

星間空間における乱流理論 Alfven波の乱流について

大阪大学 宇宙進化グループ M1 木村成生

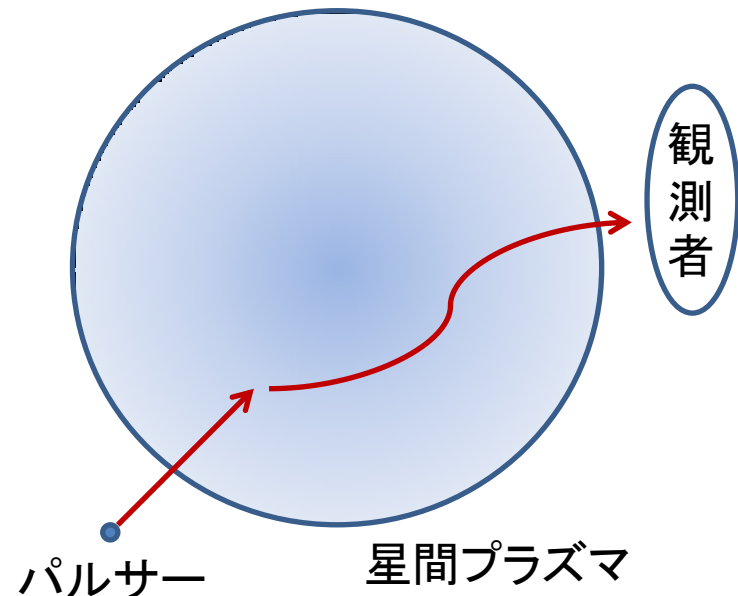
Sridhar,S., & Goldreich,P. 1994, ApJ, 432,621

Goldreich,P., & Sridhar,S. 1995, ApJ, 438,763

のレビューを行った。

1. 導入

- パルサーからのパルス波の強度に揺らぎが生じているのが発見された。これは、右図のようにパルサーからの光が観測者に届くまでに星間プラズマで散乱されているからだと考えられる。そのため、星間空間での乱流を考える。

