

10/08/03 天文・天体物理若手会夏の学校@豊橋

# 磁気回転不安定性の発展に対する ダスト音波の影響

東京大学 大学院 理学系研究科  
地球惑星科学専攻 星野研究室 D1  
白川 慶介

# 宇宙空間におけるガス円盤

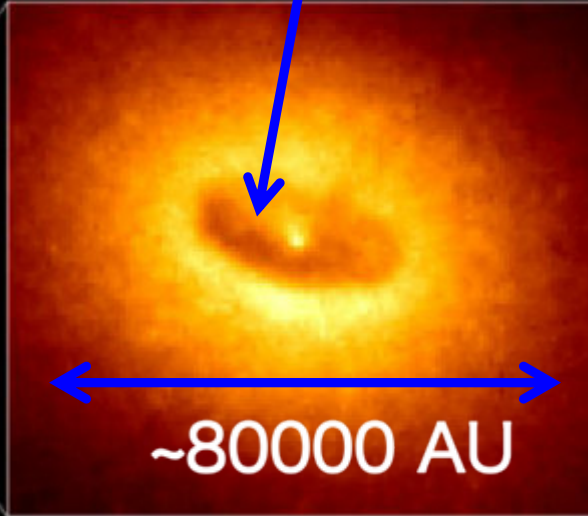
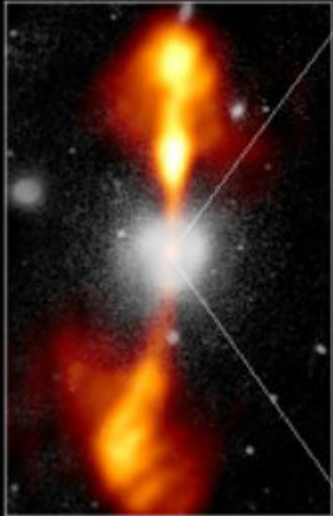
ダストによる遮蔽

Core of Galaxy NGC 4261

Hubble Space Telescope  
Wide Field / Planetary Camera

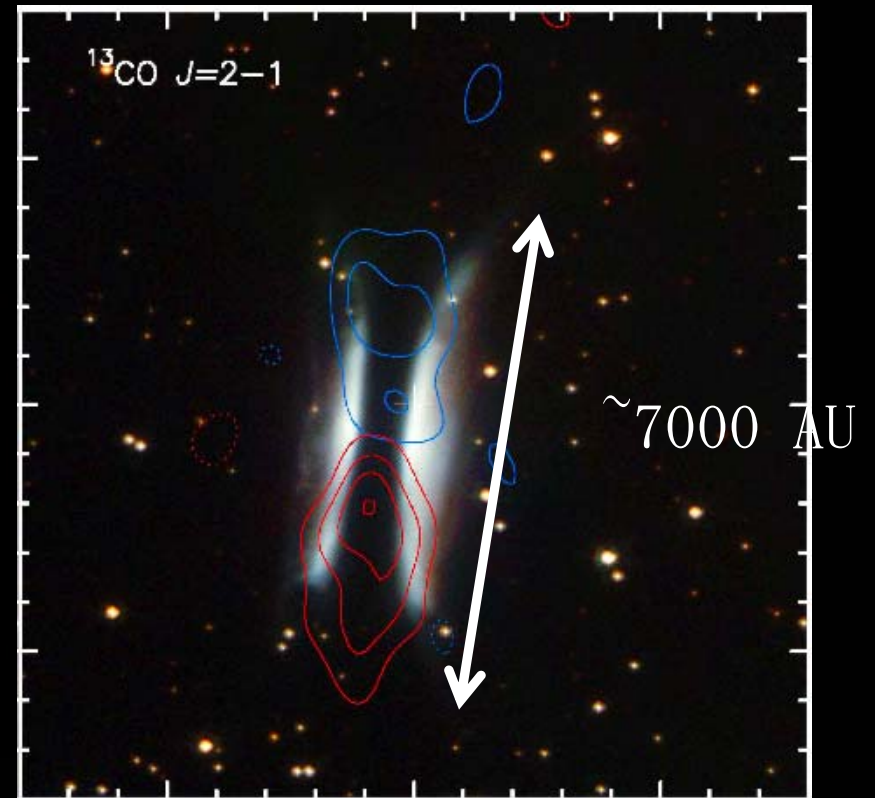
Ground-Based Optical/Radio Image

HST Image of Gas and Dust Disk



IRAS 18059-3211

(Gomez's Hamburger)



[<http://hubblesite.org/>]

[Bujarrabal et. al., A&A 2009]

