Kerr Black hole は本当にOver-spinningできるのか？

T. Jacobson and T Sotiriou PRL, **103**, 141101 (2009)
関連のReview発表.

YITP
YUKAWA INSTITUTE FOR THEORETICAL PHYSICS

京都大学基礎物理学研究所　修士２回生

磯山　総一郎

Black hole (BH) とは ？

http://woodahl.physics.iupui.edu/Astro105/KerrBlackHole.jpg

・重力が強すぎて、光でさえ逃げられない領域

・宇宙の重い(約10^{35} kg)コンパクト天体候補

・一意性 (No hair) 定理 (e.g. B. Carter in Les Houches lecture 1973)

真空、定常なBlack hole は、

質量 M, 角運動量 J のみで一意に決まる。

真空回転 Black hole ⇒ **Kerr Black hole**

Kerr Black hole とは?

・**真空で回転する BH : Kerr 計量**

$$\Sigma = (r^2 + a^2)^2 - a^2\Delta \sin^2\theta$$
$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2\theta$$

$$ds^2 = -(1 - \frac{2Mr}{\rho^2})dt^2 - \frac{4Mar\sin^2\theta}{\rho^2}dtd\phi + \frac{\Sigma}{\rho^2}\sin^2\theta d\phi^2 + \boxed{\frac{\rho^2}{\Delta}dr^2} + \rho^2 d\theta^2$$

スピン(角運動量)パラメータ: $a = J/M$ $\quad \Delta = r^2 - 2Mr + a^2$

・**事象の地平面 ($\Delta = 0$)**

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2} \qquad \text{(ただし } \boldsymbol{M > a}\text{)}$$

⇒ $a = M$: 重力と遠心力がつりあう限界角運動量

Kerr BH のスピンには **上限** が存在する

Kerr BHの最大スピン？

・Kerr BHは物質を吸収すると, 質量と角運動量(スピン)が成長

・BH候補天体や数値実験は,**ほぼ $a = M$** のスピン上限値で回転する Kerr BH の形成可能性を示唆?

http//www.naoj.org/Pressrelease/2006/02/15/j_index.html

Kerr BH の**スピン上限値**突破はありうるか？

Why spin ??

一般相対論からの動機

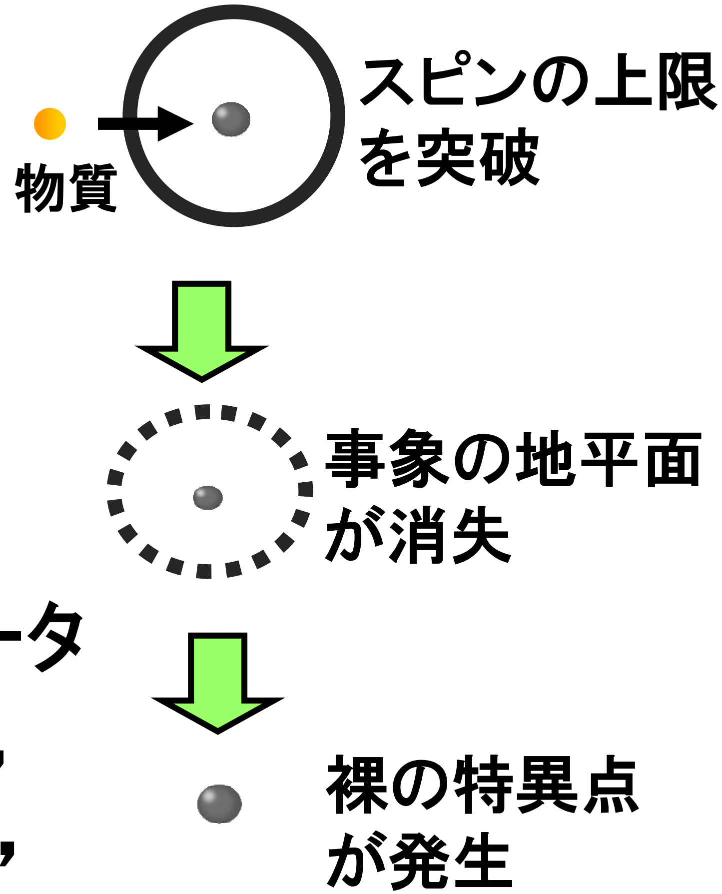
・宇宙検閲官仮説 (R. Penrose 1969)

