

サイクリック宇宙モデルにおける宇宙の進化

大山祥彦

総合研究大学院大学

高エネルギー加速器科学研究科 素粒子原子核専攻
5 年一貫博士課程 1 年

1 Abstract

現在の標準的な宇宙論では、宇宙初期にインフレーションと呼ばれる宇宙の指数関数的膨張期を仮定し、それによりビッグバンモデルにおいて発生する、地平線問題や平坦性問題などを解決している。しかしこのインフレーションモデルは現在の観測結果をうまく説明する一方で、初期条件の微調整の問題を持ち、また初期特異点の問題も解決していない。

今回紹介するサイクリック宇宙モデルは、そのような問題点を解決するインフレーションモデルの代替理論として、Paul J. Steinhardt 及び Neil Turok によって提案された。

このモデルでは、我々の宇宙は高次元空間の中に存在する 3 次元方向に広がったブレーンであるとし、平行に並んだもう一つのブレーンと隣接していると考えられる (図 1)。これら 2 つのブレーン間の距離が近づいていくと最終的には衝突するが、この衝突がビッグバンであり、さらにこの衝突は何回も周期的に起きているというのがこのモデルの主張である。

本発表では始めにインフレーションモデルとその問題点の説明を行い、その後このサイクリックモデルを提案した論文 [1] の紹介を行う。



図 1: サイクリック宇宙モデルの概要

目次

1	Abstract	1
2	インフレーションモデルの概要	3
2.1	インフレーションを考える動機	3
2.1.1	地平線問題	3
2.1.2	平坦性問題	3
2.2	インフレーションの発生する仕組み	4
3	インフレーションモデルの問題点	5
3.1	初期条件の微調整	5
3.1.1	overshoot problem	5
3.1.2	patch problem	5
3.2	特異点問題	6
4	サイクリックモデル	6
4.1	サイクリックモデルの基本概念	6
4.2	サイクリックモデルのポテンシャル	7
4.3	特異点の回避	8
5	サイクリックモデルの問題点	8
6	Summary	9
7	References	9

2 インフレーションモデルの概要

2.1 インフレーションを考える動機

インフレーションモデルとはビッグバン特異点（宇宙誕生）の 10^{-34} 秒後程に宇宙が指数関数的な急膨張（インフレーション）を起こすというモデルのことである。始めは主に次に述べる問題を説明する目的でこのモデルは提案された。

1. 地平線問題

2. 平坦性問題

以下でそれぞれの問題をインフレーションがどのように説明するのかについて簡単に説明する。

2.1.1 地平線問題

宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background: CMB) の放射は宇宙のどの方向からくる放射であってもほとんど同じ温度の放射であり、約 10^{-5} 程度の差のゆらぎしか観測されないことがわかっている。このようにどの方向も同じであることを等方と呼ぶ。

これはこの CMB の放射が放たれた時刻（宇宙の温度が下がり、電子が原子核に束縛され電磁波が直進できるようになる時刻。この放射が放たれた面を最終散乱面と呼ぶ）において宇宙が等方であったことを表す。しかしその時点において相互作用できる領域（光が伝わることのできる距離 = 地平線と呼ぶ）は、現在の天球面上の領域において約 2° の範囲であり、これ以上離れた領域は最終散乱面において互いに因果関係が当時無いはずである。このように互いに相互作用できない領域がほぼ同じような状態にあるというのは不自然であり、これを地平線問題と呼ぶ

インフレーションはこれを次のように説明する。インフレーション（指数関数的な急膨張）が起こると宇宙は誕生後すぐに地平線の拡大より早い膨張を起こすことができる。そのようにして近くで初期条件の同じような領域を地平線の領域以上に拡大すれば、どの方向であっても同じような状態という等方性を実現することができる。またこのインフレーションにより同じような状態の領域が拡大されることで、宇宙はどこでも同じような状態（これを一様性と呼ぶ）になる。

2.1.2 平坦性問題

観測によれば宇宙の曲率はほぼ 0 であり、宇宙は平坦であることが分かっている。しかし曲率は時間がたつにつれて増大するため、逆にたどれば宇宙初期には非常に曲率の小さい平坦な初期条件が実現している必要がある。これは初期条件の微調整が必要ということであり、これを平坦性問題と呼ぶ。

そのような曲率の不自然な微調整をインフレーションは次のように説明する。もし曲率が 0 でない初期条件を持って宇宙が誕生したとすると、宇宙はその後インフレーションの急膨張を起こすが、この膨張により空間が引き延ばされ、曲がった曲率のある宇宙であっても曲率がほぼ 0 の平坦な宇宙が実現することになる。