# 降着円盤の構造進化

$$\dot{M}_{\text{disk}} \simeq 10^{-8} M_{\odot} / \text{yr} \quad [\text{Calvet et. al., ApJ 2004}]$$

$$\longrightarrow \tau_{\text{disk}} \sim 0.001 M_{\odot} / \dot{M}_{\text{disk}} \sim 10^5 \text{ yrs}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \dots \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \longrightarrow \tau_{\text{vis}} \sim \frac{L^2}{\nu} \sim \frac{L^2}{c_s \lambda_{\text{mfp}}}$$

$$L \sim 1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{13} \text{ cm}, \quad c_s \simeq 1.5 \times 10^5 \text{ cm/s}$$

$$\lambda_{\text{mfp}} \simeq 40 \text{ cm}$$

$$\longrightarrow \tau_{\text{vis}} \sim 10^{20} \text{ sec} \sim 10^{12-13} \text{ yrs}$$

分子粘性では、円盤の構造進化を説明できない

[Pringle, Annual Rev. in Astrophys. , 1981]

# $\alpha$ disk モデル

◆ 乱流があると…

$$\lambda_{\text{mfp}} \rightarrow \ell_{\text{vortex}} \sim \text{disk thickness}$$

で粘性(乱流粘性)を評価すると

時間的制約はクリアできそう

$$\ell_{\text{vortex}} < \text{disk thickness} \quad , \quad v_{\text{vortex}} < c_s$$

$$v_T = \alpha c_s H \quad H : \text{円盤の厚み}$$

$$\alpha \sim 10^{-3} - O(1)$$

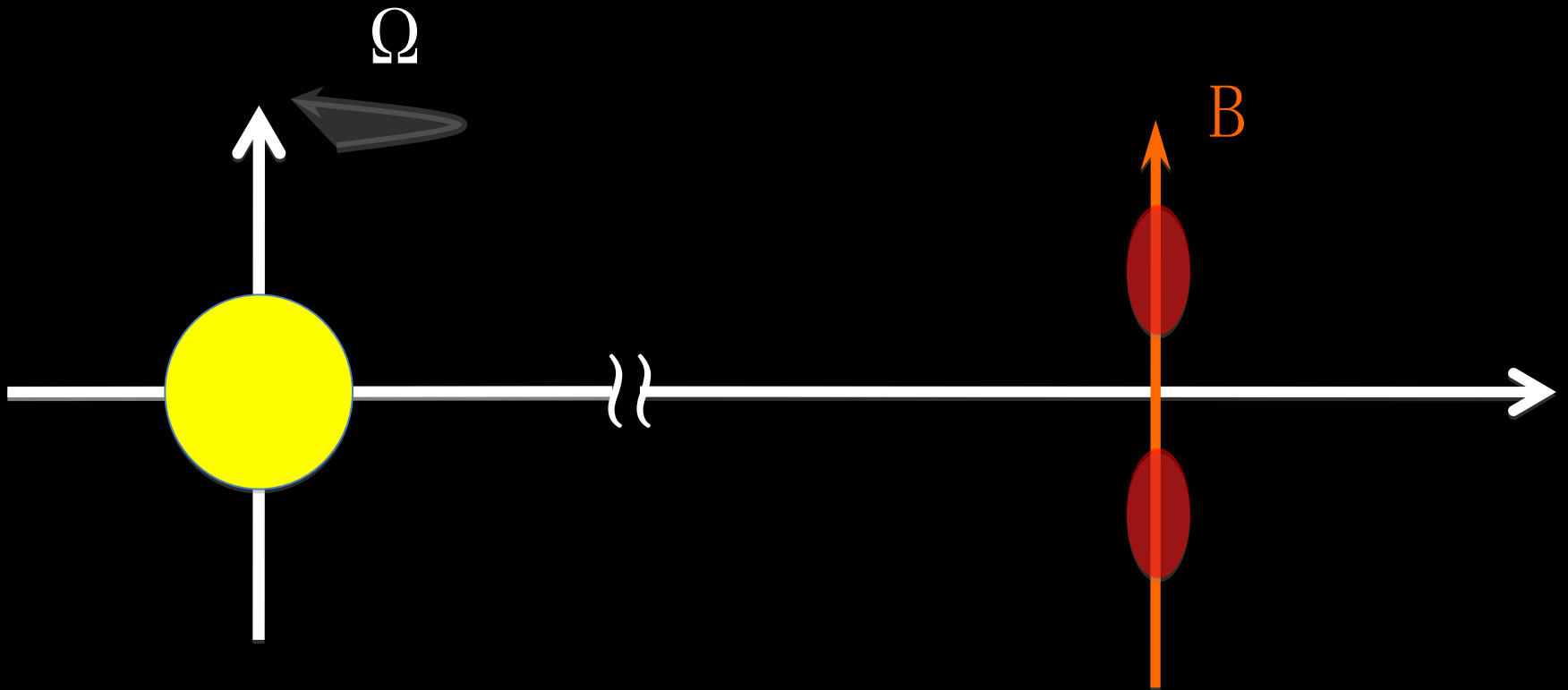
[Shakura and Sunyaev, A&A, 1973]

乱流の起源は??

