2010年天文天体物理若手夏の学校集録

弱く磁化した降着円盤における磁気回転不安定性 （コン45a）

大阪大学　宇宙進化グループ　M1
佐野　保道

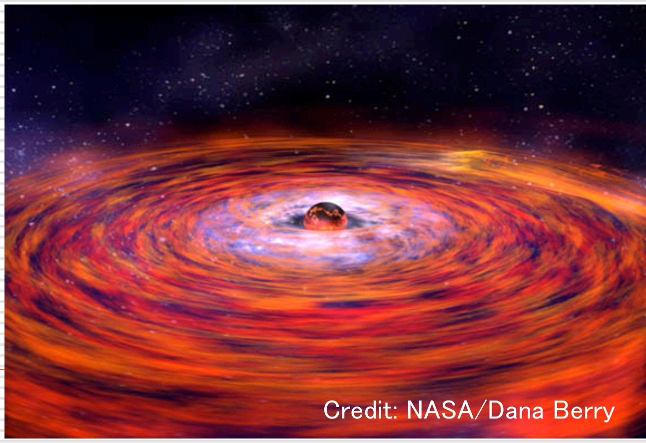
Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991, ApJ, 376, 214 (I) のレビュー

1

降着円盤とは宇宙に一般的に存在すると考えられている円盤状の天体である。しかしその円盤で起こっていると考えられている現象のいくつかはその機構がはっきりしていない。今回はその一つの答えを示唆した1991年のBalbus と Hawleyによる論文のレビューを行った。

降着円盤(Accretion disk)

- 中心天体を公転・落下するガスからなる円盤
- 高エネルギー放射の源
  - ガスが落下する際に解放される重力エネルギー
- 降着が起こるには粘性による角運動量輸送が必要



2

はじめに

降着円盤とは、図のように中心天体を公転・落下(降着)するガスからなる円盤である。図では中心天体として中性子星をイメージしたものとして描かれている。中性子星のように、中心天体が非常に高密度の天体(コンパクト天体)である場合、降着円盤は高エネルギー放射を行うと考えられている。コンパクト天体からの黒体輻射では説明のつかないようなエネルギーが、コンパクト天体から観測されることがあるためそのように考えられている。降着円盤からの放射のエネルギー源は、ガスが中心へと落下する際に解放される重力エネルギーである。

ただし、例えば太陽の周りを公転する地球のように、同じところをぐるぐると回っていたのでは前述したような仕組みでエネルギーが解放されない。降着が起こるためにはガスに摩擦があって、そのために角運動量の輸送が起こらなければならない。

粘性による角運動量輸送

- 粘性により　角運動量が内側から外側へ輸送
  → ガスが中心天体へ降着
- 粘性の起源
  - 分子粘性（ミクロ）……小さ過ぎる
  - $\boxed{\text{乱流粘性}}$（マクロ）……有効かもしれない
- しかし 観測を説明できるほどの乱流の機構は謎だった
  - 軸対称摂動に対する不安定条件：$\dfrac{d\left(R^2\Omega\right)}{dR} < 0$

  例：ケプラー回転は不満足… $\Omega \propto R^{-3/2}$

3

粘性による角運動量輸送

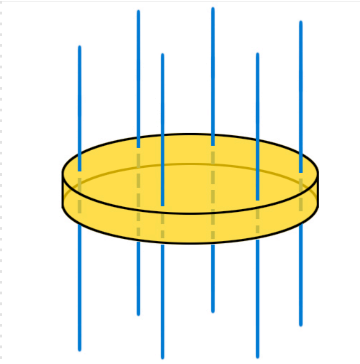
ガスに粘性があると考えれば、摩擦が起こって角運動量が輸送されることが出来る。角運動量が円盤の内側から外側へと輸送されれば、ガスは徐々に角運動量を失って中心天体へと降着していく。

ガスはミクロに見ればランダム運動する分子からなっているので、その分子同士の衝突などによって運動量が輸送される分子粘性がある。しかし、実際に降着円盤の状況設定でこの粘性を計算すると、前述のような高エネルギー放射を説明するには小さすぎるということが分かっている。そこで、ガスに乱流が起こっているときに生ずる乱流粘性ならば説明がつくのではないかと長年考えられてきた。乱流粘性では、その乱流の渦のような構造のスケールが、運動量輸送の効率を決めるからである。(分子粘性では分子の平均自由行程が決める。)