以上のようにしてインフレーションは地平線問題、平坦性問題を解決することができる。

2.2 インフレーションの発生する仕組み

インフレーションは適切なポテンシャルを持つスカラー場 ϕ を仮定することで、説明することができる。初めに一様等方計量を仮定し、その元でアインシュタイン方程式から次の2つの方程式を得ることができる。

$$H^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad (1)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3} \left(\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right) \quad (2)$$

この方程式において a はスケールファクターと呼ばれ、宇宙の大きさを表すパラメータである。また H は $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ で定義される。なお単位系は $c = \hbar = 1, (8\pi G)^{-1/2} = 1$ ととっている。この時スカラー場 ϕ の従う方程式は以下ようになる。

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0 \quad (3)$$

この方程式においてポテンシャル $V(\phi)$ が図2の形であるとする。ポテンシャルの平坦な領域では次の条件が成り立つ

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^2 &\ll V(\phi) \\ |\ddot{\phi}| &\ll |3H\dot{\phi}|, |V_{,\phi}| \end{aligned}$$

この条件を Slow-roll 条件と呼び、この条件の成り立つインフレーションを Slow-roll インフレーションと呼ぶ。この条件のもとで (1)(2)(3) の方程式を解くと解は

$$a(t) \propto e^{Ht} \quad (4)$$

となり、指数関数的な膨張を起こす。これがインフレーションである。

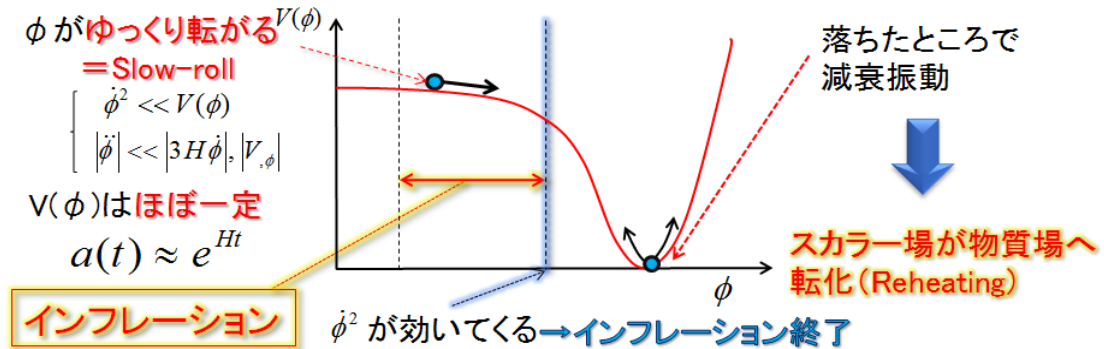


図 2: Slow-roll 条件を見たすポテンシャルの例

また $\dot{\phi}^2$ が $V(\phi)$ に比較して優位になってくると指数関数的な膨張は終わり、最終的にポテンシャルの底に落ち込む。この際スカラー場と物質場、輻射場との coupling がちょうど摩擦項のように働き、このポテンシャルの底で減衰振動を起こす。ここでスカラー場の運動エネルギーが物質場と輻射に転化する。これを宇宙の再加熱 (reheating) と呼ぶ。

3 インフレーションモデルの問題点

インフレーションは現在の観測を説明する非常によいモデルであるが、いくつかの問題点や解決できていない問題も存在する。具体的には以下のような問題がある。

3.1 初期条件の微調整

インフレーションは元々地平線問題、平坦性問題という不自然な初期条件の微調整を必要とする問題の解決方法として提案されたが、インフレーション自体にも別の初期条件の問題が発生してしまっている。

3.1.1 overshoot problem

もし $\dot{\phi}$ が初めから大きな値であると、ポテンシャルが平坦な領域をすぐに過ぎてしまい、十分なインフレーションを起こすことができない(図3)。このようにスカラー場の速度の初期条件の微調整問題を overshoot problem と呼ぶ。

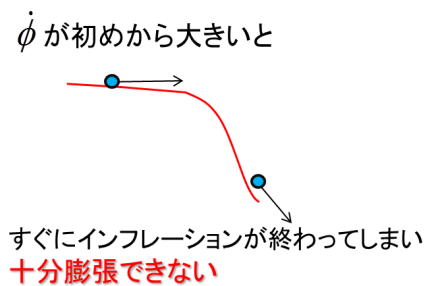


図 3: overshoot problem

3.1.2 patch problem

インフレーションは元々が一様等方でない初期条件でも、一様等方な宇宙を実現することができると説明したが、実際にはある程度一様性がある領域 (homogeneous patch) が始めに存在していないと、十分なインフレーションを起こすことができない(図4)。この問題を patch problem と呼ぶ。