# 磁気回転不安定

Magneto-Rotational Instability (MRI)

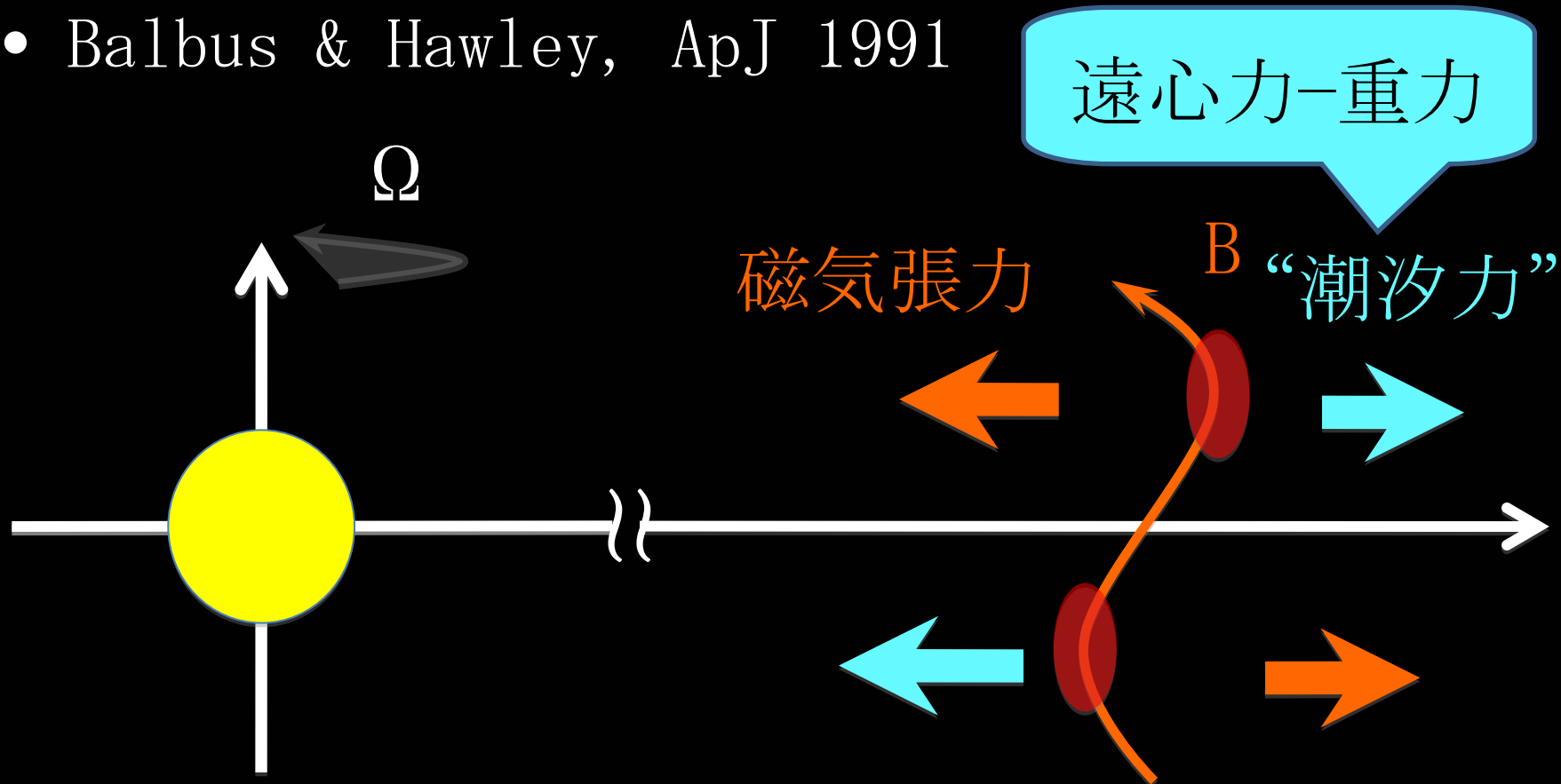
- Balbus & Hawley, ApJ 1991



# 磁氣回轉不安定

Magneto-Rotational Instability (MRI)

