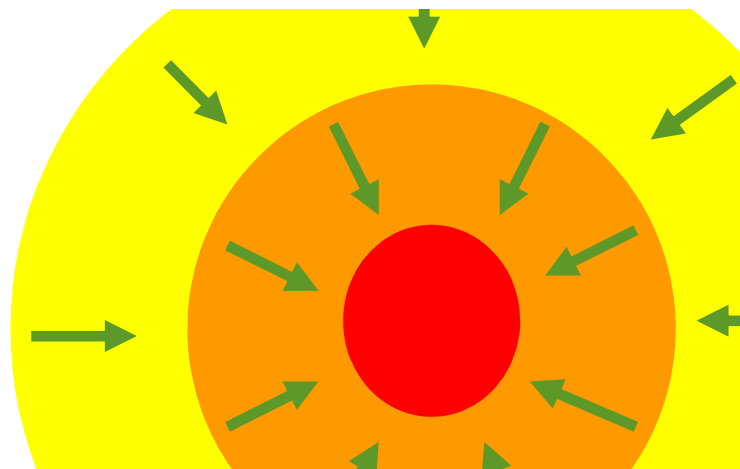


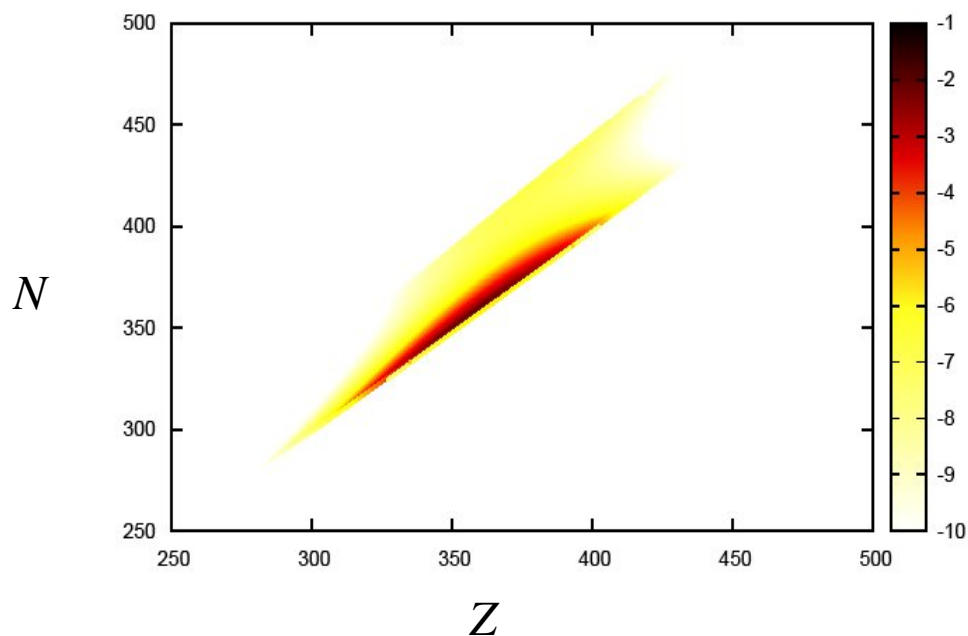
早稲田大学 山田研究室 M2

古澤 峻

山田 章一(早稲田大学)、住吉 光介(沼津高専)