とは言えその乱流の機構自体も、実際にさまざまなものが考えられたが条件が満たされなかったり有効な大きさが得られなかったりと、謎のままであった。例えば、軸対称なガスの円盤が回転している状況で軸対称摂動に対して不安定性が起こる(乱流になる)ための条件は円盤の角運動量が内側より外側へ向けて減少しているというもので、簡単な説明のためにケプラー回転で評価するとそれでは条件を満たしていない。

磁気回転不安定性(Balbus & Hawley 1991)

- 軸対称円盤
- 差動回転: 角速度 $\Omega=\Omega(R)$
- 円盤に「刺さった」磁場 (磁力線の凍りつき)
  - 十分弱く 回転を邪魔しない
  - バロトロピック $P = P(\rho)$
- 軸対称摂動に対する不安定性



4

降着円盤での不安定性としての、磁気回転不安定性の発見

ガスの円盤で不安定性が生じる機構が長らく謎であったときに、Balbus と Hawley が1991年に磁気回転不安定性(MRI, Magneto-rotational Instability)を再発見してこれが有効であることを示唆した。再発見というのは、この不安定性自体はそれよりも昔に発見されていたがこの降着円盤の問題に関連付けては発表されていなかったという意味である。

まず状況設定として以下のようなものを考える。軸対称な円盤が回転しており、その角速度が半径によって連続的に異なっている(差動回転)。そして、同じく軸対称の、円盤を貫く磁場の存在を仮定する。また、今まで単にガスと呼んできたが今考えているような天体ではガスと言ってもプラズマであると考える(理想磁気流体として扱う)。磁気流体は伝導性のある流体で、これを貫く磁場があるとき磁力線があたかも流体に「突き刺さった」ようにくっついたままになるという有名な性質がある(磁力線の凍りつき)。磁場が強すぎると円盤の回転が妨げられるので、そうならない程度の弱い磁場と仮定する。ここでの「磁場が強い」というのは磁場によって流体に働く力が強いという意味である。

このような状況で、軸対称摂動に対する不安定性が生ずることを示す。

線形解析 （理想磁気流体力学）

$$\frac{d}{dt}\ln\rho + \nabla\cdot\mathbf{v} = 0$$ 連続の式

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} + \frac{1}{\rho}\nabla\left(P + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi}\right) - \frac{1}{4\pi\rho}(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B} + \nabla\Phi = 0$$ 運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B} - \nabla\times(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) = 0$$ 誘導方程式

- 軸対称摂動 （波数k、振動数ω）
  - 非圧縮かつ運動方程式以外で$\delta P = 0$とする（ Boussinesq近似）
  - 大きな波数の摂動量を考える $\frac{\partial}{\partial R}B_\phi << k_R B_\phi$ etc.

5

線形解析

　不安定性が生ずるかどうかを調べるために線形解析を行う。理想磁気流体力学の基礎方程式は連続の式、運動方程式（オイラーの式）、誘導方程式およびエネルギー式（上には載せていない）からなっており、これらに局所的な軸対称摂動を与える。

分散関係

$$\frac{k^2}{k_z^{\,2}}\tilde{\omega}^4 - \left[\kappa^2 + k_R^{\,2}\left(\frac{N_R}{k_R} - \frac{N_z}{k_z}\right)^2\right]\tilde{\omega}^2 - 4\Omega^2\left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}_A\right)^2 = 0$$

$$\tilde{\omega}^2 = \omega^2 - \left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}_A\right)^2$$

$\mathbf{v}_A = \dfrac{\mathbf{B}}{\sqrt{4\pi\rho}}$ Alfven 速度

$\kappa^2 = \dfrac{2\Omega}{R}\dfrac{d\left(R^2\Omega\right)}{dR}$ エピサイクリック振動数

$N_R^{\,2} = -\dfrac{1}{\gamma\rho}\dfrac{\partial P}{\partial R}\dfrac{\partial \ln P\rho^{-\gamma}}{\partial \mathrm{R}}$ ブラントーヴァイサラ振動数