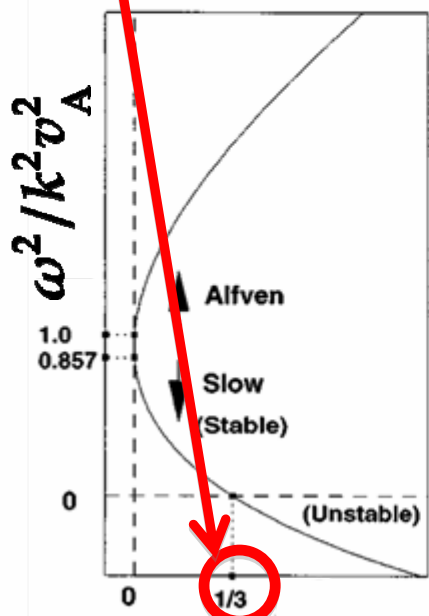
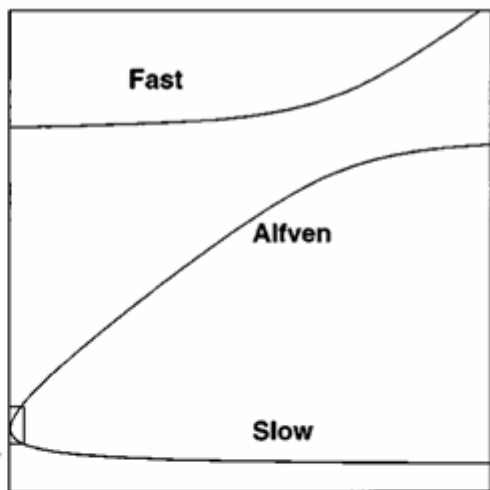
- Balbus & Hawley, ApJ 1991



# 磁気回転不安定

Magneto-Rotational Instability (MRI)

$$\frac{\Omega^2}{k^2 v_A^2} = \frac{1}{3}$$



$$\Omega^2 / k^2 v_A^2$$

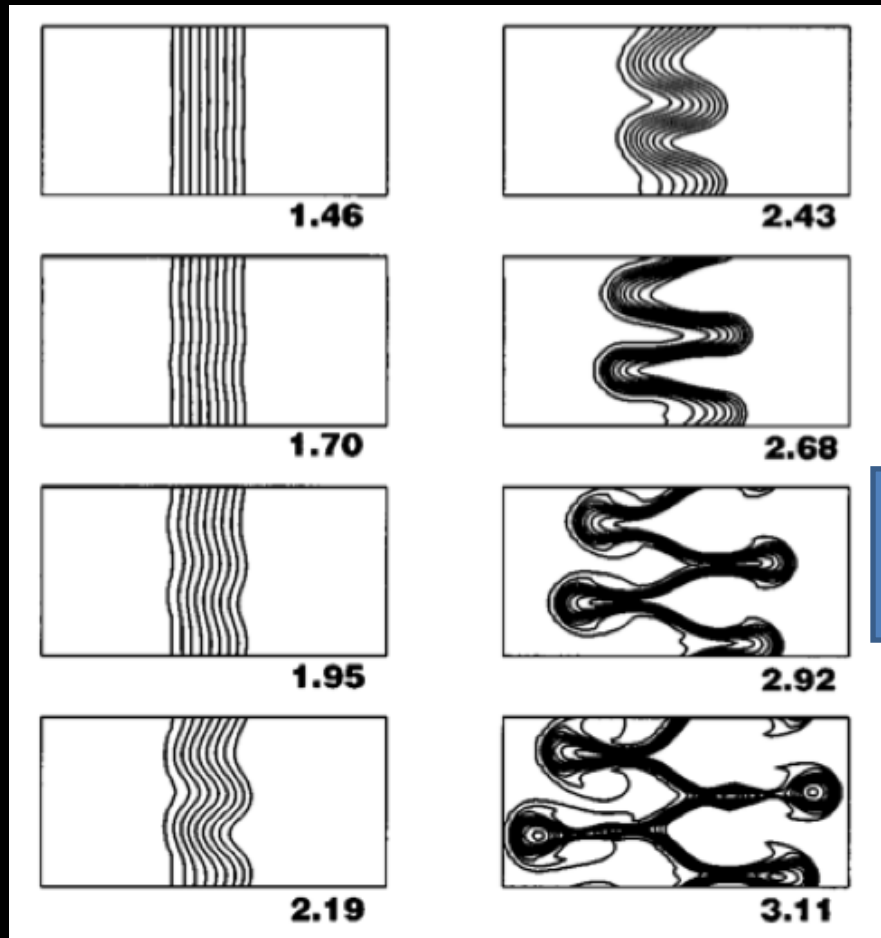
$$\left( \omega^2 - k^2 v_A^2 \right)^2 =$$

$$4\Omega^2 \omega^2 + \left( \omega^2 - k^2 v_A^2 \right) \frac{d\Omega^2}{d \log r}$$