## 大質量星の重力崩壊コアにおける 原子核存在比を含む状態方程式



- Outline
- 1、導入
  - 2、手法
  - 3、結果
  - 4、まとめと課題

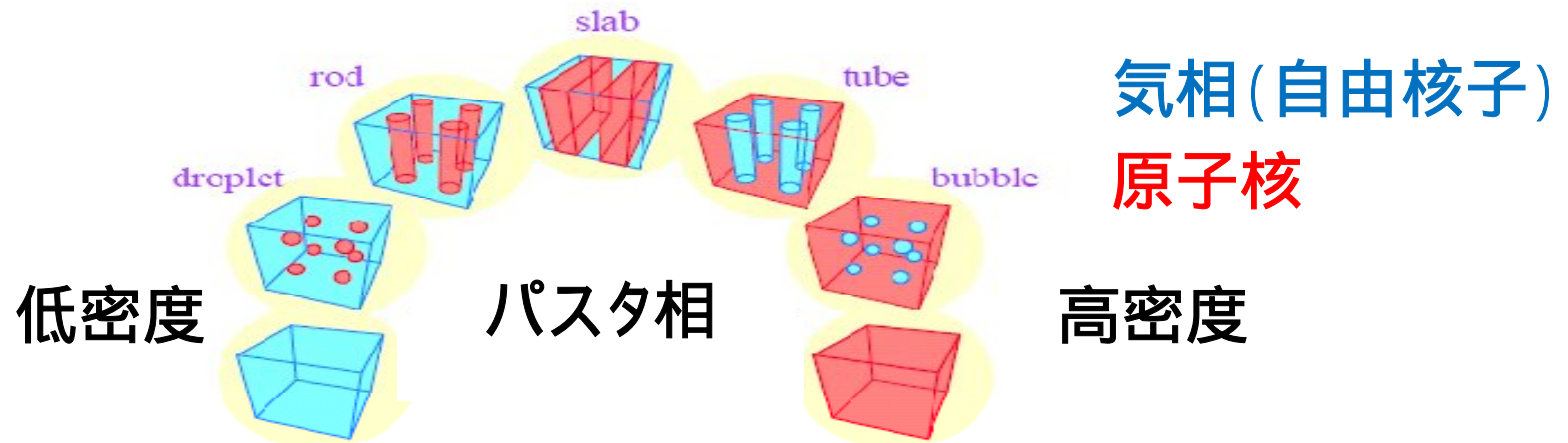
# 1、導入

## 背景

- ・太陽の8倍より重い星は進化の果てに**重力崩壊**を起こすその後、超新星爆発を起こしたり、ブラックホールになる。
- ・状態方程式は、**爆発のメカニズム**、**核物質の性質**の解明、**流体シミュレーション**による観測予測、において非常に大事

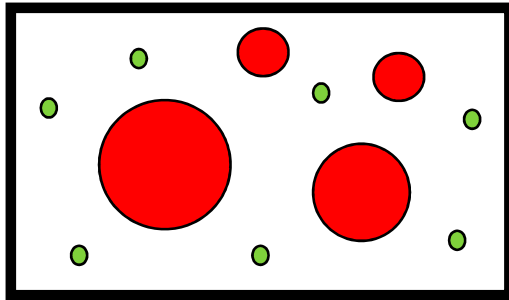
## 重力崩壊の中心コアの様子

- ・**密度が大幅に変化**
- ・高温のためNSE状態になり**色々な原子核**がいる
- ・核密度付近では**パスタ相(バブル相)**を通り一様核物質

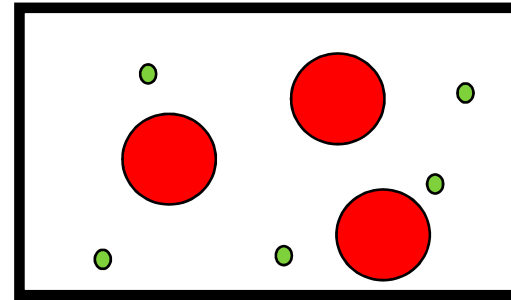


## 動機 (原子核存在比がなぜ重要か)

従来の状態方程式 (Shen, Latimer) には重原子核は1個



実際: たくさんいる



先行研究: 1種類

超新星で重要な以下の反応を正確には扱えない

1、ニュートリノ-原子核の干渉散乱 ( $\propto$ 質量数  $A$  の2乗)

先行研究では平均の  $\bar{A}$  しか分からないが  $\bar{A}^2 \neq \overline{A^2}$

なので  $\overline{A^2}$  が必要

→ Neutrino Sphere に影響

2、原子核の電子捕獲の反応率

殻構造 (魔法数など) にもよるため平均的には扱えない

→ レプトン比の進化に影響 → バウンス時のコア半径 に影響

## 2、手法

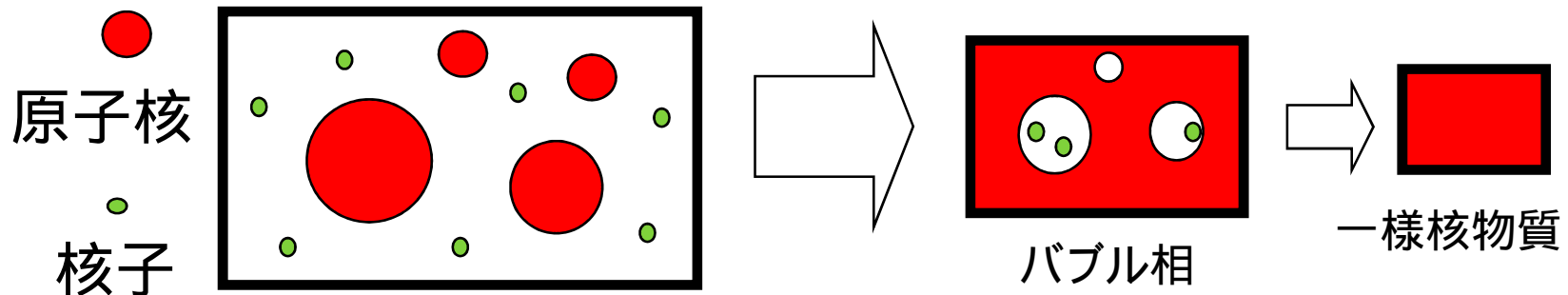
変数: 密度、温度、レプトン比 (= 陽子比)

