ブラックリングの
Hawking 輻射に対する
安定性について

松本光洋

総合研究大学院大学　高エネルギー加速器科学研究科
素粒子原子核専攻　５年一貫制博士課程２年

1　アブストラクト

ブラックホールは，古典的には一方的に物質を吸収しながら成長していく．しかし量子論的には，ブラックホールは熱力学的な性質を持つことが明らかにされている．特に，黒体として輻射を起こすことが Hawking によって示された．これを Hawking 輻射という [1].

また，弦理論などの要請から我々の世界が高次元であることが示唆されている．このことに関連して，高次元時空におけるブラックホールが盛んに研究されている．４次元時空においては，球形のブラックホールしか存在しないことが示されている．しかし５次元では，この一意性定理が成り立たず，ドーナツ型をしたブラックリングなど球形以外のブラックホール解が見つかっている [2]．ブラックリングが安定に存在するために，質量と各運動量の間に満たすべき関係がある．Hawking 輻射によりブラックリングから放出される質量や各運動量を求めることにより，ブラックリングが Hawking 輻射に対して安定かどうかを議論することができる．

本発表では，Hawking 輻射と高次元ブラックホールについて簡単に解説し，更にブラックリングの Hawking 輻射に対する安定性に関する我々の研究を紹介する．

2　ブラックリング

この節では，本研究で注目しているブラックリングについて説明する．ブラックリングは Emparan と Reall によって 2002 年に発見された５次元ブラックホールである [2]．５次元において球形以外のブラックホールが存在することを初めて示したもので，非常に重要な発見である．

2.1　５次元ブラックホールについて

理論的には，ブラックホールは Einstein 方程式の解である．状況を簡単にするために，次の３つの (自然な) 条件を置くことにする．

- ブラックホールの外は真空，ただし電磁場のみの存在を許す
- ブラックホールは時間的に変化しない
- 遠くに離れればブラックホールの影響は受けない

この下で，４次元ブラックホールは，質量，角運動量，電荷のみで一意に決まり，形は必ず球形となることが示されている (一意性定理).

空間次元を１つ増やして，５次元の Einstein 方程式を考える．４次元のときと同じ条件を置いても，５次元の場合は一意性定理が成り立たない．これまでに球形以外の多様な形のブラックホールが見つかっている (図 1)．これが５次元ブラックホールが興味を持たれている要因の１つである．本発表で注目しているブラックリングは５次元ブラックホールの１つで，ドーナツのような形をしている．

2.2　ブラックリング

ここではメトリックの導出などは行わず，その性質のみを見ることにする．

ブラックリングのメトリックは

$$
\begin{aligned}
ds^2 = &-\frac{F(x)}{F(y)}\left(dt + R\sqrt{\lambda\nu}(1+y)d\psi\right)^2 \\
&+\frac{R^2}{(x-y)^2}\left[-F(x)\left(G(y)d\psi^2 + \frac{F(y)}{G(y)}dy^2\right) + F(y)^2\left(\frac{dx^2}{G(x)} + \frac{G(x)}{F(x)}d\phi^2\right)\right]
\end{aligned} \tag{1}
$$