[Balbus & Hawley  
Rev. of Mod. Phys, 1998]

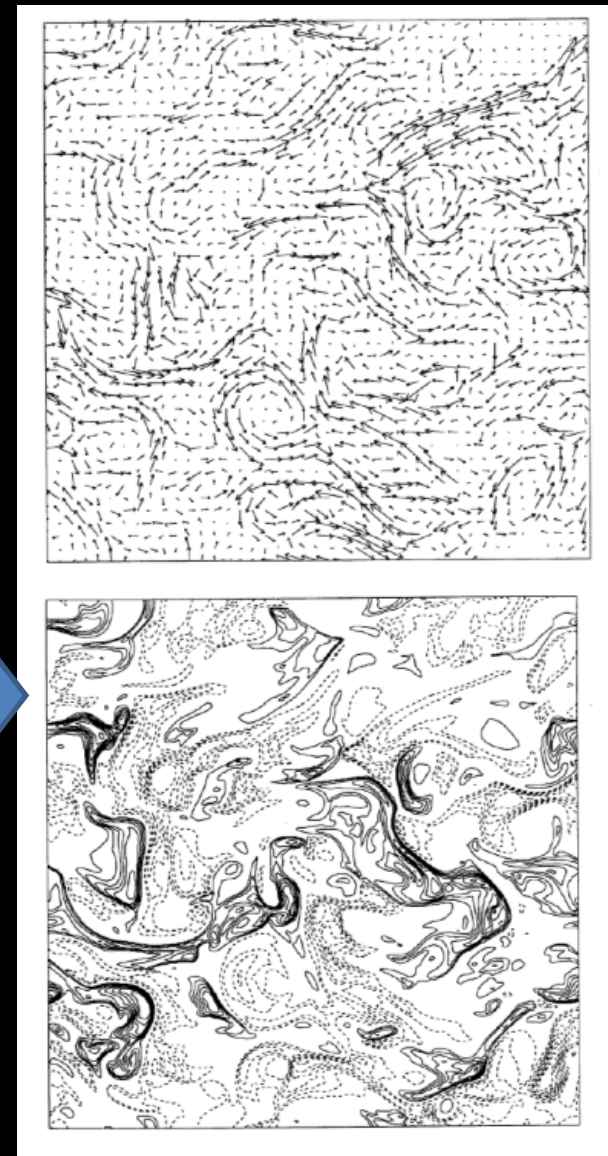
長波長・低周波 ( $\omega \sim \Omega$ ) の  
MHD波動が不安定

# MRI乱流



MRI非線型段階の磁場の様子

[Balbus and Hawley,  
Rev. Mod. Phys., 1998]

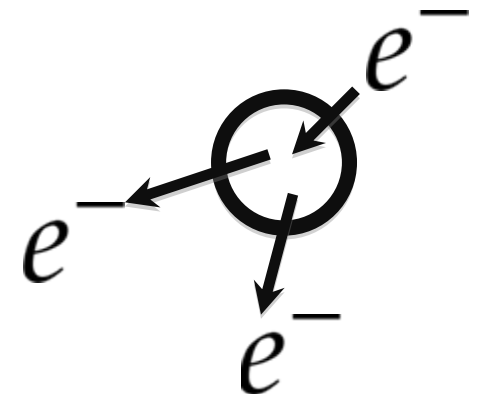
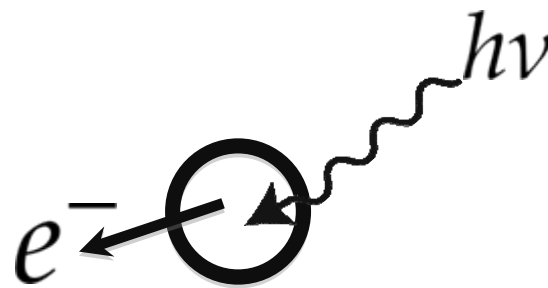


[Hawley and Balbus,  
ApJ., 1992]