### 原子核存在比の決め方

**NSE** (核統計平衡 = 全ての核反応が平衡) を仮定し、  
**Free Energy が最小状態** となる原子核の存在比の組み合わせ

### 自由エネルギー (Model) の構築の要点

低密度 Mass Data **質量実験値** (Fe56など**安定核**を再現)  
高密度 RMF **相対論的平均場近似** (**核力**の効果を再現)  
原子核のクーロン力、表面張力の変化、  
原子核の構造の変化 (球、(パスタ)、バブル、一様)



## 状態の決め方、存在比の求め方

$i$ は原子核の種類に対する添え字、 $p, n$ は自由陽子、中性子

電荷保存

$$n_p + \sum_i Z_i n_i = n_e = Y_e n_B$$

質量保存

$$n_p + n_n + \sum_i A_i n_i = n_B = \rho / m_B$$

を条件として自由エネルギー密度 $f$ の最小値を求める。

$$\frac{\partial f}{\partial n_i}$$

未定乗数法

自由エネルギー密度

$$f_{p,n} + \sum_i n_i \{ F_{kine}^i + E_i^{bulk} + E_i^{symm} + E_i^{surf} + E_i^{coul} \}$$

自由核子      並進運動      核力      対称      表面      クーロン

原子化核の質量

## 自由核子

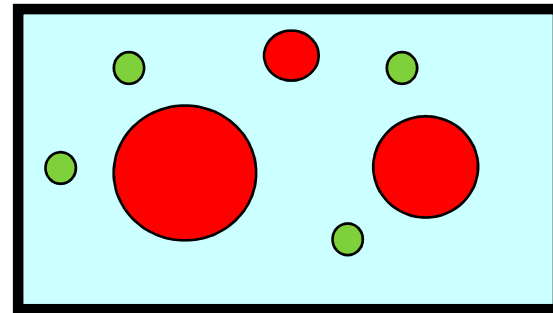
- ・核子は原子核による排除体積効果
- ・RMFで計算(低密度側は理想気体に一致)

$$\eta = \frac{V'}{V} = 1 - \sum \frac{A_i n_i}{n_s} \quad V' = V - \sum N_i V_n^i$$

$V$  : 全体積

$V'$  : 核子  $\bullet$  の動き回れる体積

$\sum N_i V_n^i$  : 原子核の体積(排除体積)



$$f_{p,n} = \eta f_{p,n}^{RMF} \left( n'_p + n'_n, T, \frac{n_p}{n_p + n_n} \right)$$

## 原子核の並進運動項

- ・ボルツマン気体を仮定

$$E_i^{kine} = kT \log \left( \frac{n_i}{g_i n_Q} \right) - kT$$

- ・スピン自由度を温度Tの関数で与える。(Fai&Rundurp(1982))

$$g_{AZ}(T) = g_{AZ}^0 + \frac{c_1}{A^{5/3}} \int_0^\infty dE^* e^{-E^*/T} \exp \left( \sqrt{2a(A)E^*} \right)$$

原子核同士の排除体積による、運動の制限。(ref. Lattimer 1991)

$$E_{kine}^i = kT \left\{ \log \left( \frac{n_i}{g_i(T) n_i^Q} \right) - 1 \right\} \left( 1 - \frac{n_b}{n_s} \right)$$

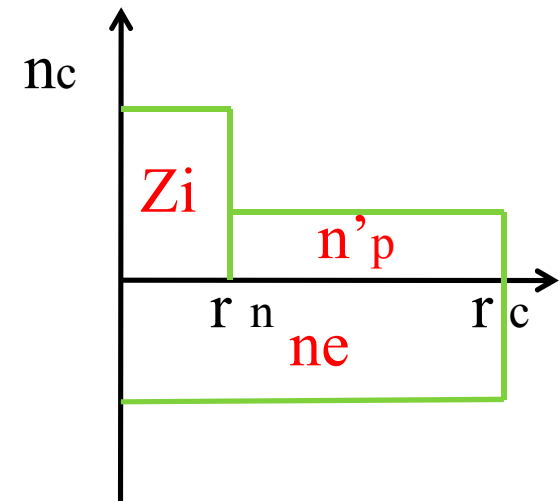
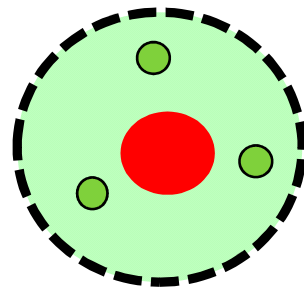
# 原子核内のクーロンエネルギー

