2010年9月2日

不定運動項とブラックホールの蒸発

C.Kiefer, Ann. Phy. 18, 722(2009)

名古屋大学Ｍ１　CG研　中山真也

1　Introduction

Black-hole

量子論：　Hawking radiation

$\Downarrow$

BH**の蒸発**

$\Downarrow$

BH**が**Planck scale **へ**　$\longleftarrow$　**量子重力が必要**

$\Updownarrow$

量子重力は未完成 $\longrightarrow$ BH **蒸発の最終段階について**
よくわかっていない

アプローチとしてWheeler-DeWitt 方程式を簡単化し、BH は最終的にどのような物理的状態になることが言えるのか？

不定計量の調和振動子の系をmodel として採用する。

また、このcoupling の強さによってBH の蒸発の仕方がどう違うのか？

2　アプローチの手法

i) **手法として『正準量子化』を用いる** ii) **その核となる方程式、**Wheeler-DeWitt **方程式**

$$\left(-\frac{1}{2m_p^2}G_{abcd}\frac{\delta^2}{\delta h_{ab}\delta h_{cd}}-2m_p^2\sqrt{h}^{(3)}R+\hat{H}_{\perp}^{m}\right)|\Psi[h_{ab}]>=0$$

を単純化したモデルで考える

N.B.

計量G_{abcd}**により第１項は通常の運動項と符号が異なる**!

3　model

２つの調和振動子；BH とHawking radiation に対応

簡単化された方程式：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,y,z,t) = \left(\frac{\hbar^2}{2m_P}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m_y}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m_z}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m_P\omega_x^2}{2}x^2 + \frac{m_y\omega_y^2}{2}y^2 + \frac{m_z\omega_z^2}{2}z^2\Psi(x,y,z,t)\right.$$

$x \longleftrightarrow$ BH の質量

$y \longleftrightarrow$ Hawking radiation

$m_y \longleftrightarrow$ energy

†*N.B.*

x-part の運動項の符号が異なる!

4　coupling

BHとそのradiationの相互作用を考える

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,y,t)=$$

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m_P}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\hbar^2}{2m_y}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{m_P\omega_x^2}{2}x^2+\frac{m_y\omega_y^2}{2}y^2+\mu xy\right)\Psi(x,y,t)$$

μxy：相互作用項

x-part初期状態

$$\psi_{x0}^{\alpha}(x,0)=\left(\frac{m_P\omega_x}{\pi\hbar}\right)^{1/4}\exp\left(-\frac{\mathrm{m_P}\omega_{\mathrm{x}}}{2\hbar}\mathrm{x}^2+\alpha\sqrt{\frac{2m_P\omega_x}{\hbar}}\mathrm{x}-\frac{|\alpha|^2}{2}-\frac{\alpha^2}{2}\right),$$

y-partの初期状態

$$\psi_{y0}^{H}\propto\exp\left(-\frac{\mathrm{m_y}\omega_{\mathrm{y}}}{2\hbar}\coth\left[\frac{2\pi\omega_{\mathrm{y}}\mathrm{GM}}{\mathrm{c}^3}+\mathrm{i}\omega_{\mathrm{y}}\mathrm{t_0}\right]\mathrm{y}^2\right)$$