# ダストプラズマ

- 宇宙空間→99% (質量比) の電子・イオンプラズマ。  
残りの1%はダスト



# ダストプラズマ

電荷 $\sim 10^{3-4} q_e$

質量 $\sim 10^{6-18} m_p$

$$\frac{|q_e|}{m_e} \sim 10^3 \frac{q_p}{m_p} > 10^6 \frac{|q_d|}{m_d}$$

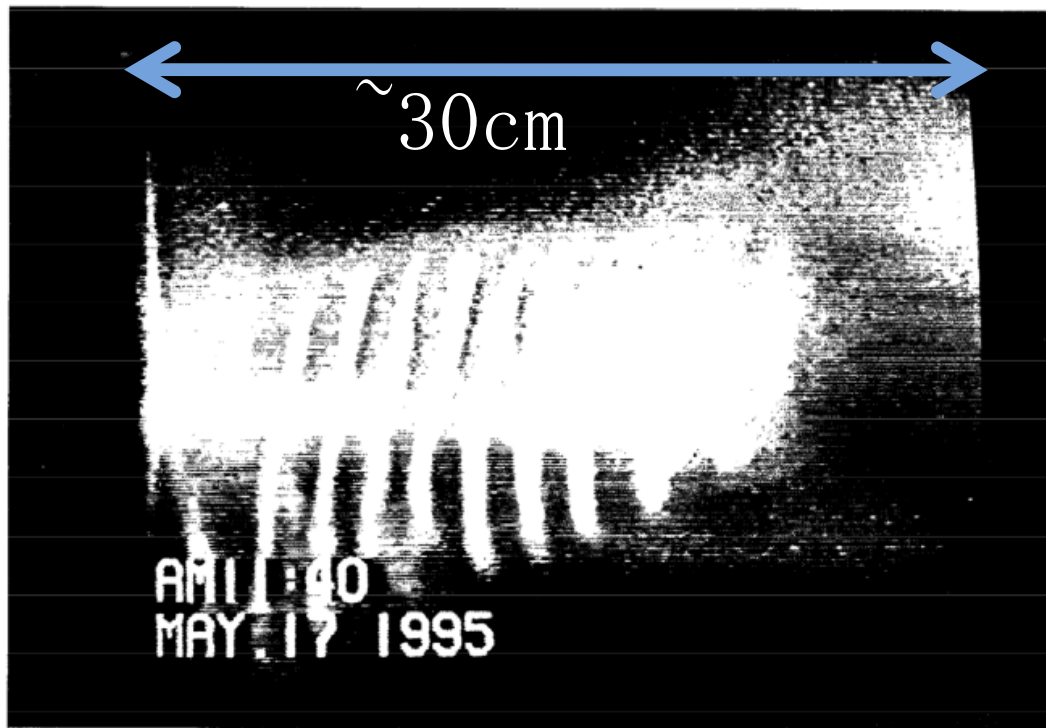
[Verheest, 2000 Barkan et. al. 1994] など

[Verheest, 2000]

# ダスト音波 (Dust Acoustic Wave)

分散関係

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{\omega_{pd}^2 \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} \quad \lambda_D^2 \equiv (\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2)^{-1}$$



• 実験室におけるDAW

0.6cm程度の波長の  
密度擾乱が伝播  
周波数は～15Hz

[Barkan et. al. 1995]

# ダストプラズマとMRI

- ダストプラズマがつくる新たなプラズマ波動 (e.g. Dust Acoustic Wave [DAW], Dust-Ion Acoustic Wave [DIAW] etc..) [e.g. Shukla Phys. Scr. 1992]

[Verheest et. al. Phys. Scr. 2001]



- MRIを駆動する磁気音波と相互作用??
- Cold Plasma近似の制約 [Nekrasov, PoP, 2007]

# ダストプラズマとMRI

有限温度のプラズマ波動を  
多流体方程式で解析



- ◆ 動径方向への波動の伝播をも考慮した解析を行なう
- ◆ MRIを駆動する磁気音波とDAWとの相互作用を調べる

# 磁気回転不安定 - 電荷変動のない場合 - ~ ダストプラズマの導入 ~

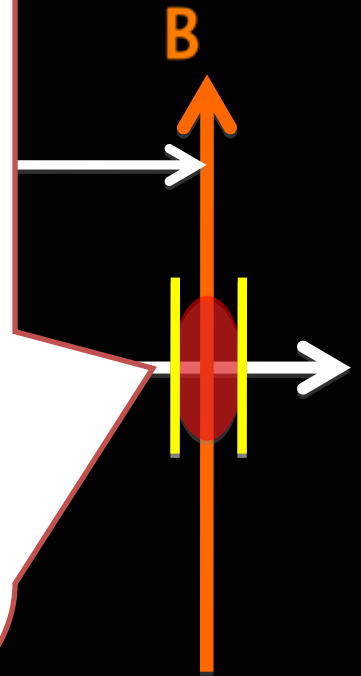
完全電離の3流体プラズマ  
(イオン・電子・帯電ダスト)