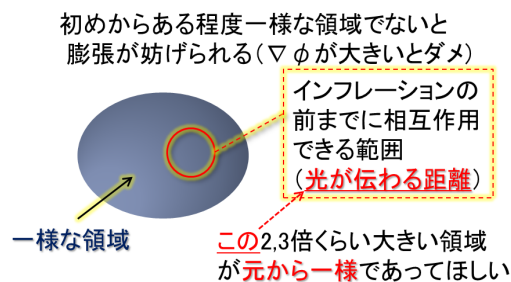


図 4: patch problem

3.2 特異点問題

宇宙膨張の逆をたどると宇宙はすべて一つの点に集まってしまう（この時 $a = 0$ なので体積素 $dV = (adx)^3 = 0$ となる）。この点は一般相対論における除去不能な特異点になっており、宇宙誕生の瞬間を物理的に説明できなくなってしまう。インフレーション期は指数関数的な膨張をするため過去にたどっても一点にはつづれていないが、これはインフレーション開始前の特異点を隠しているだけで、実際に特異点を除去できたわけではない。この宇宙誕生時に存在する特異点の問題を初期特異点問題と呼び、この特異点を初期特異点と言う。

今回紹介するサイクリックモデル (Steinhardt, Turok モデル) は以上に述べた初期条件の微調整の問題、及び初期特異点問題を解決するモデルとして提案された。以降の4章では、このサイクリックモデルの概要について説明していく。

4 サイクリックモデル

4.1 サイクリックモデルの基本概念

サイクリックモデルの基本的な考えは、我々の宇宙が高次元 (3次元より多い空間次元) の中にある3次元の膜 (ブレン) であるというものであり、このアイデアをブレンワールドと呼ぶ。

サイクリックモデルでは我々の宇宙に対し、4つ目の空間方向に平行に並んだもう一つのブレンが存在していると考え (図5)。この2つのブレンの間にもしバネのように働く相互作用があるとすると、このブレンはだんだん接近していき最終的には衝突する。その衝突の後2つのブレンは反発し再び元の距離まで離れる。ポテンシャルが適切であると、初めの位置 接近 衝突 反発 初めの位置 接近...という周期を安定して繰り返すことになり、初期条件が必要ないモデルが作れる。これがサイクリックモデルである。

またこの2つのブレンの衝突がサイクリックモデルではビッグバンであると考え。ブレンの運動エネルギーが衝突により物質場と輻射に転化されそれがビッグバンに相当している。

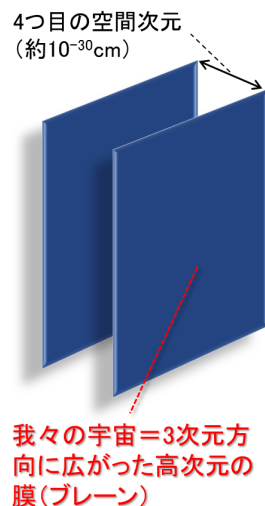


図 5: cyclic model

4.2 サイクリックモデルのポテンシャル

サイクリックモデルの大部分は 3 + 1 次元の有効理論で取り扱うことができ、この場合ブレーン間に働く相互作用はあたかもスカラー場のように見える。したがってインフレーションにおけるスカラー場とまったく同じように取り扱うことができ、インフレーションの時に用いた以下の方程式をそのまま用いることができる。(ただしこのスカラー場 ϕ はブレーン間の距離によって変化するパラメーターと解釈している)

$$H^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3} \left(\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0$$

