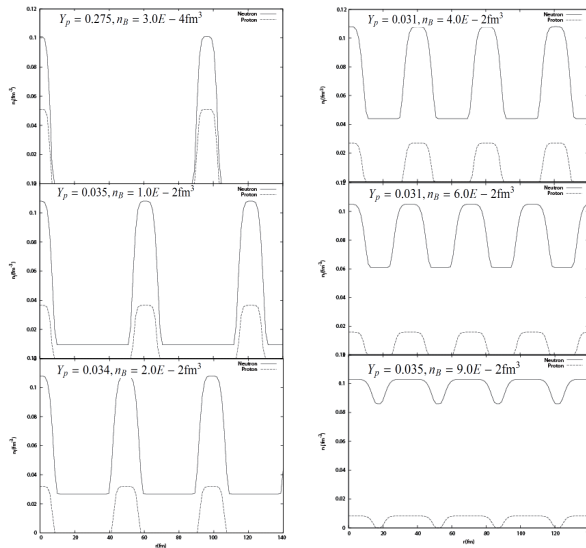


図3 各  $Y_p, n_B$  に対して最適化した  $n_i(r)$

この図を見ると分かるように、密度が増えていくと、 $a_{cell}$  が減少、つまり、原子間距離が縮まる様子が見られる。また、drip の量も次第に増えていき、一様相へ向かう様子が見られる。原子核半径  $R_p, R_n$  はそれぞれ  $a_{cell}$  に近づいていく傾向がみられた。これは密度が増えることで、原子核内に存在する中性子、陽子が増えていくためであると考えられる。これらの結果から、本計算でのパラメータセットは原子核を再現できていることがわかった。

また、 $Y_p$  を存在する原子核 ( $^{56}\text{Fe}$  など) にして、その結果として中性子数  $N$ , 陽子数  $Z$  がその原子核を再現できているかどうかの計算を行った。

$n_B$ [fm <sup>-3</sup> ]	Togashi-EOS		Shen-EOS		BPS	
	N	Z	N	Z	N	Z
9.98E-11	32.54	28.21	37.06	28.99	30	26
1.58E-9	32.60	28.25	37.29	29.12	30	26
1.99E-8	35.15	28.95	38.08	29.31	34	28
1.58E-7	35.37	29.13	39.70	29.70	34	28
3.97E-6	46.92	31.90	46.30	31.24	50	34
1.26E-5	51.63	33.04	51.38	32.14	50	32
7.92E-5	63.85	35.76	65.39	33.76	50	28
1.10E-4	71.59	36.67	69.43	34.06	82	42
2.54E-4	87.84	38.56			82	36

表 1 N,Z の再現性

これを見ると、おおよその原子核は再現できていることがわかる。(N,Z) = (50,28)、(82,42)、(82,36) で原子核が再現できていないように見えるが、これは魔法数であるからだと考えられる。よって、この計算はよく再現していることが分かった。

### 4.3 $\beta$ 平衡から離れた $Y_p, n_B$ の計算

本研究では、広い範囲の  $Y_p, n_B$  が計算されるようなプログラム作成が目的である。よって、 $\beta$  平衡から極端に離れた計算も行った。その結果、 $Y_p = 0.01, \rho_B = 1.0E12\text{g/cm}^3$  のような場所でも、計算が可能であることが分かった。

この広い範囲での  $Y_p, n_B$  計算をもちいて、今後  $T = 0\text{K}$  における相図の作成を行っていく予定である。

## 5 まとめ

今回、核子数密度分布を 9 変数関数に表し、状況設定として  $Y_p, n_B$  における、エネルギーの最小値問題をとくことで、最適なエネルギーと 9 つのパラメーターを求めるプログラムを作成した。

現在、そのプログラムを用いて、Drip を始める臨界密度や、原子核の再現性、 $\beta$  平衡から離れた計算などが行えている。しかし、収束の不安定性などの課題も多く残っている。今後は、課題を解決しつつ、 $T = 0\text{K}$  における相図作成や、有限温度への拡張を行っていき、最終的には新しい EOS を作成したいと考えている。

## 6 参考論文

- [ 1 ] H.Shen ,H.Toki,K.Oyamatsu and K.Sumiyoshi, Nucl.Phys. A 637 (1998) 435-450
- [ 2 ] J.M.Lattimer and F.D.Swesty, Nucl.Phys. A535(1991)331.
- [ 3 ] K.Oyamatsu,Nucl.Phys.A 561(1993)431.
- [ 4 ] H.Kanzawa, M.Takano,K.Oyamatsu and K.Sumiyoshi, Prog.Theor Phys Vol 122,No.3(2009)