軸対称  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$

局所近似  $R \sqrt{k_r^2 + k_z^2} \gg 1$ ,  $\frac{\partial}{\partial r} \xi_0 = 0$

線型化・Fourier解析

$$\delta \xi = \delta \tilde{\xi} \exp [-i\omega t + ik_r r + ik_z z]$$



# 基礎方程式系

連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t} n_{\alpha} + \nabla \cdot (n_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}) = 0$$

運動方程式

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_{\alpha} = - \frac{\nabla p_{\alpha}}{m_{\alpha} n_{\alpha}} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{\alpha} \times \mathbf{B}) - \nabla \Phi$$

$$\alpha = e, p, d$$

重力ポテンシャル

# 基礎方程式系

Faradayの式

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E$$

Ampèreの式

$$\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + j = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B$$

電流の定義

$$j = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} v_{\alpha}$$



# 基礎方程式系

補助的に

単極磁荷なし

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

プラズマ準中性

$$\sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} \simeq 0$$

断熱近似

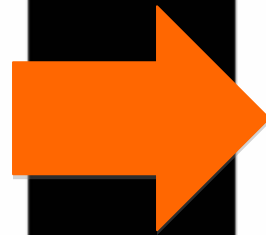
$$\frac{p_{\alpha}}{\rho_{\alpha}^{\gamma}} = \text{const.}$$

# 分散関係 - 磁場平行モードの場合 -

$$f_{\parallel}^{\text{DAW}}(\omega^2, k) f_{\parallel}^{\text{MRI}}(\omega^2, k) = O\left(\frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right)$$

- ◆ 平行伝播の極限では、MRIとダスト音波はほとんど相互作用しない
- ◆ 不安定開始の境界点は…

$$\frac{\Omega^2}{k^2 V_A^2} > \frac{1}{3}$$



$$\frac{\Omega^2}{k^2} \left( \sum_{\alpha} \frac{1}{V_{A\alpha}^2} \right) > \frac{1}{3}$$

# 分散関係 - 磁場平行モードの場合 -

$$f_{\parallel}^{\text{DAW}}(\omega^2, k) f_{\parallel}^{\text{MRI}}(\omega^2, k) = O\left(\frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right)$$

- ◆ 平行伝播の極限では、MRIとダスト音波はほとんど相互作用しない
- ◆ 不安定開始の境界点は…

より短い波長で不安定が開始

→ 不安定領域の拡大(1%程度)

# 分散関係 - 磁場準平行モードの場合 -

磁場に対する伝播角度  $\theta \ll 1$  の場合について  
 $\theta$  の1次までを残すと...

$$f_{\parallel}^{\text{DAW}}(\omega^2, k) f_{\parallel}^{\text{MRI}}(\omega^2, k) = \theta \omega^2 k r \Omega [f_{\text{R}} + i f_{\text{I}}]$$

- ◆ 不安定開始の境界の条件は不変  
( $\omega \rightarrow 0$  の臨界安定の時、分散式は平行モードと同じ)
- ◆ 成長率に変化(?)

# Coupling term

Real Part

$$\left[ \frac{\omega^2}{k^2 c^2} - 1 + \frac{\omega^2}{k^2} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{\Delta_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{\Omega_{E\alpha}}{C_{\alpha} \Delta_{\alpha}} \right] \left[ \frac{1}{c^2} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{C_{\alpha}} \right] \frac{r}{k} \Omega \omega^4 \theta + \mathcal{O}\left(\frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right)$$

Imaginary Part

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{1}{c^2} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{\Delta_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{\Omega_{E\alpha} k^2 c_{s\alpha}^2}{C_{\alpha} \Delta_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{C_{\alpha}} \right] \left( i \omega^4 \frac{r}{k^3} \Omega \theta \right) \\ & + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{\Omega_{E\alpha}}{C_{\alpha} \Delta_{\alpha}} \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{C_{\alpha}} \right] \left( i \omega^4 \frac{r}{k} \Omega \theta \right) \\ & - \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{\Omega_{E\alpha}}{\Delta_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{k^2 c_{s\alpha}^2}{C_{\alpha} \Delta_{\alpha}} \right] \frac{1}{c^2} \left( i \omega^4 \frac{r}{k^3} \Omega \theta \right) \\ & + \left[ \frac{1}{c^2} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{C_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{\Omega_{E\alpha}}{\Delta_{\alpha}} \right] \left[ \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{c^2} \frac{1}{\Delta_{\alpha}} \right] \left( i \frac{\omega^4}{k^3} r \Omega \theta \right) + \mathcal{O}\left(\frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right) \end{aligned}$$