裸の特異点と呼ばれる,
病的な領域は生じない

宇宙物理からの動機

・BH候補天体の基本パラメータであるスピンの進化を通して,
その進化過程 (UNKNOWN),
を理解したい

Kerr BH の場合



本研究の目的

問題設定

・$a \sim M$ で高速回転する Kerr BH に軌道角運動量をもつ<u>質点</u>を落下させた場合，BHのスピン上限値を超えるか？

先に **結論**

・Kerr BH は質点を吸収すると「**ある条件下では**」スピン上限値を超えてしまい，裸の特異点をつくる

⇒ <u>**Over-spinning**</u>

②

Over spinning

着眼点は何か？

・これまでの理解 (e.g. R. Wald 1974)

$a = M$ なるスピン上限値で回転しているKerr BH は,
質点の吸収ではそれ以上スピンを増やせない

・宇宙にあるBH候補天体や数値実験は,
ほぼ $a = M$ で高速回転する Kerr BH の存在・形成
可能性を示唆？

↓

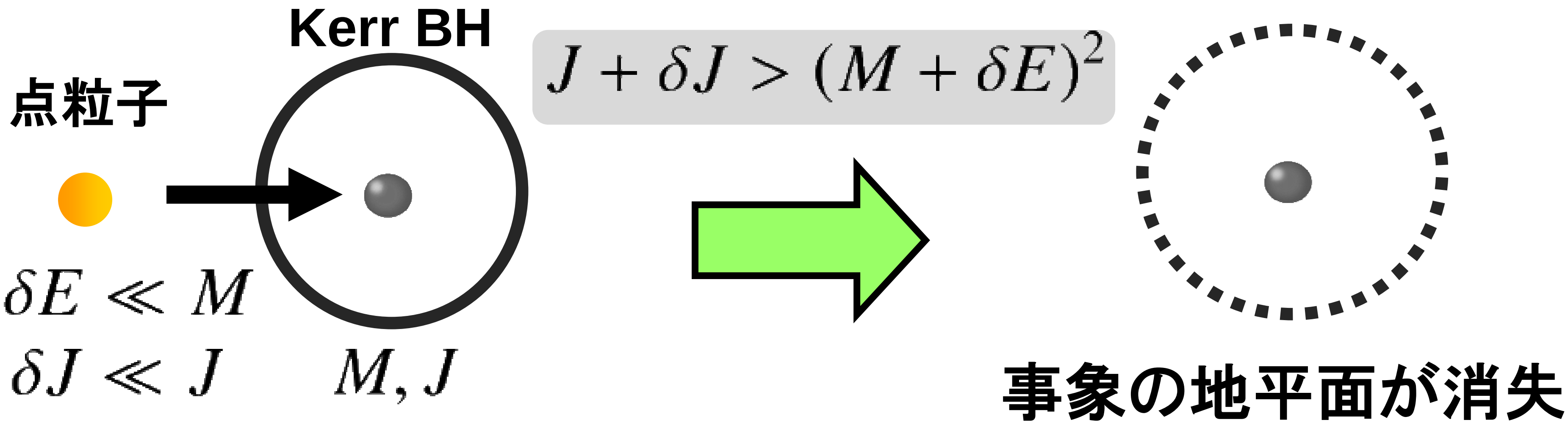
$a \sim M$ で高速回転している Kerr BH の場合は？

Kerr BH への質点の落下

T. Jacobson, and T. Sotiriou, PRL, **103** 141101 (2009)

① スピンが上限値を突破するための条件

Kerr BH の地平面半径 : $r_+ = M + \sqrt{M^2 - (J/M)^2}$



$$\boxed{\delta J > \delta J_{\min} = (M^2 - J) + 2M\delta E + \delta E^2}$$

②質点が Kerr BH に落下する条件

・質点がBHに吸収されること

地平面の角速度：

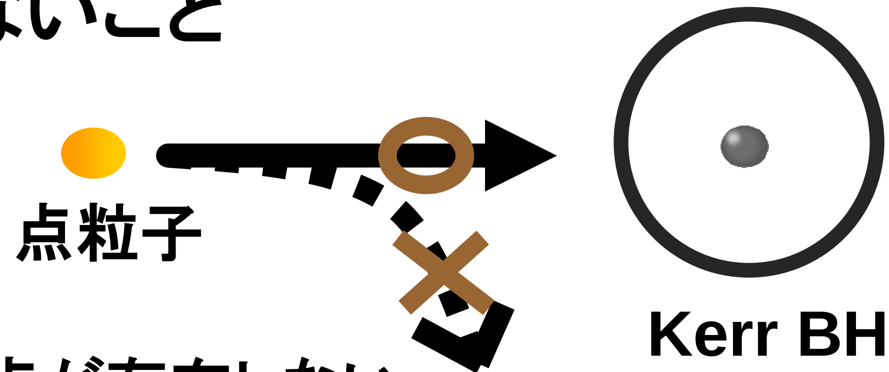
$$\Omega_{\mathrm{H}} \equiv \frac{a}{2Mr_+}$$

$$\delta E - \Omega_{\mathrm{H}}\,\delta J = \boxed{\delta A \times (const.)} > 0$$

質点に吸収による，地平面の面積の増加

・質点がBHに跳ね返されないこと

$$\frac{\dot{r}^2}{2} + \boxed{V_{\mathrm{eff}}(r, \delta E, \delta J)} = 0$$



地平面の外で常に負なら，転回点が存在しない

$$\boxed{\delta J < \delta J_{\max} = \frac{2Mr_+}{a}\delta E}$$

Over-spinningの判定条件

V. Hubeny, PRD **59** 064013 (1999)

問題 (再掲)

・$\boldsymbol{a \sim M}$ で高速回転する Kerr BH に軌道角運動量をもつ質点を落下させた場合，BHのスピン上限値を超えるか？

