

銀河分布で探る宇宙のトポロジー

藤井宏和 (東京大学 M1)

現代の宇宙論はアインシュタインの一般相対論を基礎にしている。一般相対論によれば、宇宙は4次元の時空多様体として表され、宇宙そのものの幾何学というものを考えることが出来る。「宇宙は一様かつ等方である」という宇宙原理を要請すると、有名なFLRW計量が得られる:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (1)$$

ここで k は $k = -1, 0, 1$ と規格化された曲率であり、その値によって宇宙の幾何学は3種類に分けられる。

「宇宙の幾何学」と言ったとき、上記の話で全てが完結していると思われがちである。しかし、実際はそうではない。一般相対論は時空の局所的な性質を扱うのであり、大域的な性質、すなわちトポロジーには何も言及しないからである。より素朴に言うと、宇宙の形を完全に決めるためには、一般相対論と宇宙原理に基づいた曲率の測定だけでは不十分なのである。

このことを具体的に見るため、例として、3次元トーラス宇宙 T^3 を考えてみる。 T^3 は、3組の対面がそれぞれ(数学的に)貼り合わされた直方体として表される。あるいは、3次元ユークリッド空間 E^3 をその直方体(セル)を用いて埋め尽くした後、その1つ1つを数学的に同一視した空間、と考えるもよい。すなわち、 E^3 に対して

$$(x, y, z) \sim (x + L_x, y + L_y, z + L_z)$$

なる周期的境界条件を課した空間が T^3 である。したがって、局所的な性質に関して言えば、 E^3 と全く同じであるが、大域的な性質は明らかに異なる。このように、 E^3 と T^3 は明確な違いを持っているにも関わらず、曲率はいずれも $k = 0$ であり、単純な曲率の測定だけでは区別することが出来ない。

さて、宇宙の形を決めるためには曲率だけでは不十分で、トポロジーまで考える必要があることがわかった。しかしこれらはまったく独立に決められるわけではなく、たとえば3次元トーラス T^3 は必ず $k = 0$ を満たす。同様に、宇宙の曲率がわかれば、宇宙がどのようなトポロジーを持っているか、その候補が数学的に決まってしまう。以下では、理論的、および観測的モチベーションから、平坦 ($k = 0$) な宇宙を考えることにする。

平坦な宇宙の場合、トポロジーの候補は18種類しかないことがわかっている。ところで、我々は今まで無限の大きさを持つ物理量というものを見たこと

が無い。したがって、宇宙全体の大きさも有限であると考えるのが自然であろう。また、素粒子物理学における CPT 定理によって、空間は向き付け可能であるだろうと示唆されている。よって以下では、平坦であり、コンパクトであり、かつ向き付け可能であるようなトポロジーにのみ注目する。このような制限を設けると、トポロジーの候補は 6 種類になる。(3-torus, half-turn space, quarter-turn space, third-turn space, sixth-turn space, Hantzsche-Wendt space)

実際の宇宙がどのような形をしているか、それはもちろん観測的な手法によって決められるべきことであり、上記の 6 種類以外の可能性もある。代表的な手法として、CMB の温度揺らぎを用いる circles-in-the-sky method と、銀河分布を用いる cosmic crystallography method の 2 つがある。WMAP 以降、前者の方法を用いた研究が数多く行われたが、ノイズの見積もりなど見解の不一致が多く、結論は出ていない。そこで、我々は銀河分布を用いる後者の方法に注目した。これは、カタログ内に含まれるすべての天体について、すべてのペア ($\frac{N(N-1)}{2}$ 個) の距離をとってやり、もしも同じ距離を持つペアが確率的な期待値よりも多ければ、上記の周期境界条件によって 1 つの天体の像が複数見えている、と解釈できるというものである。なるべく大きな領域をカバーするため、クエーサー分布が望ましい。クエーサー分布といえど限界が $z \sim 7$ なので、CMB の $z = 1100$ に比べて意味が無さそうに思われるが、実際 $z \sim 5$ の大きさしか持たない宇宙であっても、WMAP のデータではシグナルがノイズに隠れているという主張もある (Aurich et al. 2008) ため、cosmic crystallography によって決着をつけられる可能性がある。

我々は今回、Osmer(2003) によって得られたクエーサーの comoving density を用いて、上記 6 種類のトポロジーを持つ宇宙における仮想的なクエーサー分布を作成した。第一歩として、観測的な不確定性には一切触れず、固有運動のみ考慮した。その結果、そのような理想的な状況においては、cosmic crystallography によってトポロジーに制限を与えられることがわかった。今後、より現実的な状況を考え、また method そのものを改良していくことが必要である。