年輪中に含まれる Δ^{14}C の太陽周期 (宮原ら (2008)) の測定誤差を含めた解析

埼玉大学理工学研究科物理機能系専攻物理学コース
博士前期課程 1 年 菊地里実

現在、地球温暖化は確信のある事象として一般に受け入れられているが、そのメカニズムの多くは未解明である。その謎を解明する手がかりの一つとして、太陽活動の変動が地球の気候に影響を及ぼす要因であることが注目されている。過去の太陽と気候の変動を解明する手がかりとしては、年輪中の ^{14}C、氷床中の ^{10}Be などが挙げられる。これらの核種は、太陽活動の影響（飛来する宇宙線の変動）を受けて生成し、地球の大気中と堆積の過程でさまざまな影響を受けるため、結果的に、得られるデータは多くのノイズを含むことになる。よって、データ中のノイズを考慮して信頼度の高い結果を得ることは、正確な解析を行う上で極めて重要なことである。

本発表では、Miyahara et al., EPSL 272 (2008),290. の Δ^{14}C(‰) のデータを再解析した結果を報告する。具体的には、データについてモンテカルロ法によって、エラーバーの範囲を広げて正規分布に従う乱数をふり、新たに作成したデータセットそれぞれに、フーリエ周期解析を適用した。Miyahara et al. では、Δ^{14}C(‰) のデータの中心値をウェーブレットで解析した結果として、9 ± 1 年の周期を報告している。再解析の結果は、大きなノイズの中に 9.4 年のピークがあるように見えた。また、乱数をふる回数を増やして回数ごとに値を平均した結果のピークは、一定値に収束した。しかし、データセット一つ一つはピークがあるものとないものや大きさが様々であるため、このピークの信頼度を確かめることが必要がある。ピークの信頼度はノイズを考慮することにより、統計的に求めることができる。本研究は、エラーバーを考慮せずに太陽活動と気候変動の周期を解析することが、結果に与える影響の程度を提示する。

1 Introduction

Miyahara et al., EPSL 272 (2008), 290. では、9-10 世紀頃 (Early Medieval Maximum Period) に 9±1 年の周期があることを報告している。図 1 は Miyahara et al., EPSL 272 (2008),290. に掲載された、Δ^{14}C(‰) の生データである。データは 880-965 年の 85 年分である。図 1 を概観すると、エラーバーが大きいために 9±1 年の短い周期はエラーバーに飲み込まれてしまいそうである。図 2 は、この生データの中心値のみを用いて Wavelet 解析したものである（Frequency(/year) 0.1 の点線が 9 年を示している）。この結果より、彼女らは 9±1 年の周期があることを報告している。