ただしポテンシャルの形は異なっており一例として次のようなポテンシャルであれば周期的な振る舞いが発生する。

$$V(\phi) = V_0 (1 - e^{-c\phi}) e^{-1/g_s^2}$$

ここで V_0, C, g_s は定数である。

このポテンシャルの形は図 6 のようになる。スカラー場 ϕ の位置が宇宙の進化の 1 周期のどの部分に対応しているかは図 6,7 の通りである。

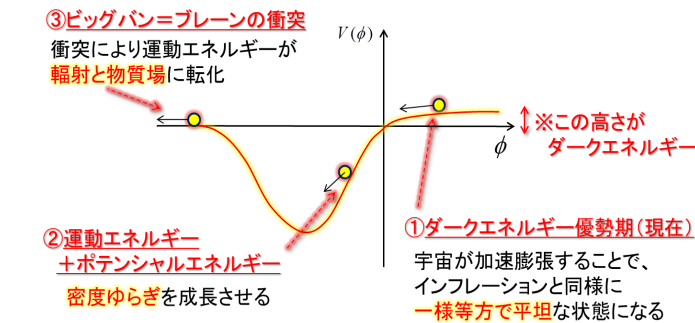


図 6: ポテンシャルと宇宙の時期 1

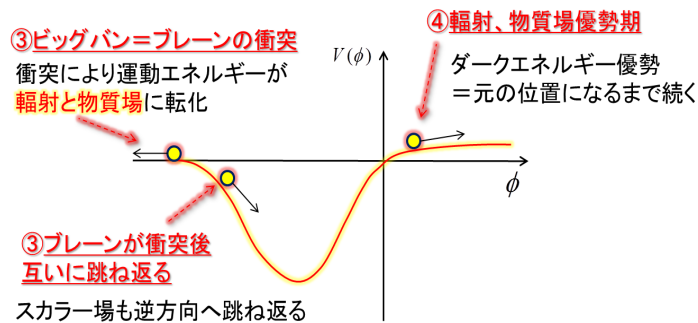


図 7: ポテンシャルと宇宙の時期 2

4.3 特異点の回避

3+1次元有効理論ではスケールファクター $a(t)$ がビッグバンの時のみ0となり特異点が発生してしまう。しかしこれは実際には特異点ではなく、4つ目の空間次元（余剰次元）を考えることにより解決することができる。

ブレーン同士が衝突する時余剰次元の距離は小さい。この場合 Kalza-Klein 理論の線素を用いることができ線素は以下の形をとる。

$$ds_5^2 = e^{-\sqrt{2/3}\phi} ds_4^2 + e^{2\sqrt{2/3}\phi} dy^2$$

ここで ds_4^2 は 3+1次元計量であり τ を共形時間 $ad\tau = dt$ として

$$ds_4^2 = a^2(-d\tau^2 + d\vec{x}^2)$$

である。また dy^2 は 4つ目の空間方向の線素を表す。

ビッグバンの直前では $V(\phi) \approx 0$ であり運動エネルギー優勢で、この条件で方程式を解くと $a \propto e^{\phi/\sqrt{6}}$ となる。この時 3次元空間の体積素は

$$\begin{aligned} dV &= d\vec{x}^3 \times \left(a \times e^{-\sqrt{2/3}\phi/2} \right)^3 \\ &\propto d\vec{x}^3 e^{\sqrt{3/2}\phi} e^{-\sqrt{3/2}\phi} = d\vec{x}^3 \end{aligned}$$

となり有限値である。つまりビッグバンの時でも体積素が0にならず有限にとどまり特異点とならない。このようにしてサイクリックモデルでは特異点を回避することができる。

5 サイクリックモデルの問題点

最後にサイクリックモデルに存在する問題点に関して述べておく。インフレーションの問題をサイクリックモデルはうまく解決できると説明してきたが、サイクリックモデル自身にも問題点が存在しており、主に以下に述べるようなものがある。

1. ブレーンの衝突（ビッグバン）から次のサイクルへの接続
2. ポテンシャルの微調整

一つ目はブレーン同士の衝突が、次のサイクルに本当にうまくつながるかどうか不明であるという問題である。というのもこのブレーンの衝突は本来素粒子の基礎理論から厳密に計算する必要があるが、それは依然完全にはできていない。ここでは単にエネルギー運動量の保存を仮定しているだけであるがこれでは本来不十分であり、そのためこのブレーン同士の衝突から次のサイクルにうまく移行できるかどうかは、詳細な計算を行わない限り不明である。

二つ目は仮定したポテンシャルの形は、この形のポテンシャルならうまくいくということで仮定されたものであり、何か基礎的な理論から導出されたポテンシャルではないということである。

以上の二つの問題はより基礎的な素粒子理論によって解決する必要があるが、計算が難しく依然解決できていない。

また現在は依然インフレーションモデルが標準的であり、サイクリックモデル自体がインフレーションと比較して不自然なモデルであると考えられる人もいる。

6 Summary

以下本発表の内容をまとめる。

1. インフレーションモデル

- ・ 観測と非常にあう予言をする
- ・ 依然解決できていない、初期値問題、特異点問題などが存在する

2. サイクリックモデル

- ・ ブレーンワールドに基づいて提唱されたインフレーションの代替理論である
- ・ 宇宙は3次元の膜（ブレーン）であり隣り合った別のブレーンが存在する
- ・ ブレーン同士の衝突がビッグバンである
- ・ ブレーンの衝突は周期的に起こる
- ・ 初期値問題、特異点問題が無い
- ・ 元になっている基礎理論が発達段階であり、不確かな部分が多い

7 References

- [1]P. J. Steinhardt and N. Turok, Phys. Rev. D65, 126003 (2002), hep-th/0111098.
- [2]P. J. Steinhardt and N. Turok, Science 296, 1436 (2002), hep-th/0111030.
- [3]D. Baumann, TASI 2009, arXiv:0907.5424v1[hep-th]