相互作用があるときの解

$$\psi(x, y, t) = F(t) \exp\left(A(t)x^2 + B(t)x + C(t)y^2 + D(x, t)y\right)$$

$\Longleftarrow$ BH **と** Hawking radiation **間のエンタングルした状態**

この波動関数を用いて BH **蒸発の状態を図示すると次ページのようになる。**

BH **の質量は**

$x = 0$ **に向かって蒸発している** $(\mu = 0)$

$x = 0$ **を中心として揺らいでいる** $(\mu \neq 0)$

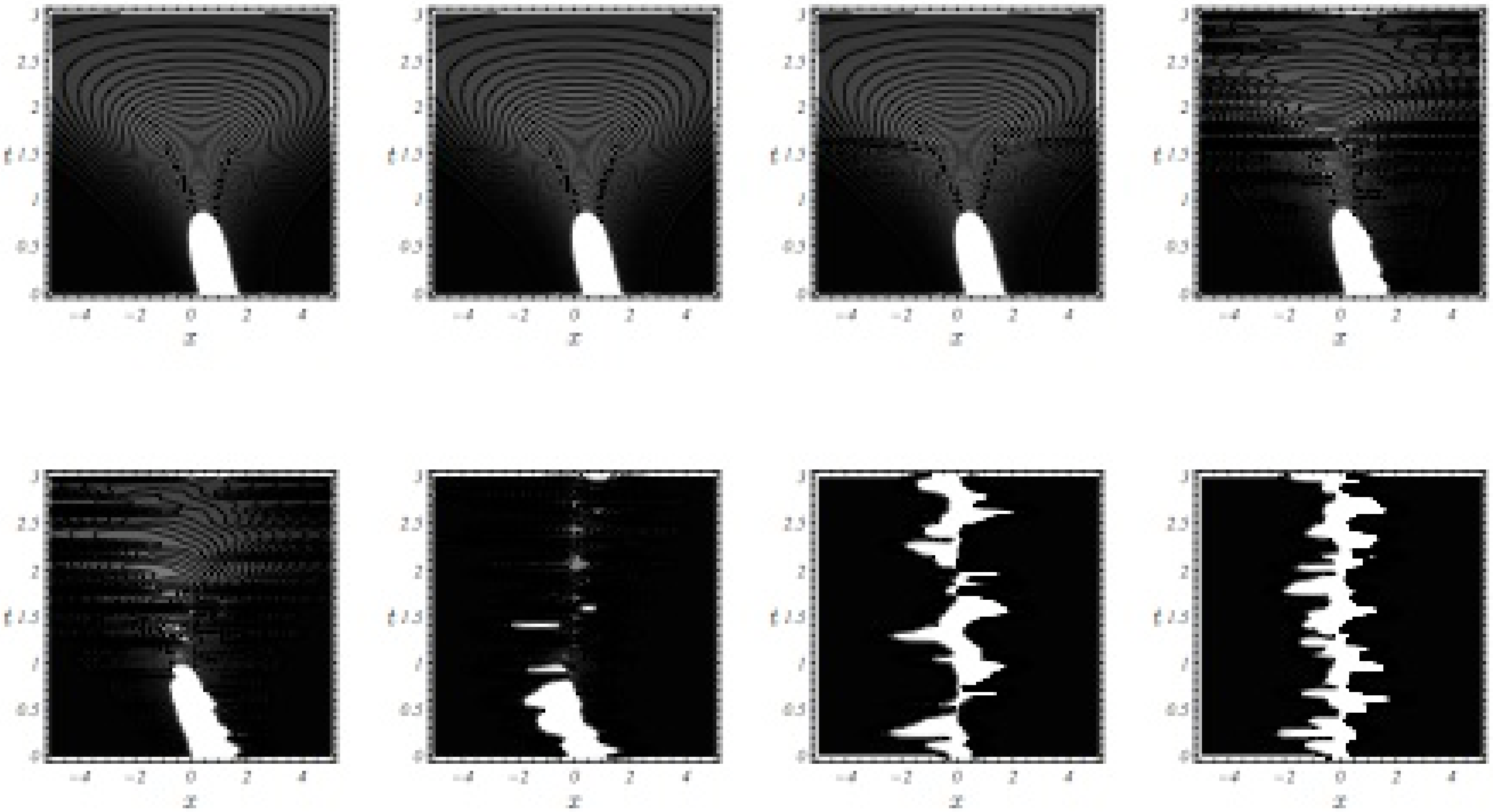

Figure 5: Time evolution of ρ_{xx}, with $m_P = \hbar = \omega_x = x_0 = 1$; $t_0 = 0$ and $p_0 = -1$ for simplicity, and μ (graphics from left to right and top to bottom) assuming the values of the set $\{0, 0.5, 1, 5, 10, 20, 50, 100\}$, $\omega_y = \omega_x \times 10^{5/2}$, $m_y = m_P \times 10^{-5}$. In the contour plot the brighter areas correspond to higher values for ρ_{xx}.

5　Summary

蒸発の最終段階は, 定性的に

・**back reaction がある場合** $\mu \neq 0$

・**BHはμが大きくなるにつれて、Hawking radiationと強くエンタングルする。**