この研究の目的は、9±1 年の周期を再解析によって確かめること、また、モンテカルロ法を用いて誤差の影響を含めて再度フーリエ周期解析を行うことである。

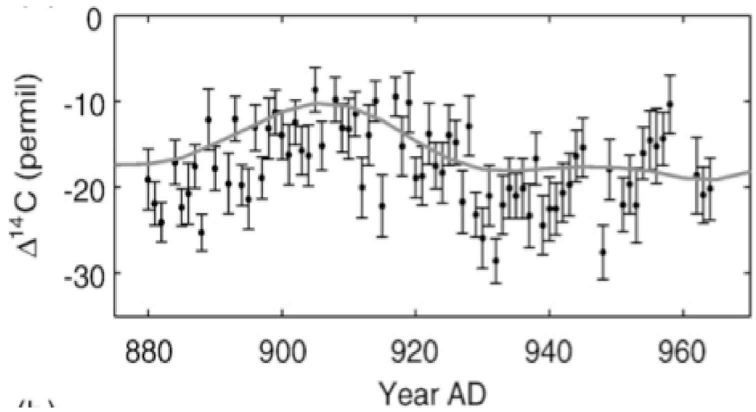

図 1　Miyahara et al. の生データ

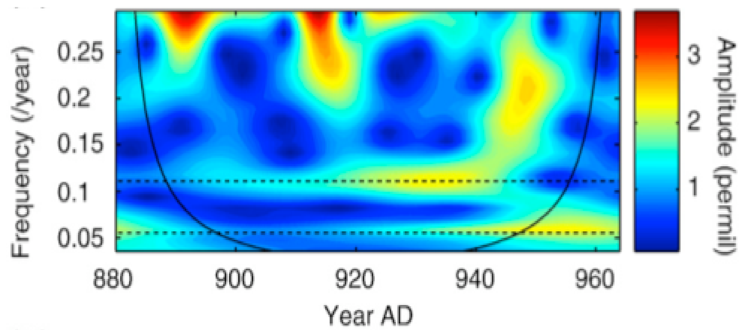

図 2　Miyahara et al. のデータの Wavelet 解析

2　Method

2.1　フーリエ周期解析

今回用いた解析方法は、フーリエ周期解析である。フーリエ周期解析では通常連続的なデータを扱うが、今回のデータは離散的であるため連続的なフーリエ周期解析の式を離散的になおし、C 言語でプログラミングした。

$$\langle\,\text{連続的なフーリエ周期解析}\,\rangle : F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-kt} dt \tag{1}$$

$$\langle\,\text{離散的なフーリエ周期解析}\,\rangle : \hat{F}_m = \frac{T}{M} \sum_{n=0}^{M-1} f_n\, e^{-i\frac{2\pi mn}{M}} \tag{2}$$

解析では実数部分と虚数部分に分けて計算し、そのパワースペクトルを求めた。また、データが不等間隔（880-965 年の 85 個のデータのうち、10 個のデータがとびとびに不足している）なので、不

等間隔な部分の両側の平均値を中心値として扱い、補間した。さらに、低周波側のノイズを消すために、データ全体の平均を各年の値から引いたデータでフーリエ周期解析を行った。

図 3 は、ベルギーの太陽黒点センターのホームページで公開されている年ごとの太陽黒点数のデータに、作成したフーリエ周期解析のプログラムを適用したものである。このグラフより、11.0 年のピークが鋭く現れているのが分かる。よって、よく知られた 11 年周期を確認できたため、プログラムが正しい事を確認できたとする。

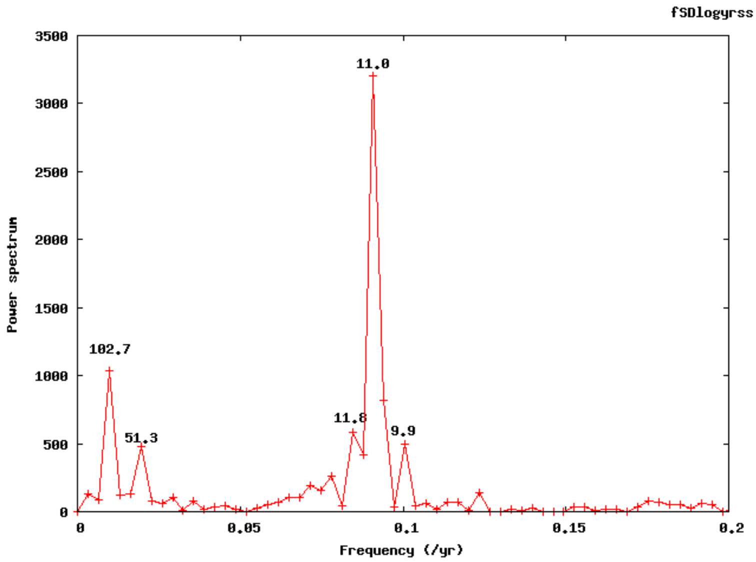

図 3　太陽黒点データのフーリエ周期解析

2.2　モンテカルロ法

今回モンテカルロ法を用いるために、ガウス分布に従う乱数を Box-Muller 法によって扱った。この方法では、ガウス分布

$$P(y)\,dy = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{y^2}{2}}\,dy \tag{3}$$

に従う乱数をふるため、

$$y_1 = \sqrt{-2\ln x_1}\cos(2\pi x_2) \tag{4}$$

$$y_2 = \sqrt{-2\ln x_1}\sin(2\pi x_2) \tag{5}$$

とおく（この式のヤコビアンを計算すると (3) 式を満たしているのが証明できる。)。ここで、単位円の中に乱数をとりその座標を (r_1, r_2) とし、原点と乱数までの距離を R とする。このとき、$R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ とかけるが、この R を x_1 とすると、$cos(2\pi x_2)$ は $r_1/\sqrt{R}$ とすることができ、$sin(2\pi x_2)$ は $r_2/\sqrt{R}$ とすることができる。このことによって、プログラムをシンプルにできた。以上の Box-Muller 法については、William H. Press 他　著, 丹慶勝市 他 訳「NUMERICAL RECIPES in C [日本語版]」(p.216-) 技術評論社, 2007 を参考にしたので、そちらをご覧頂きたい。

