CMB温度非等方性による LTB宇宙論モデルへの制限

総合研究大学院大学 / KEK

さいとう　けいき
齋藤恵樹

共同研究者：小玉英雄（KEK）、石橋明浩（KEK）

H. Kodama, K. Saito and A. Ishibashi, Prog. Theor. Phys. **124**, 1 (2010), arXiv:1004.3089.

目次

- ボイド宇宙モデル（冨田モデル）
  - Lemaitre-Tolman-Bondi (LTB) 時空
  - 他の観測からの制限
- CMB温度非等方性の解析公式
- ボイド宇宙モデルに対する制限
- まとめ

Ia型超新星の距離と赤方偏移の関係

⇒ 通常の物質のみ考えたFLRW（一様等方）モデルで予想されるよりも、暗く（遠方に）見える。

特殊な物質を考える → FLRW ＋ ダークエネルギー

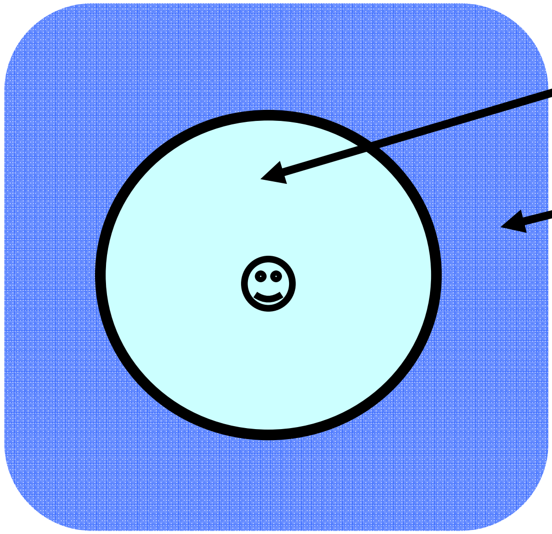
GRに変更を加える → 修正重力理論

一様性の仮定を外す → **ボイド宇宙モデル**

重力、物質は変えずに、等方だが非一様な時空を考える

ボイド宇宙モデル（冨田モデル）

K.Tomita (2000)



I: 低密度領域（局所ボイド）

II: 高密度領域

$$\rho_{\mathrm{I}} < \rho_{\mathrm{II}}$$
$$(\text{e.g.}\quad k_{\mathrm{I}} = -1,\ k_{\mathrm{II}} = 0)$$
$$H_{\mathrm{I}} > H_{\mathrm{II}}$$

⇨ Ia型超新星の観測結果を説明できる

このモデルの改良版として、数百Mpc～1.5Gpc のボイド半径を持つ、K.Tomita(2001)、H. Alnes, M. Amarzguioui and O. Grøn (2006)、M. Kasai (2007)、S. Alexander, T. Biswas, A. Notari and D. Vaid (2007)、J.P. Zibin, A. Moss and D. Scott (2008)、J. Garcia-Bellido and T. Haugbolle (2008) などのモデルがある。

LTB計量で記述することができる → **LTB宇宙論モデル**

（Lemaitre-Tolman-Bondi）

Lemaitre-Tolman-Bondi (LTB) 時空

(球対称非一様、物質優勢)

G. Lemaitre (1933), R.C. Tolman (1934), H. Bondi (1947)

・計量

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + \frac{\{R'(t,r)\}^2}{1-k(r)r^2}\mathrm{d}r^2 + R^2(t,r)\mathrm{d}\Omega^2$$

$$\begin{cases} \dot{} \equiv \partial_t \\ {}' \equiv \partial_r \end{cases}$$

・Einstein方程式

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{2GM(r)}{R^3} - \frac{kr^2}{R^2} \qquad 4\pi\rho(t,r) = \frac{M'}{R^2 R'}$$

