崩壊するダークマターがダークエネルギー生む

中島友樹
立教大学

本講演では、Sourish Dutta and Robert J. Scherrer *Decaying dark matter mimicking time-varying dark energy* arXiv:1004.3295v1 のレビューを行う。この論文では、ΛCDM を基に暗黒物質が崩壊することで時間変動する w を持つダークエネルギーの宇宙を議論する。

はじめに宇宙は約 5 パーセントのバリオン、25 パーセントの暗黒物質、残りがダークエネルギーでできている。暗黒物質が崩壊することで時間変動する密度と圧力の比 w 一様等方宇宙を仮定したフリードマン方程式から導ける。初めにエネルギー保存は

$$\frac{d\rho}{dt}+\frac{da}{a}\left(p+\rho\right)=0$$

となり、これから密度 ρ と圧力 p の関係 (状態方程式) は

$$\rho=wp$$

である。

ここでバリオンの密度 ρ_B、暗黒物質の密度 ρ_{DM}、放射の密度を ρ_R とする。ΛCDM モデルでは、ダークエネルギーの密度は宇宙定数で ρ_Λ である。ΛCDM モデルでは、密度と圧力の比 w は、バリオンと暗黒物質では、放射では、宇宙定数ではで一定でである。ここでバリオンは通常の物質を、放射は粒子の質量に対して速度の大きい粒子である。

このモデルでは、ΛCDM モデルに、暗黒物質が崩壊率 Γ で崩壊して放射になるとする。このとき、暗黒物質、バリオン、放射の時間変化は以下のようになる。

$$\dot{\rho}_{DM}=-3H\rho_{DM}-\Gamma\rho_{DM}$$

$$\dot{\rho}_B=-3H\rho_B$$

$$\dot{\rho}_R=-4H\rho_R+\Gamma\rho_{DM}$$

ここで H はフリードマン方程式でのハッブル定数で以下のようになる。

$$3H^2=8\pi G(\rho_{DM}+\rho_B+\rho_R+\rho_\Lambda)$$

ここで、物質優勢なのでダークマターの崩壊によらない通常の放射を無視する。ここで通常の放射とは光子の放射である。ここで観測から求めたダークマターの密度 $\tilde{\rho}_{DM}$、ダークエネルギーの密度を $tilde\rho_\phi$ とする。これを用いてハッブル定数 H を表す。

$$3H^2=8\pi G(\tilde{\rho}_{DM}+\rho_B+\tilde{\rho}_\phi)$$

これと
$$3H^2 = 8\pi G(\rho_{DM} + \rho_B + \rho_R + \rho_\Lambda)$$
よりダークエネルギーの密度は
$$\tilde{\rho}_\phi = \rho_\Gamma + \rho_R + \rho_{DM} - \tilde{\rho}_{DM}$$
である。

よって実効状態方程式は
$$tildew_\phi = \frac{\rho_R/3 - \rho_\Lambda}{\rho_\Lambda + \rho_R + \rho_{DM} - \rho_{DM}}$$
となる。

密度の時間変化の式から、ダークマターと放射の密度は以下のようになる。
$$\rho_{DM} = \rho_{DM0}\left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3}\exp[-\Gamma(t-t_0)]$$
$$\rho R = \rho_{DM0}\left(\frac{a}{a0}\right)^{-4}\int_0^t\left(\frac{a(t')}{a_0}\right)\exp(-\Gamma t')\Gamma dt'$$
一方、通常の ΛCDM モデルの崩壊しないダークマターは
$$\tilde{\rho}_{DM} = \tilde{\rho}_{DM0}\left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3}$$
となる。ここで添え字の 0 はダークマターやダークエネルギーの密度の現在の数値を表す。

ここで観測されるダークマターの密度 $\tilde{\rho}_{DM}$ の取りうる範囲を求める。宇宙の始まりを $t=0$、現在の宇宙を $t=t_0$ とする。もっとも大きいときは $t=t_0$ のとき $tilde\rho_{DM} = \rho_{DM}$ となるので
$$\tilde{\rho}_{DM} \leq \rho_{DM0}\exp(\Gamma t_0)$$
である。またもっとも小さくなるのは $t \to 0$ で $tilde\rho_{DM} = \rho_{DM}$ となるときである。これより
$$\rho_{DM0} \leq \tilde{\rho}_{DM0} \leq \rho_{DM0}\exp(\Gamma t_0)$$
となる。これらから
$$\rho_{DM0} \leq \tilde{\rho}_{DM0} \leq \rho_{DM0}\exp(\Gamma t_0)$$
となる。パラメータ Δ を用いると
$$\tilde{\rho}_{DM0} = \rho_{DM0}\exp(\Delta\Gamma t_0)$$
である。

