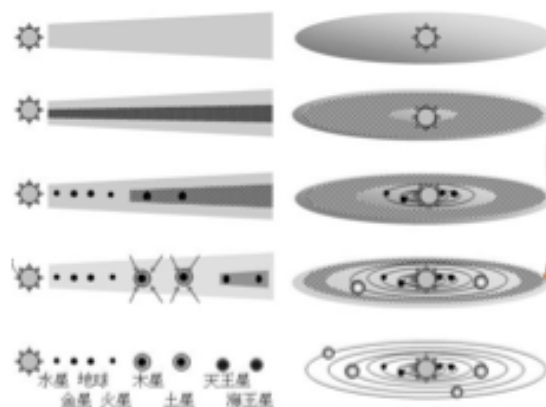


原始惑星系円盤中の ガス・ダイナミクスと計算手法

名古屋大
Ta研 M1
森 克 敬

Introduction



ガスの力学を計算することは原始惑星系を理解するために必要

http://www.geo.titech.ac.jp/lab/ida/STUDIES/basic_process.html

原始惑星系円盤のガスダイナミクスは
非線形問題→数値シミュレーションが有効

しかし...

- 原始惑星系円盤中のガス・ダイナミクスは、本質的に**超音速流**の問題
 - 音速 1km/sec
 - ケプラー回転速度 30km/sec
- 一般に超音速流を含む数値シミュレーションにおいては厄介な問題がある。
- この問題を解決することは多方面の分野において有効である。

@地球軌道

困難の前に

流体の計算とは？

保存形式で書くことができる。

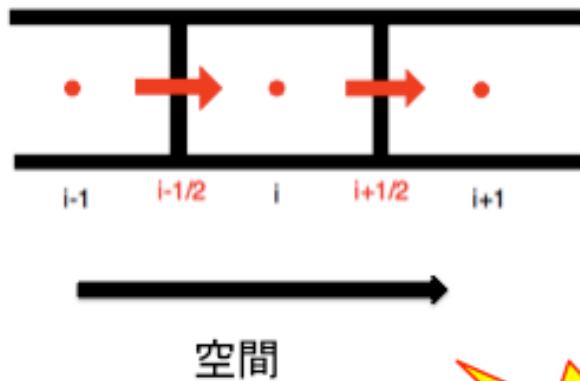
- 質量保存
 - 運動量保存
 - 全エネルギー保存
- $$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$
- $$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ e \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p \\ (e + p)v_x \end{pmatrix}$$

保存則を丸め誤差の範囲で満たす

||

流体を正確に計算することができる

有限体積法の説明



まず、ある流体を離散化させる

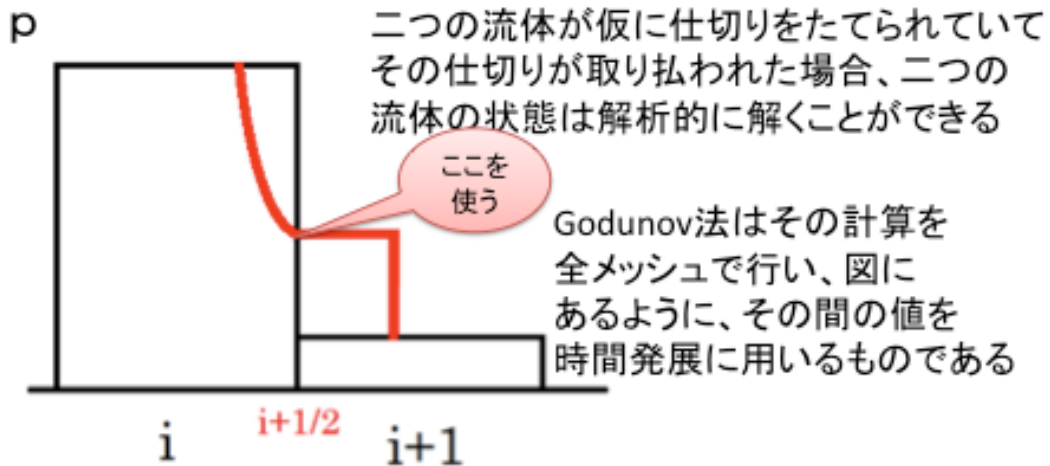
次に、その境界での数値流束(フラックス)を計算

その数値流束から次の時刻の値を求める

繰り返す

今回のベースとなる

ここで、Godunov法について



超音速流で何が問題？

圧力を導出
するための
従属変数

計算中の「内部エネルギーの導出」の際に...

