(2+1)次元時空における回転する球殻の重力崩壊と裸の特異点の形成

R.B.Mann and J.J.Oh, Phys. Rev. D74, 124016 (2006)
R.B.Mann, J.J.Oh and M-I.Park, Phys. Rev.D79,064005 (2009)

京都大学M1　野村紘一

目次

１．イントロダクション

特異点とはなにか

（座標系によらない）物理量が発散する点

特異点では理論が破綻

特異点は現れて欲しくない

宇宙検閲官仮説

特異点は必ずevent horizonに隠され観測できない

反例（裸の特異点）がみつかっている

反例

・・・・解析的な研究は全て回転が無い場合のみ

ところが、

星の重力崩壊を考えてみると現実には回転がある

実際に裸の特異点が出来うるか調べる意味でも、

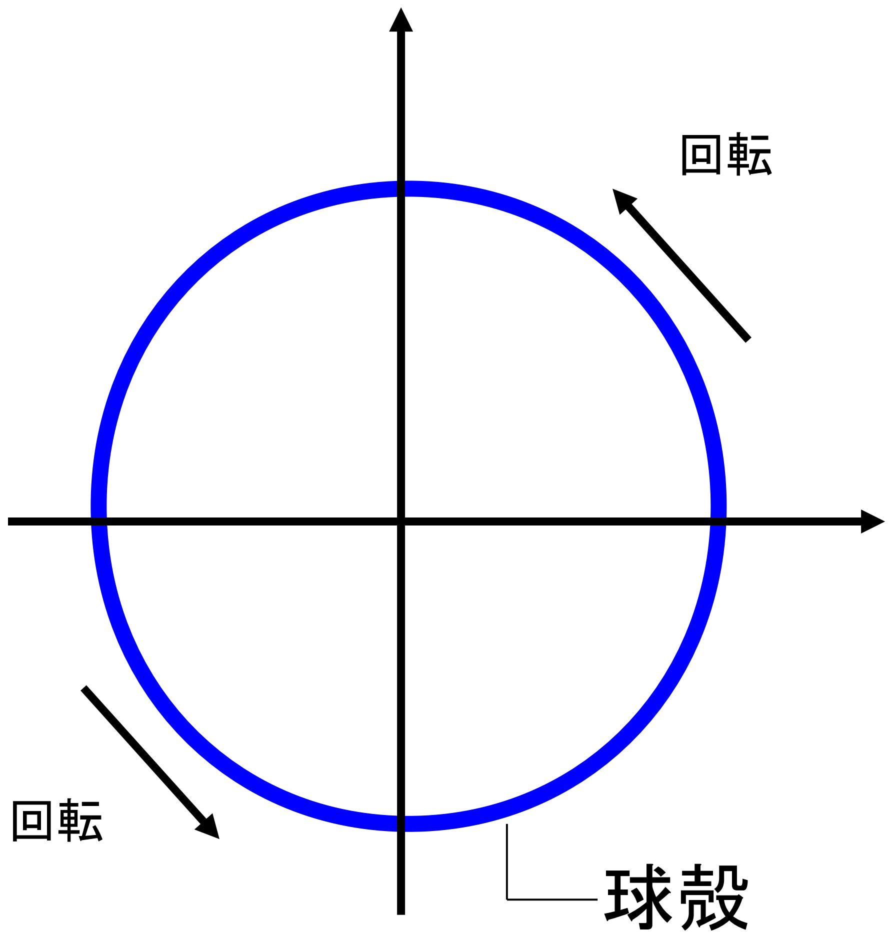
回転効果を考えることには意味がある

しかし、4次元以上では困難

まずは、3次元で回転効果を調べる

２. 準備

２－１. 方針



1. 球殻の内外は真空

