

## 軌道移動による平均運動共鳴での原始惑星系の安定性

松本侑士, 長沢真樹子, 井田茂 (東工大 地球惑星科学専攻)

### 概要

原始惑星円盤内で形成された原始惑星は、円盤ガスとの相互作用で中心星方向へ軌道移動する。この原始惑星の軌道移動により、原始惑星は円盤内縁まで移動する。

微惑星からの惑星成長を解いた先行研究は、多数の原始惑星が形成された場合、円盤内縁で止まった最初の惑星から順に平均運動共鳴の位置に原始惑星が捕獲されることを示した。また、タイプ1軌道移動の速度に依存して、軌道移動後の安定性が変化し、5個程度の原始惑星が共鳴軌道に入り安定となる系と、40個程度の小さな原始惑星が一度共鳴に入った後に、衝突して共鳴から外れた系の2種類が作られることを示した。

惑星が共鳴でない軌道の場合の安定時間は経験的に知られているが、共鳴軌道での振る舞いはわかっておらず、原始惑星系の安定性の変化を説明できない。

また、軌道移動の速度によって原始惑星系の安定性が変化することは知られているものの、安定な軌道(共鳴のまま残る軌道)と不安定な軌道(共鳴から外れる軌道)が何によって作り分けされるのかは不明である。

本研究では、軌道移動による平均運動共鳴のパラメータ変化を調べるために、原始惑星を軌道移動により共鳴に入れ、その安定時間をN体計算により調べることで議論する。

### 1. 研究背景

現在観測されている惑星は470程度、惑星系も50程度が観測されている。この中には $10M_{\oplus}$ の惑星で構成された惑星系も3つ存在している<sup>1</sup>が、これらは全て平均運動共鳴軌道に入っていない(<http://exoplanet.eu/>)。

平均運動共鳴軌道とは、軌道周期の逆数が整数比である関係であり、例えば $n+1:n$ の共鳴軌道に入っている場合、内側が $n$ 周、外側が $n+1$ 周したときに必ず同じ場所で会合(同じ経度に惑星が並ぶこと)することになる。会合するとき、他のどの位置関係よりも惑星同士の距離が近くなるので、最も大きな作用を及ぼしあう。平均運動共鳴では会合が常に同じ位置関係で起きるので、会合の位置と惑星の近点の関係によっては安定にも不安定にもなりうる。

Fig. 1は外側の惑星が円運動で、内側の惑星が楕円運動をしている場合で、内側の近点で会合するため安定な軌道の例となっている。逆に内側の遠点で会合するときは不安定となる。

一方地球型惑星の形成理論では、Terquem & Papaloizou 2007で原始惑星の軌道計算にタイプ1の線形計算結果を用いた軌道移動を加えた計算が行われた。線形計算の値を使った軌道移動の場合、衝突により、初期に12あった原始惑星は最終的に数個程度になった。また、軌道移動が強いので、原始惑星は円盤内縁の内側まで入り込んだ。このランではそれぞれが一次の共鳴に入って安定化した。

Ogihara & Ida 2009は微惑星からの集積計算を線形計算よりも弱い軌道移動で行った。結果、微惑星は衝突成長しながら軌道移動し、共鳴軌道に入った。軌道移動が遅い時は速い時より多く数十個の原始惑星が、速い時よりも小さな質量で、内縁から順に共鳴軌道に入る。この原始惑星系はガス円

---

<sup>1</sup>Gl 581, HD 40307, CoRoT-7

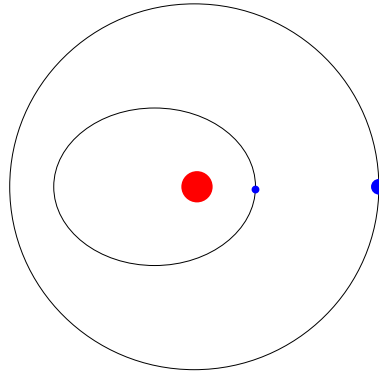


Fig. 1.— 軌道関係の例。外側の惑星は円運動で、内側の惑星は楕円運動をしている。内側の惑星の近点で会合しているので、 $n+1:n$ の共鳴ならばここでしか会合しない。このとき、近接相互作用が弱くなるので、惑星の軌道はより安定になる。