$$u = e - \frac{1}{2} v_x^2$$

内部E(小)

全E(大)

運動E(大)

...精度が悪くなる

負になることもある

これまでに提案されている解決方法

$$\frac{du}{dt} = -p \frac{\partial v_x}{\partial m}$$

保存形式ではない。

内部エネルギーを独立変数として解く方法

- 非保存形式を用いる場合

- 良い点: 超音速問題などで内部エネルギーは負になりにくい
- 悪い点: 数値的には全エネルギーの保存則を満たさない

idea

内部エネルギーを独立変数として用いたのにも関わらず、数値的に全エネルギーを保存させるような方法

$$\frac{du}{dt} = -p \frac{\partial v_x}{\partial m}$$



$$\frac{du}{dt} = -\frac{\partial p v_x}{\partial m} + v_x \frac{\partial p}{\partial m}$$



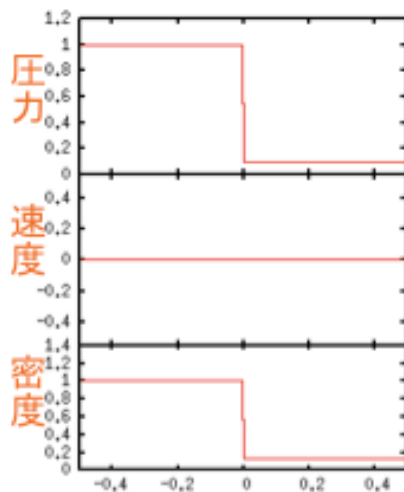
$$\Delta m_i \frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{2} (p_{i+1/2} v_{i+1/2} - p_{i-1/2} v_{i-1/2}) + \frac{1}{2} v_i (p_{i+1/2} - p_{i-1/2})$$

普通は全エネルギーが保存しなくなるが、離散化と計算手法に工夫を加える

idea

今回、テスト計算を行った

衝撃波管問題について



二つの流体が仮に仕切りをたてられていてその仕切りが取り払われた場合、二つの流体の状態は解析的に解くことができる

例では速度を0としているが、今回は両方の領域を超音速で**平行移動**させることで、わざと大きな運動エネルギーをもたせた。

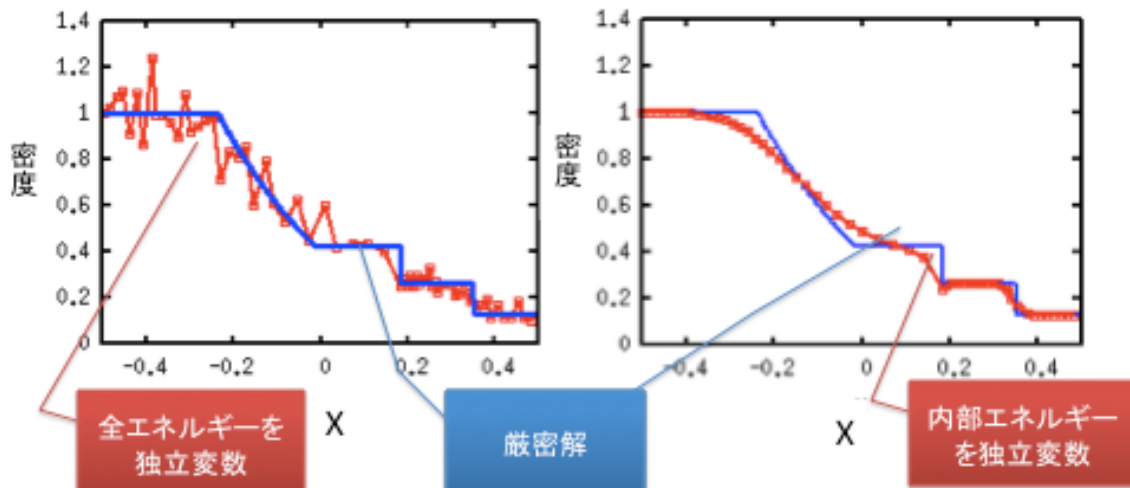
内部Eの割合を小さくすることで桁落ちの状態を実現。

結果

密度についての比較

(平均移動速度/ $C_s=5.0 \times 10^6$)