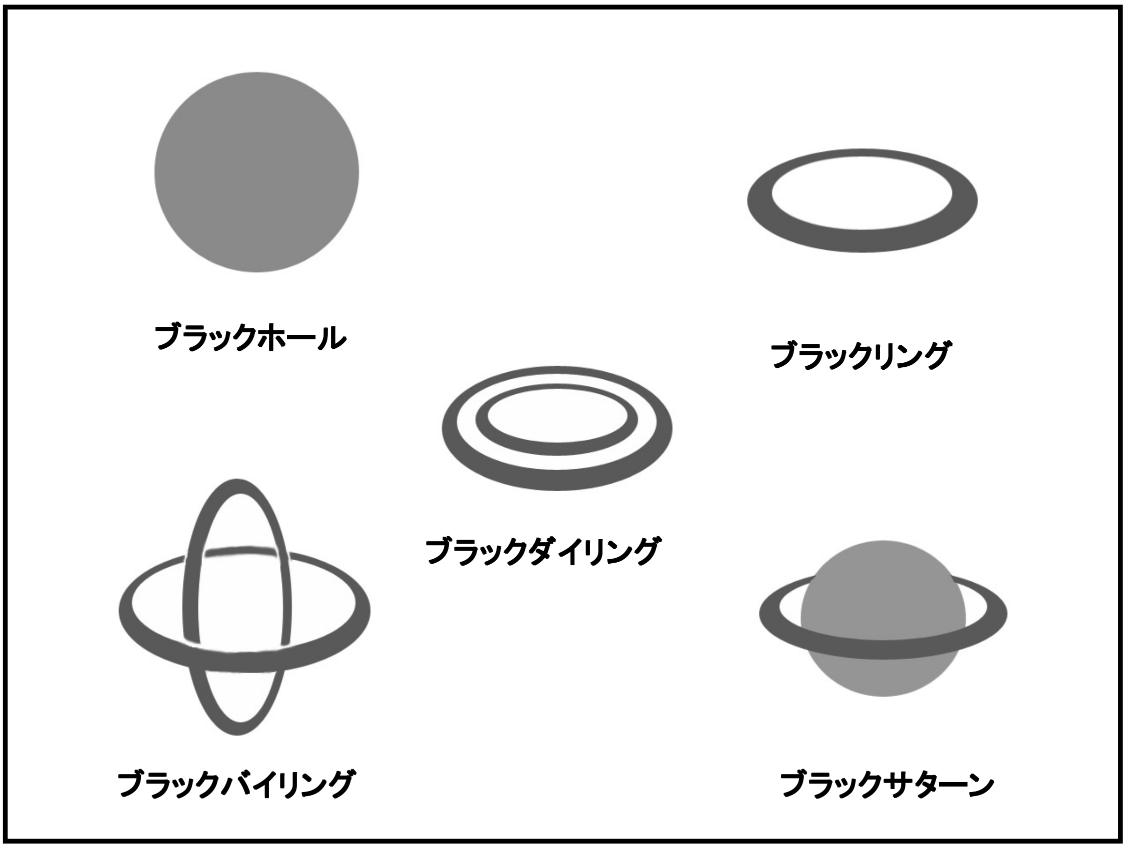

図１　多様な５次元ブラックホール

で表され，x の範囲を $-1 \leq x \leq 1$ とし

$$\begin{cases} F(\xi) = 1 - \lambda\xi \\ G(\xi) = (1-\xi^2)(1-\nu\xi) \end{cases} \tag{2}$$

である．また，メトリックに表れる３つのパラメーター R,λ,ν により質量と角運動量が決まっている．

このメトリックが“ リング ”を表していることを見るために，t,ϕ,ψ 一定面を考える：

$$ds^2 = \frac{R^2}{(x-y)^2}\left[-F(x)\frac{F(y)}{G(y)}dy^2 + F(y)^2\frac{dx^2}{G(x)}\right] \tag{3}$$

これを図示すると図２のようになる．ブラックホールの表面を表すイベントホライズンを ϕ,ψ 方向に回転させると，(x,ϕ) で球を作り，それを ψ 方向に回してリング形状を作っていることが分かる．