この解は、**2つの任意関数**、$t_s(r),\ M(r)\ (\mathrm{or}\ k(r))$ で記述される

ビッグバン時刻

他の観測からの制限

- BAO → ボイドの半径 ＞ Gpc

  （バリオン音響振動）

  S. Alexander et al. (2007)

- kSZ効果 → ボイドの半径 ＜ 1.5Gpc

  （運動学的 Sunyaev-Zeldovich）

  J. Garcia-Bellido, T. Haugbolle (2008)

- CMB非等方性 → 中心から観測者までの距離 ＜ 15Mpc

  H. Alnes, M. Amarzguioui (2006)

SNIa以外の観測からも棄却されてはいないが、特定のモデルのみでの議論や、ナイーブな議論しかされていない。

研究目的

ボイド宇宙モデルが真の宇宙論モデルであるか検証

⇩

- **SNIaのm-z関係**以外の観測でテストする必要がある
- 様々なモデルに応用できる一般的な手法が必要

⇩

本研究では、ボイド宇宙モデルにおけるCMB非等方性双極子、四重極子についての解析公式を導出する

任意のモデルにも応用できるため汎用性が高い

→ ボイド宇宙モデルが棄却されれば、DEの必要性が増す

CMB温度非等方性

(1) 双極子成分

CMB光子の分布関数

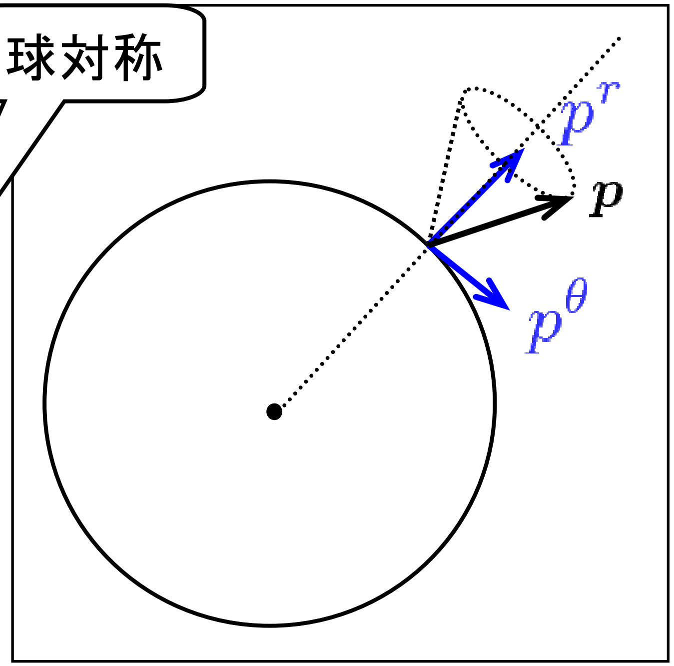
球対称

$$F(x,p,p^i) = F_0(t,r,\omega,\mu)$$

massless

$$\mu = \frac{R'}{\sqrt{1-kr^2}}\frac{p^r}{p}$$

$$\omega = p$$



r=0 のまわりでTaylor展開 $\rightarrow (\delta F)^{(1)} = \delta x^i (\partial_i F)_{t=t_0, r=0}$

宇宙初期にPlanck分布（局所熱平衡）を仮定 $\rightarrow (\delta F)^{(1)} = -\frac{\delta T}{T}\omega\partial_\omega F_0$

$$\boxed{\text{CMB双極子} \implies \left(\frac{\delta T}{T}\right)^{(1)} = -\frac{\delta x^i (\partial_i F)_{t=t_0,r=0}}{\omega \partial_\omega F_0}}$$

$$\partial_i F = (\partial_i r)\underline{\partial_r F_0} + (\partial_i \omega)\underline{\partial_\omega F_0} + (\partial_i \mu)\underline{\partial_\mu F_0}$$

$\partial_\alpha F_0 \ (\alpha = r, \omega, \mu)$ を求める必要がある。

Boltzmann方程式

$$\frac{d}{dt}F_0 = \partial_t F_0 + \dot{r}\partial_r F_0 + \dot{\omega}\partial_\omega F_0 + \dot{\mu}\partial_\mu F_0 = 0$$

Boltzmann方程式の両辺をαで微分し、$(\alpha = r, \omega, \mu)$

$$\partial_\alpha \left(\frac{d}{dt} F_0 \right) = \left(\partial_\alpha \frac{d}{dt} \right) F_0 + \frac{d}{dt}(\partial_\alpha F_0) = 0$$