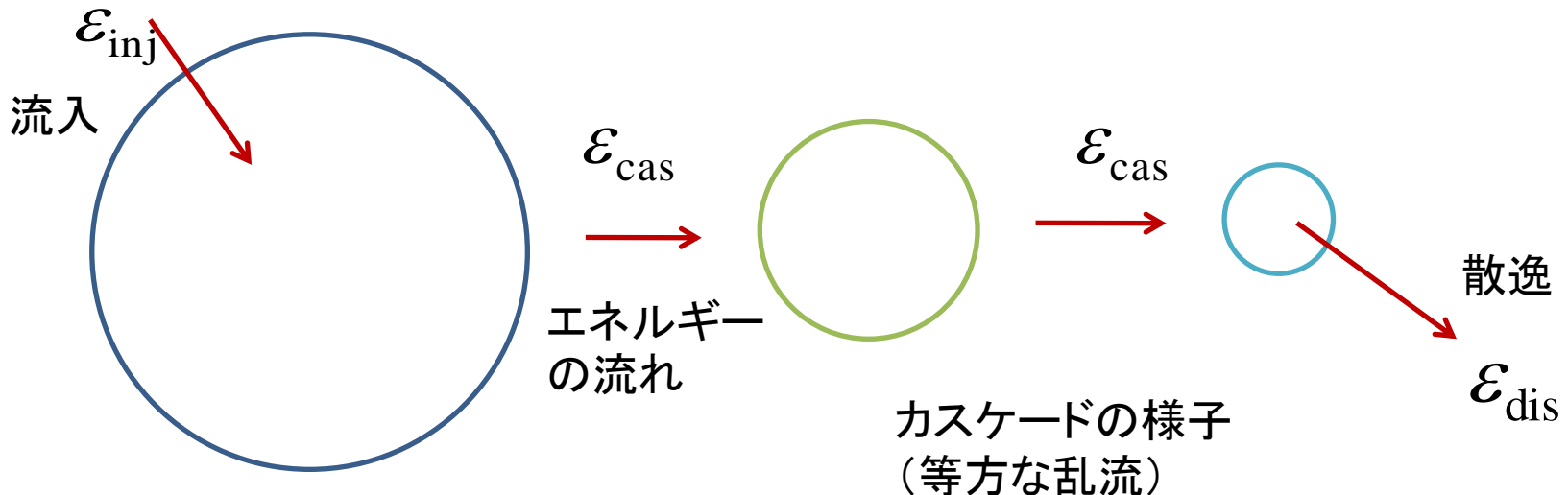


2. 乱流

・乱流の一般的特徴

乱流の厳密な定義は存在しない。一般的には時間的にも空間的にも不規則な流れのことであり、それは渦運動の重ね合わせで表現される。乱流状態にある流体は、外部から大きいスケールへエネルギーの流入があり、大きい渦が小さい渦へと分裂して、小さい渦で分子粘性によりエネルギーを散逸するという、エネルギーカスケードが起こる。下の図はそのイメージ図である。このとき、一つの渦に着目して渦の大きさが半分になるまでの時間をカスケードタイムという。また、流入エネルギーと散逸エネルギーとカスケードのエネルギーが等しい乱流のことを定常乱流という。その条件は式で次のように書ける。 $\epsilon_{inj} \sim \epsilon_{cas} \sim \epsilon_{dis}$

以下では定常乱流を考える。



- Kolmogorov則

中性流体の乱流を考えると、単位波数当たりのエネルギー（エネルギースペクトル）は波数 k とエネルギー流量 ε で決まる。ここで、波数とは乱流中の渦の大きさの逆数である。次元解析を行うと、エネルギースペクトルと波数の関係が求められる。1次元系の場合、 $E_k^{(1)} \propto k^{-5/3} \varepsilon^{1/3}$ となる。三次元系の場合は $E_k^{(3)} \propto k^{-11/3} \varepsilon^{1/3}$ となる。

- 観測との整合性

観測されるパルス強度の揺らぎのスペクトルは3次元系で

$E_k^{(3)} \propto k^{-11/3}$ であったので、乱流が生じることでパルス強度の揺らぎを説明できた。しかし、星間空間のほとんどは高温プラズマであり、さらに星間空間には背景磁場もあるため、背景磁場ありのプラズマの乱流を考える必要がある。以下では、プラズマ乱流でエネルギースペクトルがどのようになるか考える。

3. 非圧縮のMHDでの乱流

3. 1 弱い乱流

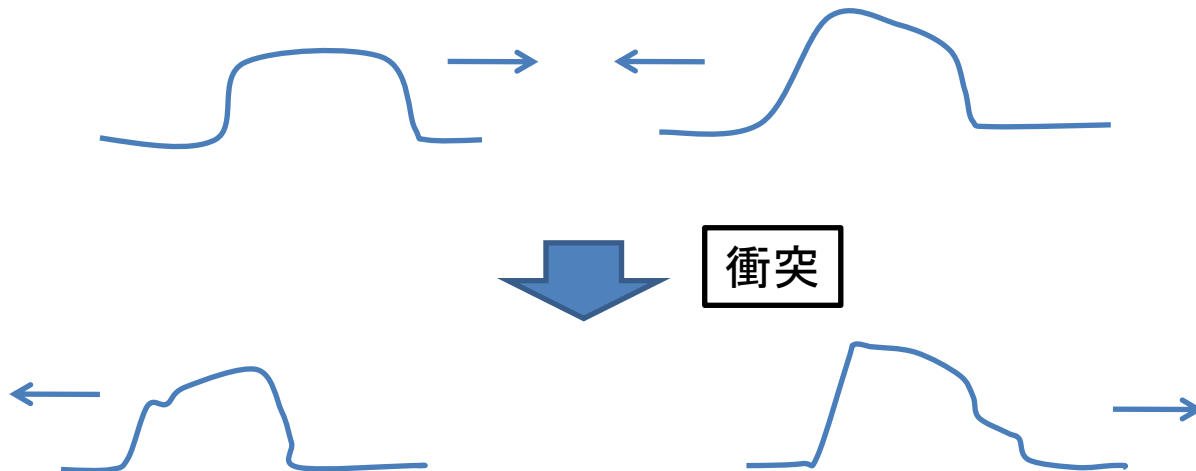
まず、線形なAlfven波のみで構成される弱い乱流を考える。Alfven波の特徴は横波であること、摂動が背景磁場に垂直であることなどである。また、分散関係は背景磁場をz方向にとると、

$$\omega = \left(\vec{k} \cdot \vec{B}_0 \right) \frac{v_A}{B_0} = k_z v_A \quad \left(\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z \right)$$