また，イベントホライズンの外側に特異点ができるのを避けるために，λ,ν に以下のよ

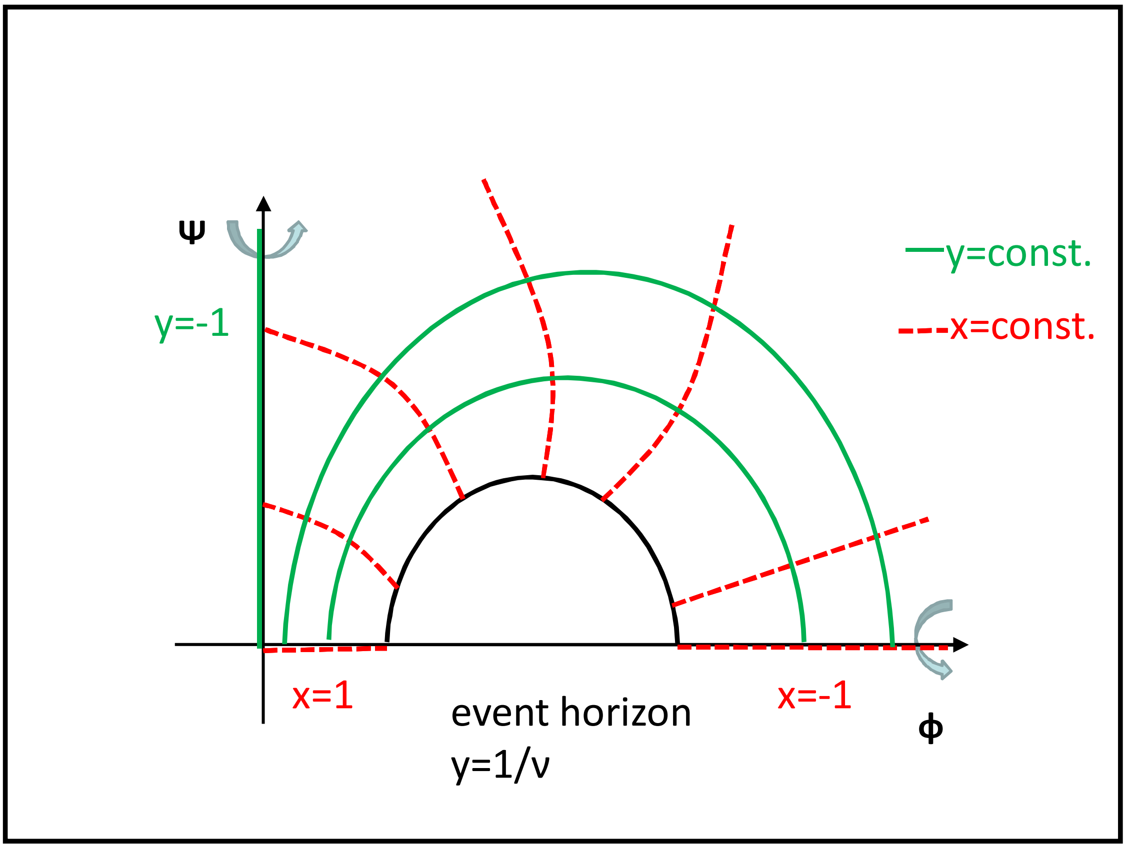

図 2　ブラックリングの t, ϕ, ψ 一定面

うな条件が加わっている．

$$\begin{cases} \lambda = \frac{2\nu}{1+\nu^2} \\ 0 < \nu < 1 \end{cases} \tag{4}$$

メトリックに表れるパラメーターは質量と角運動量を表していたので，物理的には「重力と遠心力の釣り合い」と解釈することができる．よって，これがブラックリングが安定に存在するための条件となる．

本研究は，ブラックリングが Hawking 輻射を起こすときにこの安定性の条件を満たすかどうかを調べるというものである．

3　Hawking 輻射

この節では，この Hawking 輻射に関して，本研究で関連することのみを述べる．

ブラックホールは，古典的には一方的に物質を吸収するだけだが，量子論的には黒体として輻射を起こすことが Hawking によって示された [1]. 黒体輻射により出てくる粒子数