動径方向の測地線を選ぶと、$(\mu = \pm 1)$

$$\frac{d}{dt}\left[\begin{pmatrix} \partial_\omega F_0 \\ \partial_r F_0 \\ \partial_\mu F_0 \end{pmatrix} \right] = - \begin{pmatrix} \partial_\omega \dot{\omega} & 0 & 0 \\ \partial_r \dot{\omega} & \partial_r \dot{r} & 0 \\ \partial_\mu \dot{\omega} & \partial_\mu \dot{r} & \partial_\mu \dot{\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_\omega F_0 \\ \partial_r F_0 \\ \partial_\mu F_0 \end{pmatrix}$$

求積法で解ける!!

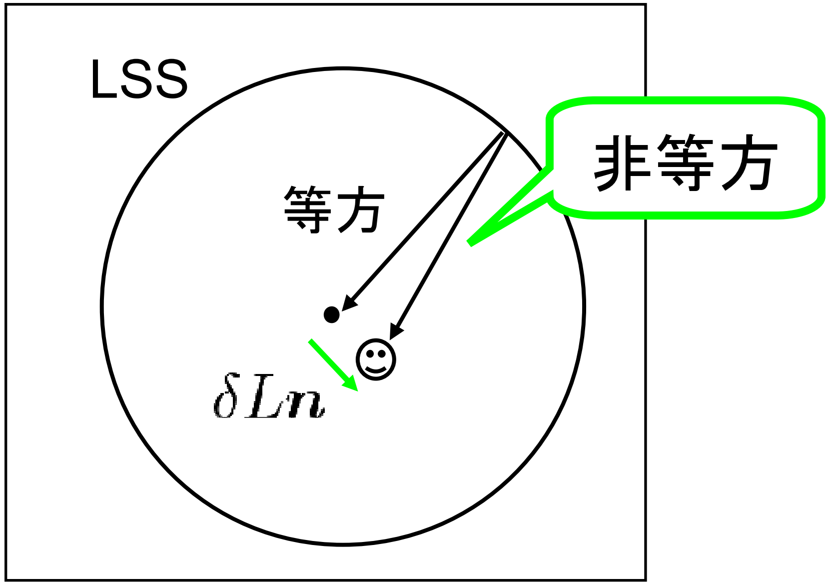
これらの微分方程式を解き、$t \to t_0, \ r \to 0$ の極限をとる。

計算結果

CMB温度非等方性双極子の解析公式

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)^{(1)} = \delta L \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\Omega}\left\{\frac{\xi_i}{a_0}e^{-\tilde{P}(t_0,t_i)}\left(\frac{\partial_r F_0}{\omega\partial_\omega F_0}\right)_i + \int_0^{r_i} dr H'_{//}\exp\left[\int_{t_0}^{t} dt_1 H_{//}(t_1)\right]\right\}$$

Initial condition



$$\Omega^i = \frac{x^i}{r} \qquad a_0 = (R')_0$$

$$\xi = \sqrt{1-kr^2} \qquad H_{//} \equiv \frac{\dot{R}'}{R'}$$

$$\tilde{P}(t_0,t) = \int_0^r dr_1\left(\frac{R''}{R'}\right)_{r_1}$$

$\Longrightarrow$ FLRW極限をとると、$\begin{cases}\partial_r F_0 = 0 \\ H'_{\|} = 0\end{cases}$ より $\dfrac{\delta T}{T} = 0$

<u>計算結果</u>
CMB温度非等方性四重極子の解析公式

$$
\left(\frac{\delta T}{T}\right)^{(2)} = -\frac{\delta x^i \delta x^j}{2\omega\partial_\omega F_0}\left[2(\delta_{ij}-\Omega_i\Omega_j)(f_2)_0 + \Omega_i\Omega_j(\partial_r^2 F_0)_0 + \left\{\frac{a''_\perp}{a_\perp}\delta_{ij} + a_\perp\left(S'' - a''_\perp\right)\frac{\Omega_i\Omega_j}{S^2}\right\}_0 (\omega\partial_\omega F_0)_i\right]
$$