のようにかける。

・波と波の相互作用

カスケードは非線形現象(波と波の相互作用)であるので、線形解析ではカスケードを考えることができない。そのため、非線形の相互作用(3波共鳴、4波共鳴など)を考える。それらは、波束を疑似粒子とみなした衝突による相互作用だと思えることができる。下の図は波束の衝突により波束の形が変わることのイメージ図である。



・ 3波共鳴相互作用

まず、非線形相互作用の中でも最も簡単な3波共鳴相互作用を考える。これは2つの波が相互作用し、1つの波を作る相互作用である。以下の関係式を保ちながら波同士が相互作用する。

$$\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad , \quad \omega = \omega_1 + \omega_2$$

Alfven波のみの場合、振動数についての関係式に分散関係を代入し、波数の関係式のz成分との連立方程式を作って解くと、以下のような解があることがわかる。 $k_{1z} = k_z$, $k_{2z} = 0$

$$k_{2z} = k_z \quad , \quad k_{1z} = 0$$

このことから、3波共鳴相互作用は存在しないことがわかる。

4波共鳴相互作用

次に4波共鳴相互作用を考える。二つの波が相互作用して別の二つの波を作る相互作用である。これは以下の関係式を満たす。

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4$$

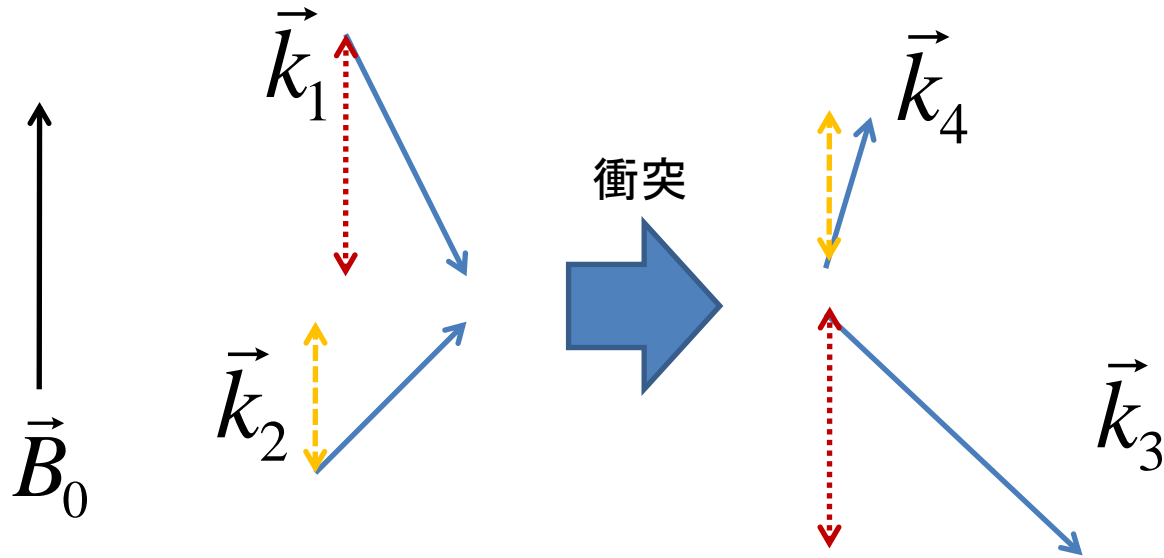
$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$$