真空解を設置

2. 内外の解を球殻上で接続

Matching condition

3. 球殻の運動方程式
解析

２－２. アインシュタイン方程式真空解

$$\boxed{ds^2 = -N^2 dt^2 + N^{-2} dr^2 + r^2 (d\phi + N^{\phi} dt)^2}$$

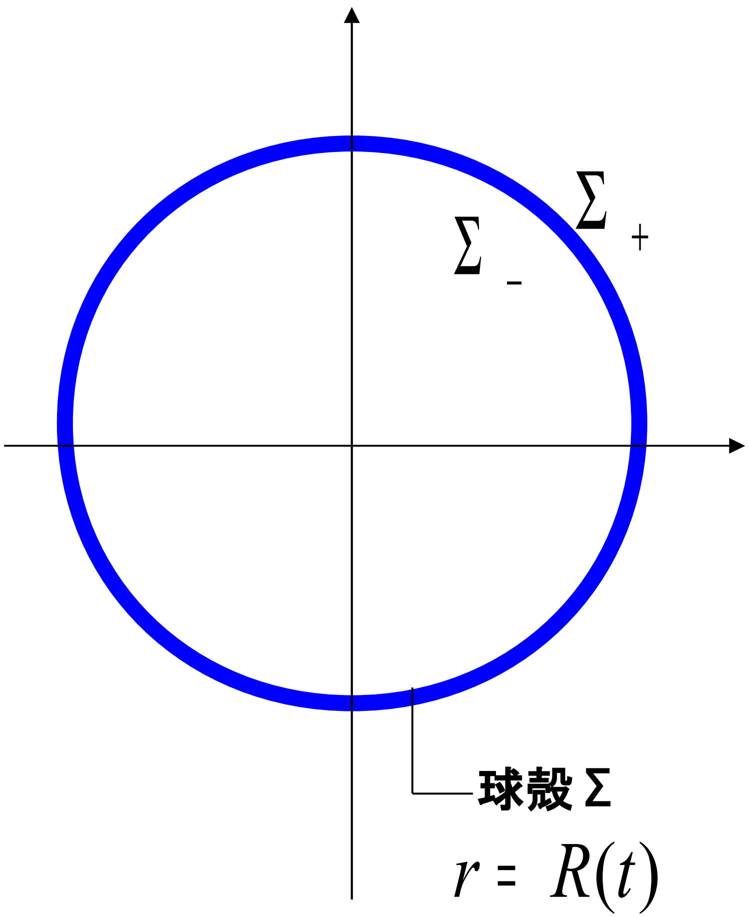
$$N^2 = \frac{(\alpha_o r^2 + \gamma_o)(\alpha_i r^2 + \gamma_i)}{l^2 r^2}$$

$$N^{\phi} = -\frac{\sqrt{\gamma_o \gamma_i}}{l r^2}$$

	α_o	α_i	γ_o	γ_i
$\Lambda = 0$ Flat Space	1	0	+	+
$\Lambda < 0$ Black Hole	1	1	-	-
$\Lambda < 0$ **Horizon less**	1	1	+	+
$\Lambda > 0$ **Cosmological Horizon**	1	-1	+	+