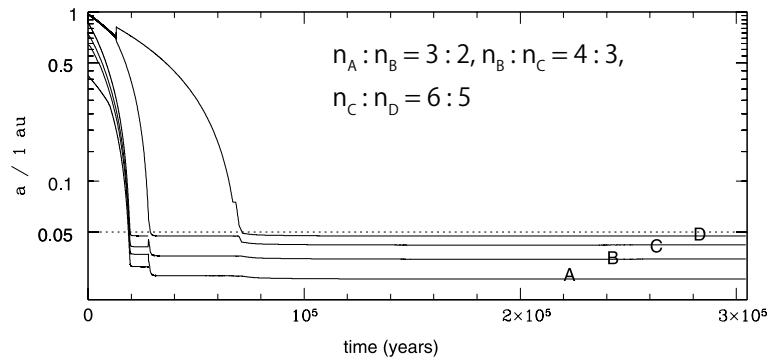


Fig. 2.— Terquem & Papaloizou 2007 の計算結果の 1 つ。タイプ 1 軌道移動の線形計算の値を用いた軌道移動を含む軌道計算。0.05AU にある円盤内縁より内側で数個の原始惑星が共鳴に入り安定化している。

盤を散逸させたとき不安定化し、内縁に偏らない、共鳴にない惑星系となった。

観測された地球型の惑星系は共鳴軌道になく、これはタイプ 1 軌道移動が遅い時、理論的になることがしめされている。タイプ 1 が遅いときと速い時では、共鳴に入ったときには天体数、質量、共鳴比、最内の軌道長半径が異なる。これらのパラメータのどれかが原因で惑星系が不安定化したならば、タイプ 1 の速さに関わらず、そのパラメータが満たされていれば惑星系は不安定化する。

パラメータのどれかが不安定化の原因であるか、あるいは複合的な要因なのかを突き止めるため、軌道計算を行ない、惑星系の安定時間を計測した。

## 2. 計算モデル

初期条件として、太陽質量の中心星から 0.1AU のところに、離心率傾斜角は 0 で、 $10^{-5}$  太陽質量の惑星をヒル半径 (ヒル半径は惑星の重力の典型的な長さを表す大きさ) の定数  $K$  倍ずつの軌道長半径に、経度はランダムに配置した。

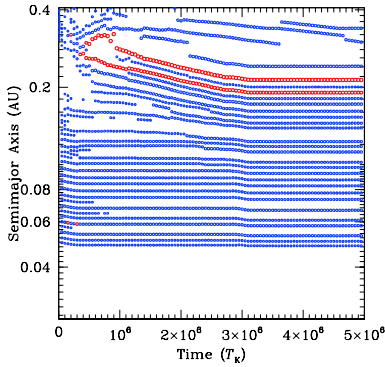


Fig. 3.— Ogihara & Ida 2009 より、軌道移動での軌道長半径の時間発展。

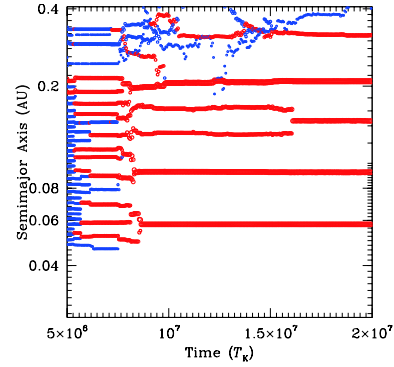


Fig. 4.— Ogihara & Ida 2009 より、ガス散逸での軌道長半径の時間発展 (Fig. 3 の続き)。

解く方程式は重力の方程式で、

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = -GM_* \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} - \sum_{j \neq i} Gm_j \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3} - \sum_j Gm_j \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} \quad (1)$$

第一項が中心星重力で、第二項が惑星同士の相互重力項、第三項が惑星が中心星を揺らす効果である間接摂動項。軌道が不安定化したどうかは惑星同士の距離が、惑星の重力半径であるヒル半径の内側に入ったら不安定とした。

### 3. 遅い軌道移動に対応する計算結果

#### 3.1. 軌道間隔 $K$ の変化

Fig. 5 が計算結果。横軸は軌道間隔  $K$  で、縦軸は軌道安定時間の  $\log$  をとったもの。緑の三角が初期条件で共鳴軌道の位置に置いたもので、赤丸はそうでないものを表している。この領域には 10:9 から 6:5 までの共鳴比の位置が存在している。緑線と赤線はそれぞれの点をフィッティングしたもので、どちらの場合にも軌道間隔  $K$  と軌道安定時間  $\log t_{cross}$  には線形関係が見られ、またその安定時間には大きな差は見られなかった。