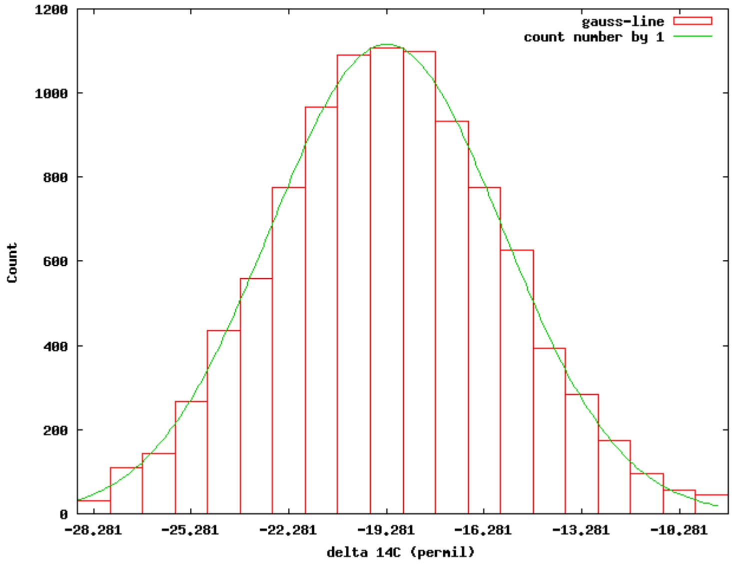

図 4 880 年のデータを中心にモンテカルロ法を 10000 回試行したヒストグラム

図 4 は、Miyahara et al. の生データの最初の点、880 年のデータに関してのみ 10000 回モンテカルロ法を試行し、そのヒストグラムを作成したものでである。800 年の中心値が分布の中心になり、エラーバーが 3σ 以上に広がるように乱数をふった。この図が作成できたことにより、モンテカルロ法のプログラムが正しい事が確かめられた。