Alfven波のみの場合、3波共鳴と同様にして解くと以下のような解が得られる。

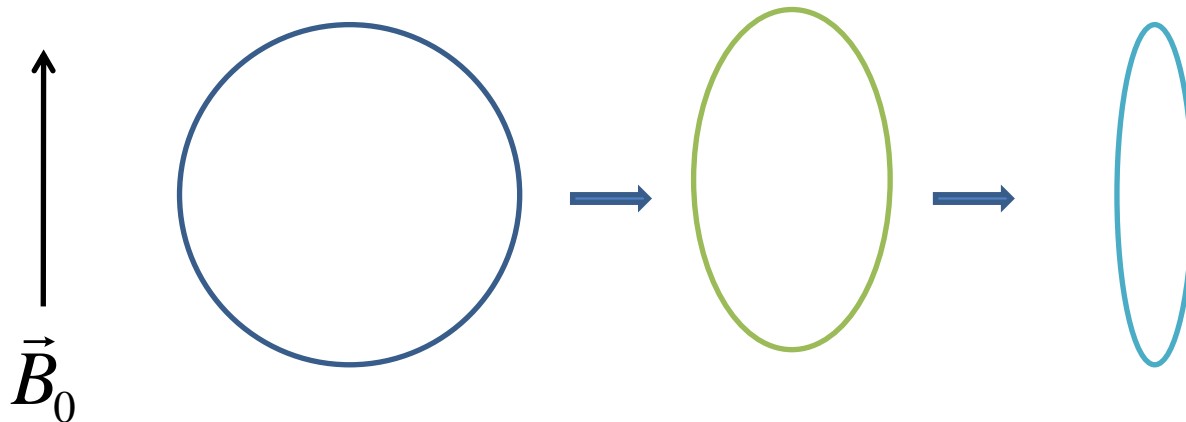
$$k_{1z} = k_{3z} \quad , \quad k_{2z} = k_{4z}$$

これにより、非等方かつ制限された方向へのカスケードが存在することがわかる。次のページに波数の関係とカスケードのイメージを図示する。

・衝突前後の波数の関係図とカスケードの様子



- 背景磁場方向は波数が保存する
- 背景磁場に垂直な方向のみカスケードが起こる



・エネルギーースペクトル v_l

このときのエネルギーースペクトルを計算する。スケールが変わるまでの衝突回数 N 、あるスケール l での摂動の大きさ、カスケードタイム t_c 、エネルギー流量 ε とするとそれらは次のようにあらわされる。

$$N \sim \left(\frac{k_z v_A}{k_\perp v_l} \right)^4, t_c \sim \frac{N}{k_z v_A}, \varepsilon \sim \frac{v_l^2}{t_c}$$

これらをエネルギーースペクトルの定義式

$$\sum v_l^2 \sim \int E_k^{(1)} dk_\perp \sim \int E_k^{(3)} d^3 k$$

に代入するとエネルギーースペクトルが計算できて以下のようになる。

$$E_k^{(1)} \sim \varepsilon^{1/3} v_A k_z k_\perp^{-7/3}, E_k^{(3)} \sim \varepsilon^{1/3} v_A k_\perp^{-10/3}$$

弱い乱流のエネルギースペクトルは観測されるものとずれがある。また、乱流ではカスケードがおこると k が増える。スケールの変わるまでの衝突数 N と k の関係を表すと $N \propto k^{-4/3}$ のようになるので、カスケードが進むと相互作用が強くなる。ある程度進むと相互作用が強くなりすぎるので乱流が弱いという仮定が破れる。そのため、強い乱流を考える必要がある