$$\frac{J}{M^2} = \frac{a}{M} = 1 - 2\epsilon^2 \quad : \delta E = O(\epsilon) \qquad (\epsilon \ll 1)$$

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - (J/M)^2}$$

$\epsilon = 0$: $J = M^2$ というスピン上限値で回転しているKerr BH

$$\frac{J}{M^2} = \frac{a}{M} = 1 - 2\epsilon^2 \quad : \delta E = O(\epsilon) \qquad (\epsilon \ll 1)$$

$$M \equiv 1 \quad a = J/M$$

$$r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2}$$

①BHのスピンが上限値を突破する条件：

$$\delta J_{\min} = (M^2 - J) + 2M\delta E + \delta E^2$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\delta J_{\min} = 2\epsilon^2 + 2\,\delta E + \delta E^2}$$

②質点がBHに落下する条件:

$$\delta J_{\max} = (2Mr_+/a)\,\delta E$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\delta J_{\max} = (2 + 4\epsilon)\,\delta E}$$

$$\boxed{\delta J_{\max} - \delta J_{\min} > 0\ ?\ \ (O(\epsilon^2))}$$

落下質点の満たすべき条件

①BHのスピンが上限値を突破する条件：$\delta J_{\min} = 2\epsilon^2 + 2\,\delta E + \delta E^2$

②質点がBHに落下する条件　　　　　　：$\delta J_{\max} = (2+4\epsilon)\,\delta E$

$$\underline{\delta J_{\max} - \delta J_{\min} > 0\ ?\ \ (O(\epsilon^2))}$$

$$\Downarrow$$

$$(2-\sqrt{2})\epsilon < \delta E < (2+\sqrt{2})\epsilon$$

$\epsilon = 0$：スピン上限値で回転しているKerr BH

Kerr BH は Over-spinning する?

本発表の要約と結論

やったこと

・<u>角運動量の上限値に近い</u> $a \sim M$ で高速回転する Kerr BH に, 軌道角運動量を持った質点を落下させた

判明したこと

・Kerr BH は上限値を越えて **Over-spinning** する?

⇩

宇宙検閲官仮説に反して,

BH候補天体はいずれ特異点に！？