3　Results & Discussion

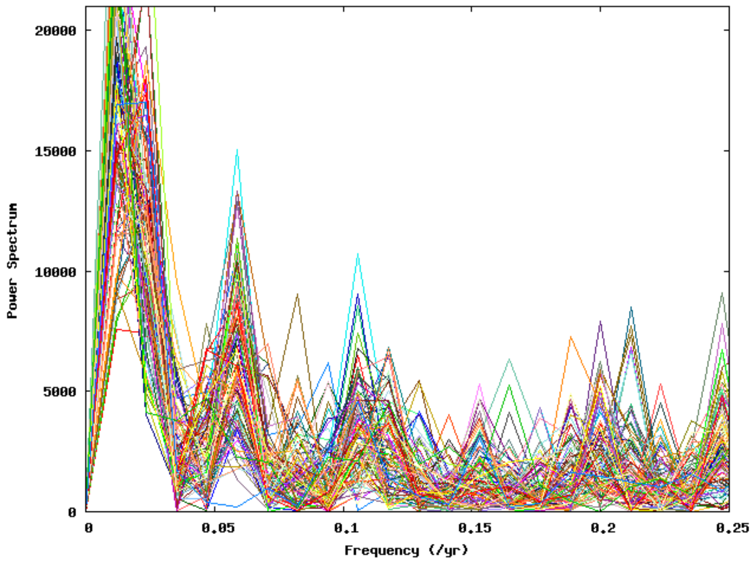

図 5　モンテカルロ法を適用したデータセット 100 個のフーリエ周期解析

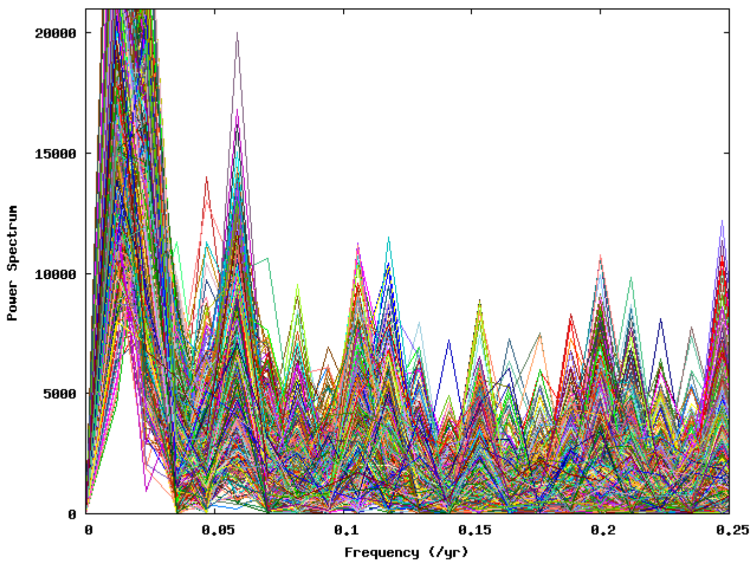

図 6　モンテカルロ法を適用したデータセット 1000 個のフーリエ周期解析

以上のことを用いて求めた結果が、図 5,6 である。この図は、モンテカルロ法を 100 回（図 6 は 1000 回）試行してその試行回数分のデータセットを作り、そのデータセットそれぞれに対してフーリエ周期解析を行ったものを重ねたグラフである。図 5 ではシグナルのばらつきが大きいが、9.4 年に

ピークがあるように見えるのがわかる。図 6 も同様であるが、試行回数が多い分、ノイズがより密になったのがわかる。9.4 年のピークが、Miyahara et al. による 9 ± 1 年に値すると考え、ここからはこのピークについて考えていく。

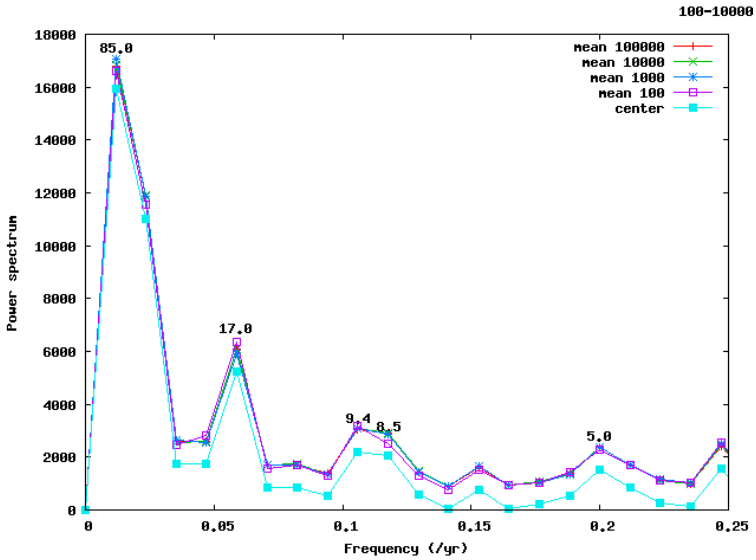

図 7　モンテカルロ法で 100,1000,10000,100000 回試行したデータセットの平均と中心値のフーリエ周期解析の比較

次に、これはモンテカルロ法で 100,1000,10000,100000 回試行したデータセットのフーリエ周期解析の平均と、中心値のみのフーリエ周期解析を比較したグラフである。この比較によると、1000 回ですでに収束し,10000 回,100000 回でもほぼ変わらない結果となることが確認できた。