6

分散関係

得られる分散関係は上の通りである。分散関係はある特定の波数をもった波の振動数がいくらかを表すもので、解けば波数の関数として振動数が表せる。得られた分散関係は、振動数の平方についての二次方程式になっているので、解として二種類の関数の振動数が存在する。そのそれぞれをモードという。

分散関係にあらわれたAlfven速度というのは磁気流体で起こる横波の進む速度であり、ほかの定数は円盤が差動回転していることによる周期運動および浮力の効果による周期運動の振動数で、ここでは共に実数定数であるとしている。

分散関係 と 不安定モード存在の条件

- 分散関係

$$\frac{k^2}{k_z^2}\tilde{\omega}^4-\left[\kappa^2+k_R^2\left(\frac{N_R}{k_R}-\frac{N_z}{k_z}\right)^2\right]\tilde{\omega}^2-4\Omega^2(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}_A)^2=0$$

$$\tilde{\omega}^2=\omega^2-(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}_A)^2$$

- 不安定モードが存在する条件:

$$\boxed{\frac{d\Omega^2}{dR}<0}$$

7

不安定モードが存在する条件

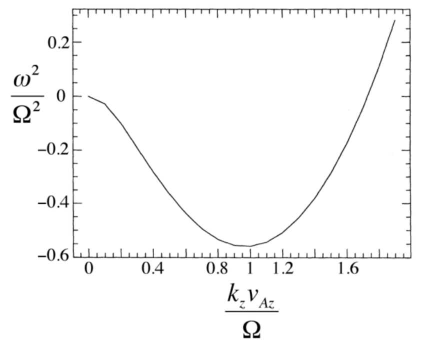
分散関係を解くことにより、二種類のモードのうち片方が不安定になる可能性があることが分かる。そのモードが不安定になる条件を求めた。それは非常に簡単な条件であり、差動回転の角速度が内側から外側へ向けて減少していることだけである。簡単な説明のためにケプラー回転で評価するとこの条件はもちろん満たされているので、今考えている状況で差動回転として具体的にケプラー回転を与えたとすると円盤に不安定性が発生すると言える。ケプラー回転でなくても、通常考えられる円盤は内側より外側の方が角速度が小さいので、この条件はほぼ全ての円盤が満たすと言っていい。このことが、この発見で最も重要で驚くべきことのひとつだと思われる。