$$
+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\delta T}{T}\right)^{(1)}\right\}^2 \frac{(\omega\partial_\omega)^2 F_0}{\omega\partial_\omega F_0}
$$

$$
(f_2)_0 = \frac{a_0^2}{2} c^{-\tilde{Q}(t_0,t_i)}\left(\frac{\partial_\mu F_0}{R^2}\right)_i - \frac{a_0^2}{a_{\perp}{}_i^2}\frac{e^{-\tilde{Q}(t_0,t_i)}}{2r_i}\left(-\partial_r F_0 + \frac{R'}{\xi}B\omega\partial_\omega F_0\right)_i
$$

$$
-\frac{a_0^2}{2}\int_{t_i}^{t_0}\frac{dt}{r}\left[-\left\{2\left(H_{/\!/} - H_\perp + \frac{\xi}{R'}\frac{a'_\perp}{a_\perp}\right) + \left(\frac{\xi}{R'}\right)'\right\}\partial_r F_0 + \left\{-H'_{/\!/} + 2H_{/\!/}\frac{R'}{\xi}B + a_\perp^2\frac{d}{dt}\left(\frac{R'B}{a_\perp^2\xi}\right)\right\}(\omega\partial_\omega F_0)_i\right]\frac{e^{-\tilde{Q}(t_0,t)}}{a_\perp^2}
$$

$$
(\partial_r^2 F_0)_0 = \xi_i^2 e^{-2\tilde{P}(t_0,t_i)}(\partial_r^2 F_0)_i + \int_{t_i}^{t_0} dt\,\xi^2 e^{-2\tilde{P}(t_0,t)}\left\{2H'_{/\!/}\omega\partial_\omega\partial_r F_0 + H''_{/\!/}(\omega\partial_\omega F_0)_i + \left(\frac{\xi}{R'}\right)''\partial_r F_0\right\}
$$

$$
\partial_r F_0 = \frac{\xi_i}{\xi}e^{-\tilde{P}(t,t_i)}(\partial_r F_0)_i + \frac{(\omega\partial_\omega F_0)_i}{\xi}\int_{t_i}^{t} dt_1\,\xi(t_1)e^{-\tilde{P}(t,t_1)}H_{/\!/}(t_1)
$$

$$
\omega\partial_\omega\partial_r F_0 = \frac{\xi_i}{\xi}e^{-\tilde{P}(t,t_i)}(\omega\partial_\omega\partial_r F_0)_i + \frac{\{(\omega\partial_\omega)^2 F_0\}_i}{\xi}\int_{t_i}^{t} dt_1\,\xi(t_1)e^{-\tilde{P}(t,t_1)}H_{/\!/}(t_1)
$$

$$
H_\perp \equiv \frac{\dot{R}}{R} \qquad B = -2(H_{/\!/} - H_\perp) \qquad a_\perp = \frac{R}{r}
$$

ボイド宇宙モデルへの制限

CMB温度非等方性の解析公式を、例としてAlnes-Amarzguioui-Grønモデル(2006)のプロファイルを用いて数値的に評価してみる

$a_{10} < 1.23 \times 10^{-3}$ とすると (G. Hinshaw et al (2007))

ボイド中心から観測者までの距離 $\delta L \lesssim 16\,\mathrm{Mpc}$

⟹ H. Alnes, M. Amarzguioui (2006)の数値計算の結果との整合性を確認できた。

他のモデルについては・・・

Garcia-Bellido, Haugbolleモデル(2008) ・・・ $\delta L \lesssim 12\,\mathrm{Mpc}$

Garfinkleモデル(2006) ・・・ $\delta L \lesssim 14\,\mathrm{Mpc}$

任意のモデルに応用し評価できる

まとめ

- 標準的な一様等方宇宙モデルでは、ダークエネルギーの存在が必要だが、様々な問題がある

- ダークエネルギーを必要としないモデルとして、ボイド宇宙モデルの可能性が考えられるが、一般的な検証方法が確立されていない

- ボイド宇宙モデルにおける、CMB温度非等方性双極子、四重極子の汎用性の高い解析公式を導出した

- 先行研究（数値的結果）との整合性を確認し、他のモデルについても制限を加えた