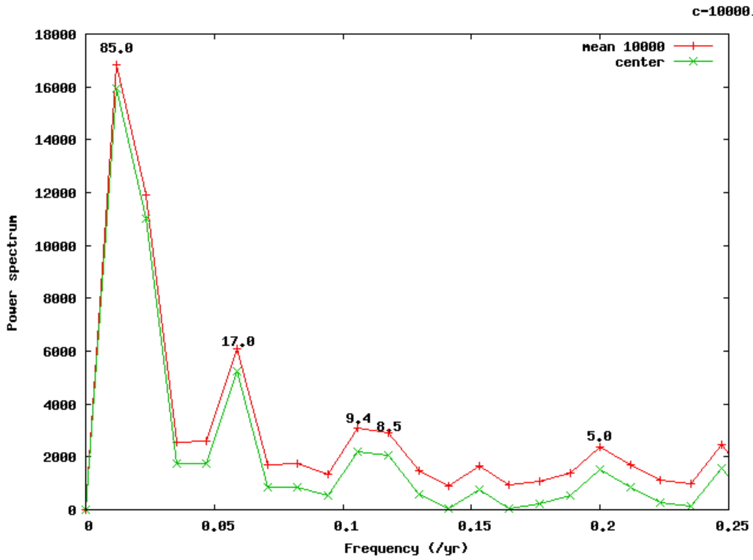

図 8　モンテカルロ法で 10000 回試行したデータセットの平均と中心値のフーリエ周期解析の比較

次に、これはモンテカルロ法で 10000 回試行したデータセットの平均（赤線）と中心値のフーリエ周期解析の結果（緑線）を重ねたものである。赤線が緑線と比較して底上げされているが、これはパワースペクトルを求めるために二乗したあとで平均をとっているため、乱数をふったことによるノイズも二乗されたための底上げである。この赤線のグラフで 9.4 年のピークの中心値と半値幅を求めると、概算で $8.8^{+0.9}_{-1.6}$ 年となった（3 通りの方法で求め、まとめた）。

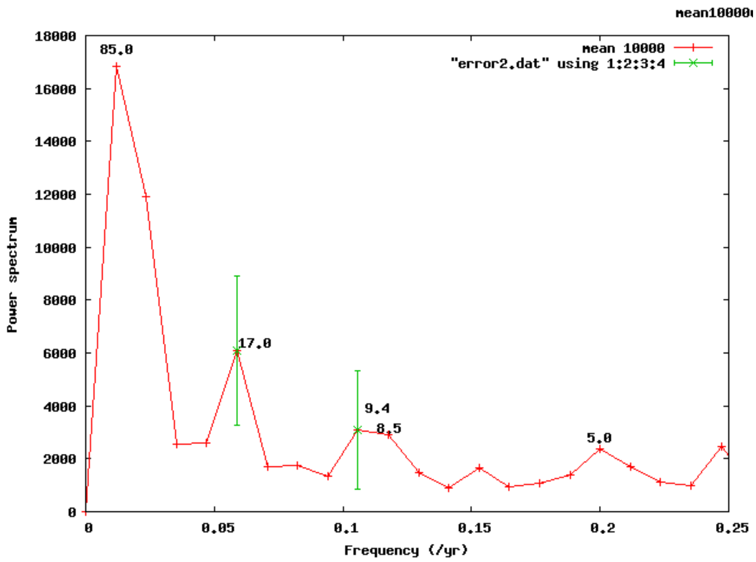

図 9　モンテカルロ法で 10000 回試行したデータセットの平均とエラーバー

以上の結果を用いて、モンテカルロ法で 10000 回試行したデータセットから 9.4 年の周波数に値するデータだけ取り出してヒストグラムを作成してガウシアンにフィットさせることで、1σ のエラーバーを作成した（図 9)。ここで、ピークから適当なバックグラウンドを仮定した場合のピークの有意性は、9.4 年のピークでは 0.8σ(64%) しか有意でなかった。

また、同様に 17.0 年のピークでも計算したところ、1.4σ(85%) 有意であった。また、ピークの一つ前の点から見た高さの有意性も計算した。 しかし、9.4 年はヒストグラムがガウシアンにフィットできなかった。17.0 年のピークでは、1.6σ(89%) 有意であることが計算できた。ただし、これらの計算は、振動数方向の不定性を加味していないため、それを加味して再計算すれば誤差が広がる可能性がある。

4 Conclusion

以上より、モンテカルロ法を試行してフーリエ周期解析したデータセットの平均から、9.4 年のピークが見えた。また、モンテカルロ法を 10000 回試行してできた生データをフーリエ周期解析したデータセットの平均から求めた中心値と半値幅は、$8.8^{+0.9}_{-1.6}$ 年となった。ピークから適当にとったバックグラウンドまでの有意性を見ると、9.4 年は 64% しか有意でなかった。

今後の課題は、適当なバックグラウンドを仮定するのではなく、バックグラウンドをモデルを用いて決定し、最終的な信頼度を確かめることである。

参考文献

[1] Hiroko Miyahara, Yusuke Yokoyama and Kimiaki Masuda. ”Possible link between multi-decadal climate cycles and periodic reversals of solar magnetic field polarity” *Earth and Planetary Science Letters* 272 (2008), 290 - 295

[2] William H. Press 他　著, 丹慶勝市 他 訳「NUMERICAL RECIPES in C [日本語版]」（1, 12 章）技術評論社, 2007