角運動量 $J \propto \sqrt{\gamma_o \gamma_i}$

２－３.球殻の運動方程式



解の接続 matching condition

$$[h_{\mu\nu}] = 0$$

$$T_{\mu\nu}\big|_{\Sigma} = -[K_{\mu\nu}] + h_{\mu\nu}[K]$$

$$[A] = A\big|_{\Sigma_+} - A\big|_{\Sigma_-}$$

球殻のエネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} + p h_{\mu\nu}$$

球殻の固有時τを用いて matching conditionを計算

運動方程式

$$\sqrt{(dR/d\tau)^2 + N_+^2} - \sqrt{(dR/d\tau)^2 + N_-^2} + \rho R = 0$$

エネルギー保存

$$\frac{d}{dR}(\rho R) + p = 0$$

角運動量の式

$$\sqrt{\gamma_o^+ \gamma_i^+} = \sqrt{\gamma_o^- \gamma_i^-}$$

今後の方針

- 圧力や密度が発散する点を特異点と考え、裸の特異点の候補をしぼる

- 運動方程式を用いて、実際に球殻がその裸の特異点（候補）に到達しうるか調べる

- 到達すれば、裸の特異点が形成される

３．裸の特異点の形成と回転効果

3－1.圧力＝０の場合

$$\frac{d}{dR}(\rho R) = 0 \longrightarrow \rho = \frac{m_0}{2\pi R}$$

$\boxed{R=0\text{が特異点の候補}}$

球殻の運動方程式

$$\dot{x}^2 + V_{eff}(x) = 0, \quad x = R/l$$

$$V_{eff}(x) = \frac{1}{m_0^2 x^2}(a_8 x^6 + a_6 x^4 + a_4 x^2 + a_2)$$

回転効果を表す
・回転無しで0
・回転有りで正

回転が無い場合

$$V_{eff}(x \to 0) = \frac{a_4}{m_0^2}$$

正負どちらの値もとりうる
特異点に到達しうる

回転が有る場合

$$V_{eff}(x \to 0) = \frac{a_2}{m_0^2 x^2} = \infty$$

特異点に到達出来ない

回転による遠心力の効果が裸の特異点の形成を完全に妨げている

３－２. 圧力≠０の場合

$$-\frac{d}{dR}(\rho R) = \dot{p}$$

・圧力の分だけ収縮でエネルギーが増す
・回転効果が相対的に弱められる
・裸の特異点が出来る可能性がある

球殻の状態方程式 $p = \dfrac{\omega}{\pi}\rho$

$$\frac{d}{dR}(\rho R) + p = 0 \longrightarrow \rho(x) = \frac{m_0}{2\pi l}x^{-(\omega+1)}$$

特異点の候補は、ω>−1のときx=0

球殻の運動方程式

$$\dot{x}^2 + V_{eff}(x) = 0$$

$$V_{eff}(x \to 0) = \frac{J^2}{4l^2x^2} - \frac{m_0^2}{16x^{2\omega}} - b^2x^{2\omega} + c$$

$\boxed{\omega > 1\text{のとき}}$

$$V_{eff}(x \to 0) = -\frac{m_0^2}{16x^{2\omega}} = -\infty$$

圧力強　裸の特異点は出来うる

$\boxed{-1 < \omega < 1\text{のとき}}$

$$V_{eff}(x \to 0) = \frac{J^2}{4l^2x^2} = \infty$$

回転強　裸の特異点は出来ない

$\boxed{\omega = 1\text{のとき}}$

$$V_{eff}(x \to 0) = \frac{1}{4l^2}\left(J^2 - \frac{1}{4}l^2m_0^2\right)\frac{1}{x^2} + c$$

$$\begin{cases} J^2 > l^2m_0^2/4 & \text{回転強　出来ない} \\ J^2 = l^2m_0^2/4 & \text{Case by case} \\ J^2 < l^2m_0^2/4 & \text{回転弱　出来る} \end{cases}$$

さらに、圧力を強めてみる

球殻の状態方程式
（ポリトロープ）

$$p = \frac{\omega \rho}{\pi}\left(\frac{2\pi l \rho}{m_0}\right)^{1/n}$$

$$\frac{d}{dR}(\rho R) + p = 0 \longrightarrow \rho(x) = \frac{m_0}{2\pi l}\left(-\omega + (\omega + 1)x^{1/n}\right)$$

特異点の候補は、 $x_\omega = \left(\frac{\omega}{\omega + 1}\right)^n$

		特異点	$\rho(x_\omega)$	$p(x_\omega)$
$\omega>0$	n>0	x_ω	∞	∞
	-1<n<0	x_ω	0	∞
	n≦−1	無し		
$-1\leqq\omega<0$		無し		
$\omega<0$	n>0	x_ω	∞	-∞
	-1<n<0	x_ω	0	-∞
	n≦−1	無し		

運動方程式を調べる

いずれの場合も、角運動量の効果で
裸の特異点の形成が完全に妨げられることはない

結論

（２＋１）次元時空では回転効果があっても、重力崩壊する球殻の圧力が十分に強ければ裸の特異点は出来うる