3. 2 強い乱流

1回の衝突で違うスケールの状態に変わるような強い相互作用をする系を考える。($N \sim 1$) そのとき、カスケードタイムは次のようにあらわされる。

$$t_c \sim (k_z v_A)^{-1}$$

これは、Alfven波の周期とカスケードタイムが等しいという条件である。つまり、一回振動する間にエネルギーを別のモードに与えるということである。

・カスケードの様子とエネルギースペクトル

流入スケールでは等方的であるとする、エネルギー流量は以下のように書ける。これを使うと波数の成分が以下のような関係にあることが分かる。

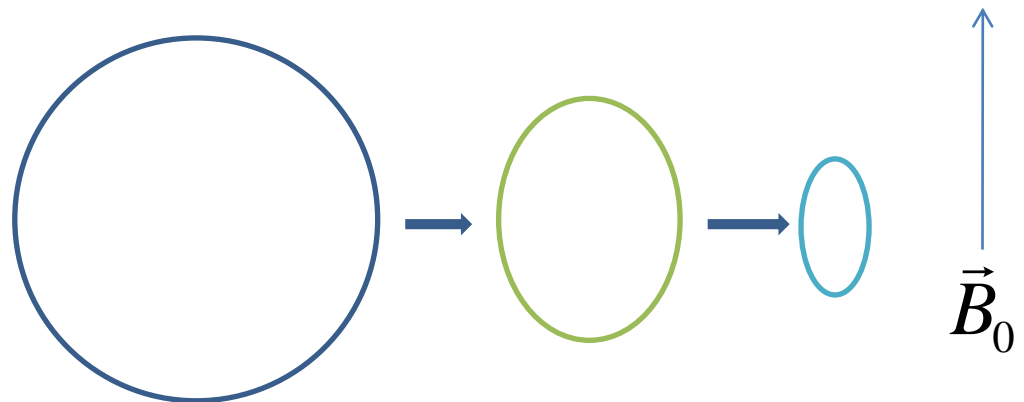
$$\varepsilon \sim \frac{v_L^3}{L} \sim \frac{v_A^3}{L} \sim \frac{v_l^2}{t_c} \quad k_z \sim k_\perp^{2/3} L^{-1/3}$$

これらを使ってエネルギースペクトルを計算すると次のようになり、1次元のときは中性流体のkolmogorov則に一致する。

$$E_k^{(1)} \sim L^{-2/3} v_A^2 k_\perp^{-5/3}$$

$$E_k^{(3)} \sim L^{-1/3} v_A^2 k_\perp^{-10/3}$$

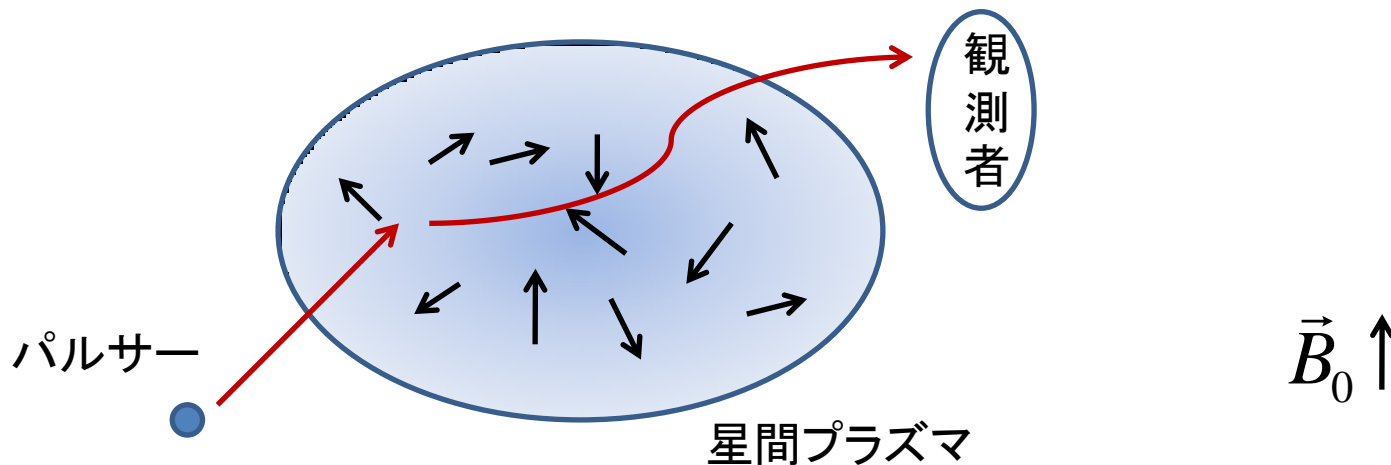
このときのカスケードの様子を右に示す。渦が磁場方向に長い楕円になる様子がわかる。



エネルギーカスケードの様子
(強い乱流)

・観測との整合性

強い乱流のエネルギースペクトルは3次元では観測されるスペクトルとずれている。しかし、背景磁場がランダムな方向を向いていると仮定すると、1次元系の重ね合わせで書くことができる。背景磁場がランダムであり、等方的に見えるるとすると、1次元系は中性流体のKolmogorov則と一致しているので、3次元系は観測のスペクトルと一致し、シンチレーションを説明できる。



4・まとめ

- 非圧縮の磁気流体乱流を考えると、弱い乱流では観測されたスペクトルからずれる。
- 弱い乱流はカスケードが進むと相互作用が強くなる。
- 強い乱流では観測的なシンチレーションのスペクトルを説明できる。