# Coupling term あれこれ

- 剛体回転でも無視できない
- 主要項より大きくなりうる

$$\theta_{kr} \sim \frac{k_r}{k_z} kr \simeq k_r r \gg 1$$

- 高  $\beta$  極限では無視しうる
- 直交座標の極限では無視しうる
  - 差動回転をしても
  - プラズマが回転している事が本質的

# 回転系でのAlfvén波

– Friedrichs Diagram (Phase Velocity) –

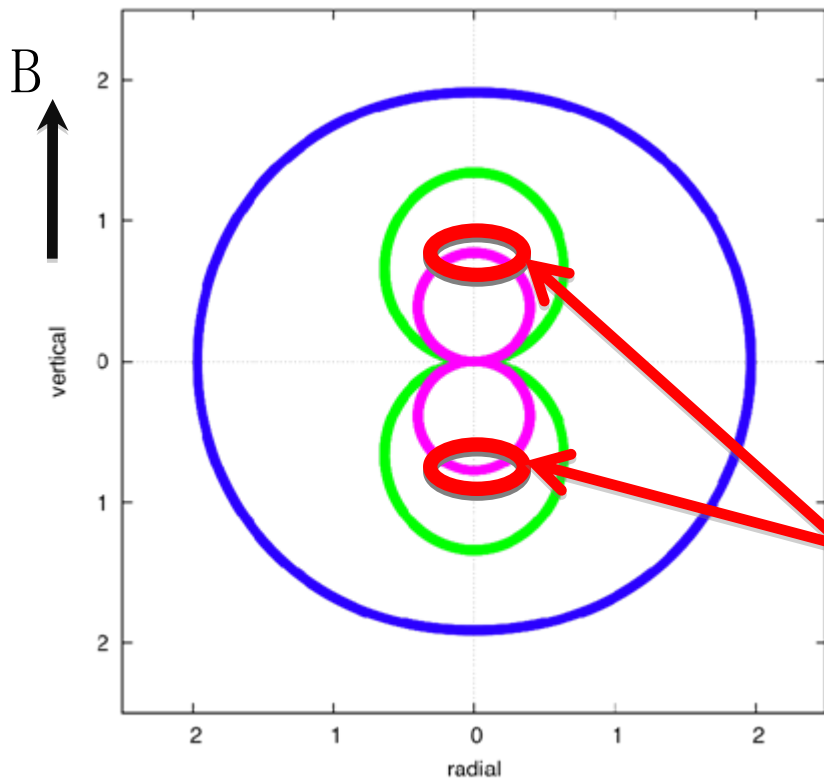
◆  $r$ - $z$ 面内でのMHD波動の伝播  $\beta = 1.5$

$$\begin{aligned} & \left[ \omega^2 - k^2 v_A^2 \cos^2 \theta \right] \left[ \omega^4 - \omega^2 k^2 (c_s^2 + v_A^2) + k^4 c_s^2 v_A^2 \cos^2 \theta \right] \\ & - \left[ \omega^2 - k^2 c_s^2 \cos^2 \theta \right] \left[ \omega^2 \kappa^2 - k^2 v_A^2 \frac{d\Omega^2}{d \log r} \cos^2 \theta \right] = 0. \end{aligned}$$

# 回転系でのAlfvén波

- Friedrichs Diagram (Phase Velocity) -

◆  $r$ - $z$ 面内でのMHD波動の伝播  $\beta = 1.5$



$$\left[ (c_s^2 + v_A^2) + k^4 c_s^2 v_A^2 \cos^2 \theta \right] \left[ \omega^2 \kappa^2 - k^2 v_A^2 \frac{d\Omega^2}{d \log r} \cos^2 \theta \right] = 0.$$

MHD近似の下では、MRIの準平行モードの成長率は平行モードの成長率と同じ

$$\frac{\Omega^2}{k^2 V_A^2} = \frac{16}{15}$$



# まとめ・今後の展望

- 帯電ダストを含む多流体プラズマの回転系における分散関係式を導出した
- 帯電ダストの存在はMRIの開始条件にはほとんど影響しない
  - 平行モードではMHDの結果と同じ
- MRIの準平行モードでは、ダスト音波は成長率に影響しうる
  - ただしMHD極限でinconsistent
  - 線型シミュレーションを用いた検証

ご清聴ありがとうございました