の期待値は，

$$\frac{\mathit{\Gamma}}{e^{2\pi\omega/\kappa}-1} \tag{5}$$

と表される．簡単のためここでは Schwarzschild ブラックホールの輻射についての表式を書いた．ここで ω は粒子のエネルギー，κ はブラックホールの表面での加速度を表す．ここで注目するところは，黒体輻射からのずれを表すグレイボディーファクター $\mathit{\Gamma}$ が掛かっている点である．これは，出て来た粒子のうち一部が，ブラックホールに引き戻されるために掛かる係数である．例えば，出て来た粒子がすべて無限遠にいる観測者まで届けば $\mathit{\Gamma}=1$，すべてがブラックホールに戻っていけば $\mathit{\Gamma}=0$ となる．安定性は「重力と遠心力の釣り合い」なので，これを議論するために輻射で出ていく質量と角運動量を求める必要がある．詳細は省くが，そのときに重要となるのがグレイボディーファクターである．

次に，Hawking 輻射の導出において，本研究で問題となる点について述べる．重力を量子化することは現在のところできていないので，出ていく粒子を量子化して近似的に量子効果を取り入れる．簡単のために，massless Hermitian scalar field ϕ を量子化する．ϕ は波動方程式

$$g^{ab}\partial_a\partial_b\phi=0 \tag{6}$$

を満たすものとする．これは，平坦な時空における Klein-Gordon 方程式

$$\eta^{ab}\partial_a\partial_b\phi=0, \quad \eta=diag(-1,+1,+1,+1) \tag{7}$$

を曲がった時空へ拡張したものである．今，ブラックホールから出てくる粒子を見たいので，ϕ の動径方向の運動方程式が必要である．つまり，(6) を変数分離することが，必要である．

4　ブーストされたブラックストリングの安定性

我々の研究の概要を示す．

4.1　ブラックリングの安定性

ブラックリングの Klein-Gordon 方程式は，動径方向の運動方程式に変数分離ができない．そのため，安定性の議論ができない．

4.2 ブーストされたブラックストリングの安定性

そこで特殊な場合について考える．ここで考えるのは，[3] で考えられている S^1 方向の半径が無限に大きい極限である．具体的には (1) において infinite-radius limit：

$$R \to \infty, \lambda \to 0, \nu \to 0 \quad \text{keeping} \quad \begin{cases} R\lambda = r_H \cosh^2 \sigma (= \text{const.}) \\ R\nu = r_H \sinh^2 \sigma (= \text{const.}) \end{cases} \tag{8}$$

をとる．この極限では，ブラックリングはブーストされたブラックストリング

$$ds^2 = -\bar{f}\left(dt - \frac{r_H \sinh 2\sigma}{2r\bar{f}} d\varpi\right)^2 + \frac{f}{\bar{f}} d\varpi^2 + \frac{1}{f} dr^2 + r^2 \left(d\theta + \sin^2\theta d\phi^2\right). \tag{9}$$

になる．ここで

$$\begin{cases} \bar{f} = 1 - \frac{r_H \cosh^2 \sigma}{r} \\ f = 1 - \frac{r_H}{r} \end{cases} \tag{10}$$

である．ただし

$$\begin{cases} r = -R\frac{F(y)}{y} \\ \cos\theta = x \\ \varpi = R\psi \end{cases} \tag{11}$$

により変数変換をした．

ブーストされたブラックストリングという名前は，このメトリックにおいてブーストパラメーターを $\sigma = 0$ とするとブラックストリング

$$ds^2 = -f dt^2 + \frac{1}{f} dr^2 + r^2 \left(d\theta + \sin^2\theta d\phi^2\right) \tag{12}$$

に帰着することに由来している．

このメトリックを用いて立てた Klein-Gordon 方程式は変数分離が可能である．よって安定性の議論を進めることができる．

5 future work

現在この続きとして，ブーストされたブラックストリングからの輻射で出ていく質量と角運動量を求め，安定性の議論をしようとしているところである．

参考文献

[1] Hawking, S.W. 1975, Commun.Math.Phys. 43, 199

[2] Emparan, R.,& Reall, H. S. 2002, Phys.Rev.Lett. 88, 101101

[3] Cardoso,V., Dias, O.J.C., & Yoshida, S. 2005, Phys.Rev.D74:044008