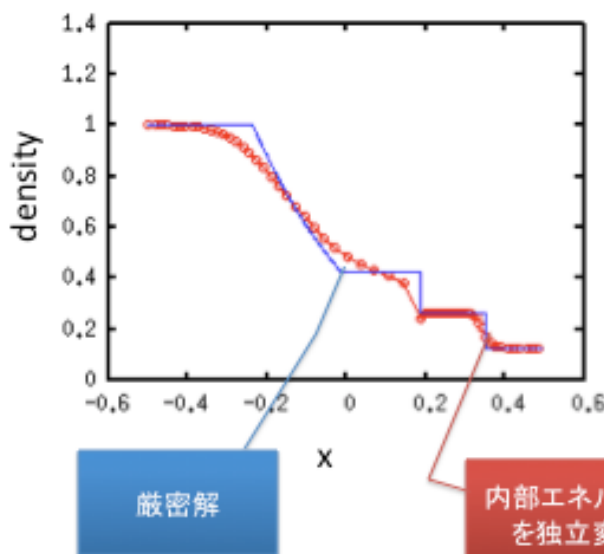
計算法はGodunov法を用いた



結果

運動エネルギーの割合を大きくすると桁落ちが生じ、計算に振動が生じてしまうが、新しい方法だとしっかり計算できている

ならば、どこまで計算できるのか？



- 平行移動がMach数 1.0×10^{10} でも計算できるようだ...
- 内部Eで計算を行った新しいGodunov法は、とても安定なようだ。。。

単精度の計算もやってみる

- コストや計算速度などの面でGPUクラスタを用いて計算を行いたい。
- GPUは単精度との親和性がよく、単精度の計算はそれ自体が速い



<http://www.geocities.co.jp/Bookend/6712/perry.html>

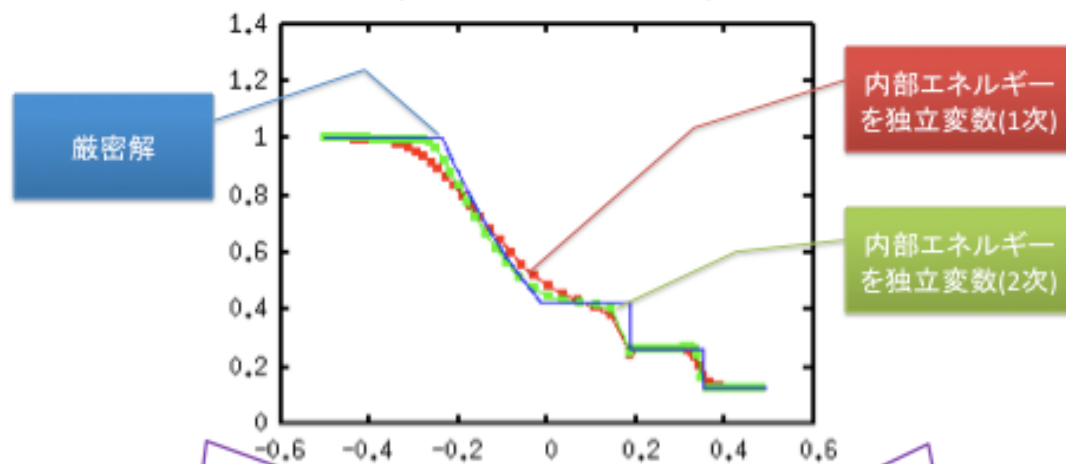
単精度

密度についての比較

平行移動速度/音速

(Mach数= 1.0×10^5)

結果2



厳密解

内部エネルギーを独立変数(1次)

内部エネルギーを独立変数(2次)

今回は2次精度の結果もいれてみた

ノーマルゴドノフは壊れたので載せていない

結果2

まとめ

- 運動Eが内部Eより十分大きな場合でも計算できる計算法を開発した。
- 析落ちの問題が深刻な(単精度の計算を行う)GPUを用いた計算も可能になる。

今後の原始惑星系円盤を解くための課題

- まだ一次精度、一次元計算のため...
 - 2次元
 - 3次元への拡張が課題である。
- **磁気流体への応用**