Γ を用いて $\rho_R, \tilde{w}_\phi$ を求める。$\Gamma t_0 < 0.15$ と Γ が小さいことから、
$$\exp(-\Gamma t) \approx 1 - \Gamma t$$
平坦で放射のみの宇宙を仮定すると
$$a(t') = (frac23H_0t')^{2/3}$$

これらを用いて Γ の 2 次を無視すると

$$\rho_R = \frac{2}{3}\Gamma\rho_{DM0}\left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3}$$

$\rho_{DM}, \tilde{\rho}_{DM}$ を Γ の 1 次まで展開する。

$$\rho_{DM} = \rho_{DM0}(a/a_0)^{-3}(1+\Gamma t_0 - \Gamma t)$$

$$\tilde{\rho}_{DM} = \rho_{DM0}(a/a_0)^{-3}(1+\Gamma t_0)$$

となる。展開した $\rho_{DM}, \tilde{\rho}_{DM}, \rho_{dm}$ より $\tilde{w}_\phi$ は

$$\tilde{w}_\phi = \frac{-\rho_\Lambda + \frac{1}{3}\Gamma\rho_{DM0}(1+z)^3}{\rho_\Gamma + [(1-\Delta)\Gamma t_0 - \frac{2}{5}\Gamma t]\rho_{DM0}(1+z)^3}$$

となる。

宇宙の年齢 t と赤方変位 z の関係

宇宙の年齢 t を赤方変位 z の関数で表すと

$$t(z) = t_\Lambda \sinh^{-1}\left(frac[\Omega_\Lambda/(1-\Omega_\Lambda)]^{1/2}(1+z)^{2/3}\right)$$

となる。ここで

$$t_\Lambda = \sqrt{1/6\pi G\rho_\lambda}$$

である。

$\tilde{w}_\phi$ と z の関係

$\tilde{w}_\phi$ を赤方変位 z の関数で表す。

$$\tilde{w}_\phi = \frac{-\Omega_\Lambda + \frac{1}{3}\Gamma t_0 f(z)(1-\Omega_\Lambda)(1+z)^3}{\Omega_\Lambda + [(1-\Delta) - \frac{2}{3}f(z)]\Gamma t_0(1-\Omega_\Lambda)(1+z)^3}$$

ここで $f(z)$ は

$$f(z) \equiv \frac{t(z)}{t_0} = \frac{\sinh^{-1}(\Omega_\Lambda/(1-\Omega_\Lambda)]^{1/2}(1+z)^{-3/2})}{\tanh^{-1}(\sqrt{\Omega_\Lambda})}$$

である。$\tilde{w}_\phi$ の振る舞いは、3 つのパラメータ $\Omega_\Lambda, \Gamma, \Delta$ によって決まる。ここで横軸に赤方偏移 z、縦軸に $\tilde{w}_{/phi}$ をとり、パラメータによって変化する $\tilde{w}_\phi$ の振る舞いを図 1 に示す。

まとめ

このモデルが成り立つには以下の 2 つのことが必要である。

- 遠方 $z > 1$ での $\tilde{w}_\phi$ の振る舞いが精度よく求まること
- ダークマターそのものの性質がわかること

参考文献

Sourish Dutta and Robert J. Scherrer *Decaying dark matter mimicking time-varying dark energy* arXIv:1004.3295v1

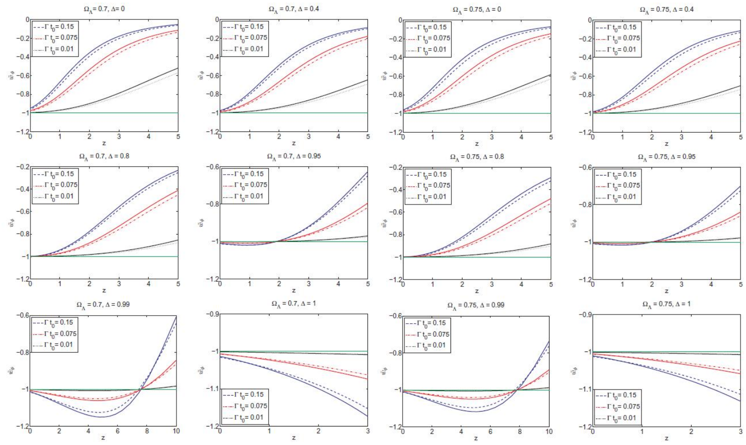

図 1　パラメータを変化させたときの赤方偏移 z での $\tilde{w}_\phi$ の振る舞い Sourish Dutta and Robert J. Scherrer arXIv:1004.3295v1 より