この傾向がこのまま続くならば、5:4 が  $K=7.9$  程度に存在するので、4:3、3:2、2:1 の共鳴のときに  $10^8$  kepler 安定となる。この計算は初期の近点経度や天体の経度に関係性を持たせなかった結果、共鳴の位置と共鳴でない位置での安定時間がほぼ等しい、共鳴に入って安定化していない、遅い軌道移動での安定時間を再現していると考えられる。

#### 3.2. 天体数 $N$ の変化

こちらの図は軌道安定時間の天体数の依存性を見たもの。

横軸は天体数  $N$  の  $\log$  をとったもので、縦軸は先ほどと同じ軌道安定時間の  $\log t_{cross}$ 。それぞれ赤丸は 6:5 の共鳴の位置、緑三角は  $K = 5$  での、青菱形は  $K = 4.5$  での値をプロットしたもの。ど

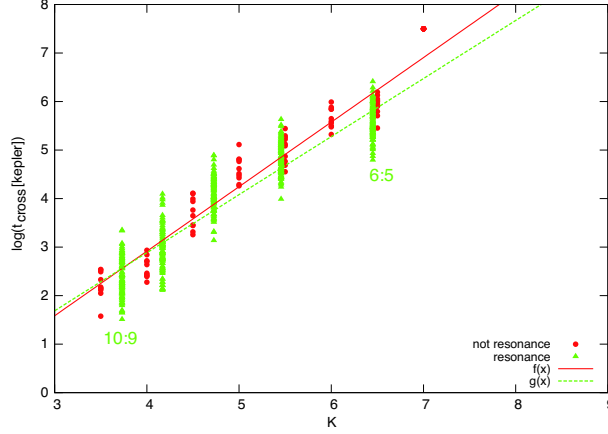


Fig. 5.— 横軸は軌道間隔  $K$  で、縦軸は軌道安定時間の  $\log$  をとったもの。緑の三角が初期条件で共鳴軌道の位置に置いたもので、赤丸はそうでないものを表している。この領域には 10:9 から 6:5 までの共鳴比の位置が存在している。緑線と赤線はそれぞれの点をフィッティングしたもので、緑が  $\log t = 1.20K - 1.90$  で赤は  $\log t = 1.30K - 2.28$ 。

れも  $N = 10$  までは安定時間が減少するが、それ以降はほとんど変化しなかった。この関係を軌道間隔や質量などによって決まる定数  $c, d$  を用いて

$$\log t_{cross} = \frac{c}{N} + d \quad (2)$$

と定式化した。

これは、1つの惑星に大きく摂動を加えるのは近い惑星なので、天体数を増やしていても、影響がほとんどなくなるからだと考えられる。軌道移動の遅いケースの再現とパラメータ依存性はみることができたが、安定な共鳴である速い軌道移動の場合のパラメータ依存性が分からなければ不安定化の原因が見えないので、速い軌道移動の場合の再現を目指す。

#### 4. 速い軌道移動による共鳴の再現する計算モデル

共鳴に入り安定化した計算の再現をするために、まず円盤ガスが存在する場合の計算を行ない、その中で軌道移動させて共鳴に入れ、円盤を散逸させて安定時間をはかった。

初期条件は先ほどと同じように天体は配置するが、0.1AU からは円盤ガスが存在する。6:5 の共鳴からわずかにずれた位置に天体を配置し、この中で軌道移動することで共鳴に天体を入れる。

基礎方程式は先程の式に

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = -GM_* \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} - \sum_{j \neq i} Gm_j \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3} - \sum_j Gm_j \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} - \frac{\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{gas}}{\tau_{damp}} \quad (3)$$

第4項のようにガス抵抗をいれた。これは、惑星の速度からガスの速度を引いたものを典型的なガスの離心率を減少させるタイムスケールで割っている。

ガスは 0.1AU で  $\tanh$  で内縁を加えた。そして、 $\exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_{dep}}\right)$  でガス面密度を下げ、ガスを散逸させた。