結果

- 不安定モードが存在する条件
  - 角速度Ω が外側へ減少している差動回転
  - それだけ

$$\frac{d\Omega^2}{dR} < 0$$

- 不安定モードの特徴
  - 最大成長率： ω～0.75Ω
  - 最大成長率は磁場の強さに依存しない

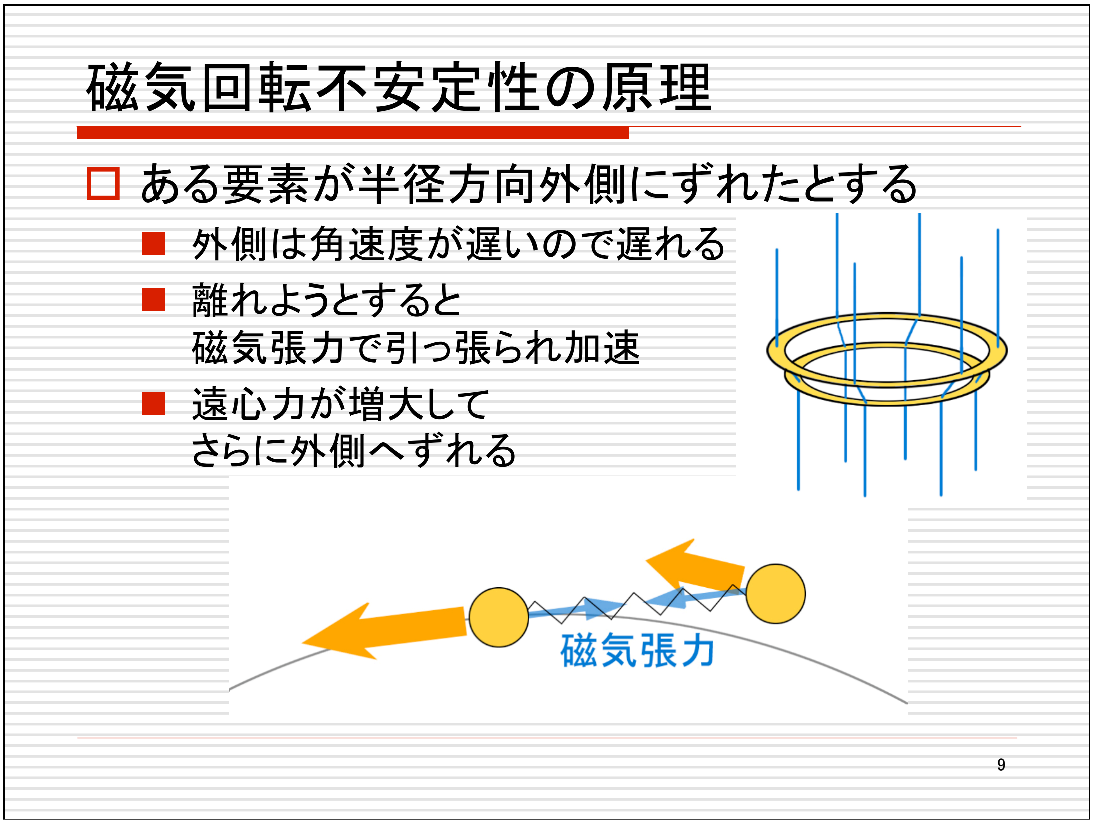


8

結果

差動回転している軸対称なガス（理想磁気流体）の円盤が同じく軸対称な磁場中にあるという状況で、軸対称摂動に対して不安定性が発生するための条件は、差動回転の角速度が内側から外側へ減少していることだけであった。これは一般的な円盤で満たされる。

またその不安定なモードについて、振動数の二乗が最小になるような波数において不安定性が最も速く大きくなる（グラフの底の部分）。その振動数の大きさを最大成長率という。その波数は Alfven速度、つまり磁場の強さによって異なるが、振動数は角速度にしかよらず磁場の強さには依存しない。そして最大成長率は角速度の3/4倍なので円盤の回転と同程度である。この大きさの最大成長率が磁場の強さによらず一般的な円盤で実現するということが、この発見で最も重要で驚くべきことの二つ目である。



磁気回転不安定性の原理

ではその不安定性が実際にどのような原理で発生するのか簡単に説明をする。不安定性とは少しのずれがますます大きくなる性質と言える。まず円盤には垂直な磁力線が貫いている状況を考える。そこに、軸対称摂動として、流体の一部分が半径方向外側に少しずれたとする。すると、磁力線の凍りつきにより図のように磁力線が変形して半径方向成分が発生する。さて外側は内側より角速度が遅いので、ずれた部分は元の半径の回転について行けない。つまり磁力線でつながった、ずれていない部分と離れようとする。そのときその二つの部分はあたかもバネでつながれているかのように磁気張力という力で引き合うため、外側へずれて遅れようとしていた部分は引っ張られて加速することになる。加速すると遠心力が増大することになるので、半径方向の釣り合いがやぶれ、はさらに外側へとずれて行ってしまう。これが磁気回転不安定性の原理である。

磁場が強いとずれた部分ははじめから磁気張力によって元の半径と同じ角速度で回転するのでここで述べたような不安定性が発生しない。

まとめ

- 弱い磁場のある差動回転円盤の
  軸対称摂動に対する不安定条件： $\boxed{\dfrac{d\Omega^2}{dR} < 0}$
- 最大成長率は磁場の強さに依存しないので
  広く適用できそうである
- 降着円盤における磁気回転不安定性は
  有効な乱流粘性をもたらす可能性がある

10

まとめ

弱い磁場中の差動回転する軸対称な円盤について、軸対称摂動に対する不安定性が発生する条件は、差動回転の角速度が内側から外側へ減少しているということだけである。これはほとんどの円盤が満たす。

また最大成長率は磁場の強さに依存せず角速度の3/4倍である。

したがって上記のような円盤には磁気回転不安定性があるが、これが実際に有効な乱流粘性をもたらすかどうかは、時間発展を数値計算で調べる必要がある。

Hawley と Balbus による直後の論文で数値計算の結果が示され、有効であることが示唆されている。（Hawley, J. F., & Balbus, S. A. 1991, ApJ, 376, 223 (II)）