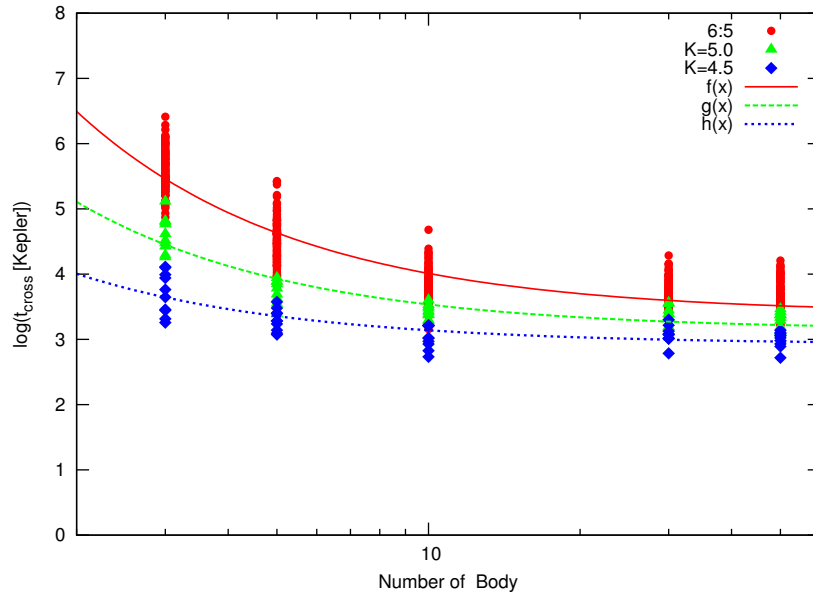


Fig. 6.— 横軸は天体数  $N$  の  $\log$  をとったもので、縦軸は  $\log t_{cross}$ 。それぞれ赤丸は 6:5 の共鳴の位置、緑三角は  $K = 5$  での、青菱形は  $K = 4.5$  での値をプロットしたもの。フィッティングはそれぞれ赤が  $\log t = \frac{6.21}{N} + 3.39$ 、緑が  $\log t = \frac{3.93}{N} + 3.14$ 、青が  $\log t = \frac{2.16}{N} + 2.29$ 。

## 5. 速い軌道移動での軌道進化

軌道長半径の移動のタイムスケールは  $10^5$  年、ガス散逸のタイムスケールも同じ値を用いた結果が Fig. 7 です。縦軸が軌道長半径で横軸が時間。軌道移動しながら共鳴に入った惑星はそのまま計算上限まで安定でした。この計算上限は  $5\sqrt{30} \times 10^6 \simeq 1.5 \times 10^7$  kepler にあたり、最低でもこの値よりも惑星系は安定となった。これはガスなしでの遅い軌道移動の場合にあたる安定時間よりも 10 倍以上は安定で、共鳴に入り安定化していることがわかる。

共鳴に入り安定化する計算が再現できたので、今後はこのパラメータ依存性を調べていく予定。

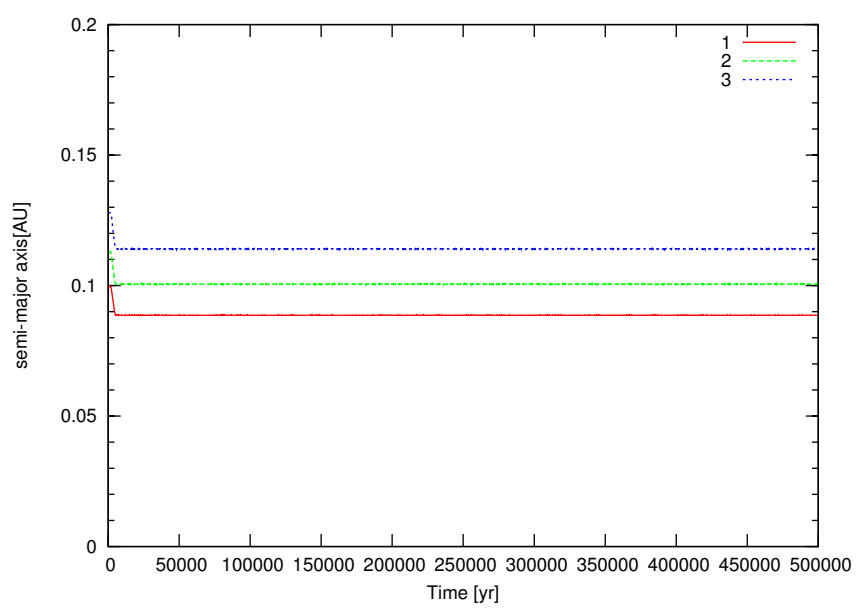


Fig. 7.— 軌道移動後、ガス散逸を含む計算での軌道長半径の時間進化