Wigner-Seitz Cellを取ってセル内のクーロン力を積分

一様分布の電子と、原子核の外を動く陽子を含めて荷電中立になるようにとる。( +、 - が同じ)

$$V_i n_e = Z_i + (V_i - V_n) n'_p$$

$$\frac{\text{セルの体積 } V^i}{\text{原子核の体積 } V_n^i} = \frac{\text{バブルの体積 } V_b^i}{V_n^i}$$



$$V^i = \frac{Z_i - n'_p V_n^i}{n_e - n'_p}$$

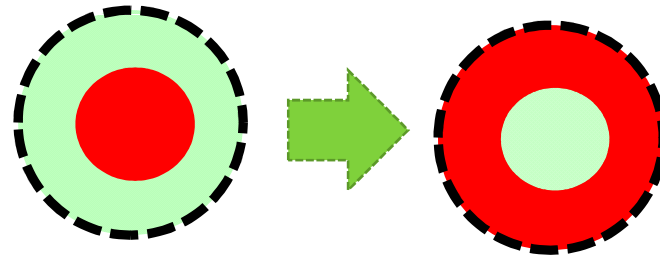
$$V_n^i = \frac{A_i}{n_{suti}}$$

$$V_b^i = V^i - V_n^i$$



原子核の  
体積比

$$u^i = \frac{V_n^i}{V^i}$$



$u^i$  が1/2の時バブルになるとする

$$E_i^C = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z_i^2}{r_n^i} = \frac{3}{5} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{-1/3} \frac{e^2}{n_s^2} \left( \frac{Z_i}{A_i} \right)^2 \left( \frac{A_i}{n_s} \right)^{5/3} \rightarrow$$

$$E_i^C = \begin{cases} \frac{3}{5} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{-1/3} \frac{e^2}{n_s^2} \left( \frac{Z_i - \{n_p' V_n^i\}}{A_i} \right)^2 V_n^{i 5/3} D(u_i) & (u^i \leq \frac{1}{2}) \\ \frac{3}{5} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{-1/3} \frac{e^2}{n_s^2} \left( \frac{Z_i - \{n_p' V_n^i\}}{A_i} \right)^2 V_b^{i 5/3} D(1 - u_i) & (u^i > \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$D(u_i) = \left( 1 - \frac{3}{2} u_i^{1/3} + \frac{1}{2} u_i \right)$$

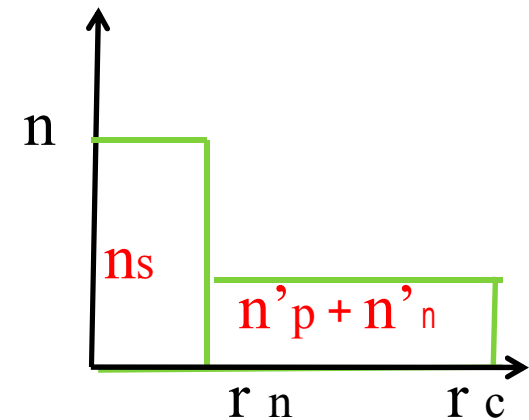
クーロン補正

## 表面エネルギー

バブルのときはバブルの表面積に比例する。  
外部の核子との核力により弱められる効果

(内部と外部の密度差の2乗に比例)

$$E_i^S = 4\pi r_n^i{}^2 \sigma = 4\pi \left( \frac{3}{4\pi} \frac{A_i}{n_s} \right)^{2/3} \sigma$$



$$E_i^S = \begin{cases} 4\pi r_n^i{}^2 \sigma \left( 1 - \frac{n_p' + n_n'}{n_s} \right)^2 = 4\pi \left( \frac{3}{4\pi} V_n^i \right)^{2/3} \sigma \left( 1 - \frac{n_p' + n_n'}{n_s} \right)^2 & (u^i \leq 1/2) \\ 4\pi r_b^i{}^2 \sigma \left( 1 - \frac{n_p' + n_n'}{n_s} \right)^2 = 4\pi \left( \frac{3}{4\pi} V_b^i \right)^{2/3} \sigma \left( 1 - \frac{n_p' + n_n'}{n_s} \right)^2 & (u^i > 1/2) \end{cases}$$

## 体積、対称エネルギー 低密度側

質量項が**実験値**と一致するように置く。

$$E_i^{bulk} + E_i^{symm} = M_i^{data} - [E_i^C]_{\rho, n'_p, n'_n=0} - [E_i^S]_{\rho, n'_p, n'_n=0}$$

## 高密度側

原子核の内部は、ほぼ核密度

一様各物質はクーロン、表面エネルギーない→**体積、対称**のみ)

核密度の**一様各物質**の自由エネルギー (RMFで計算) に置き換えられる。

$$E_i^{bulk} + E_i^{symm} \xrightarrow{\text{green arrow}}$$

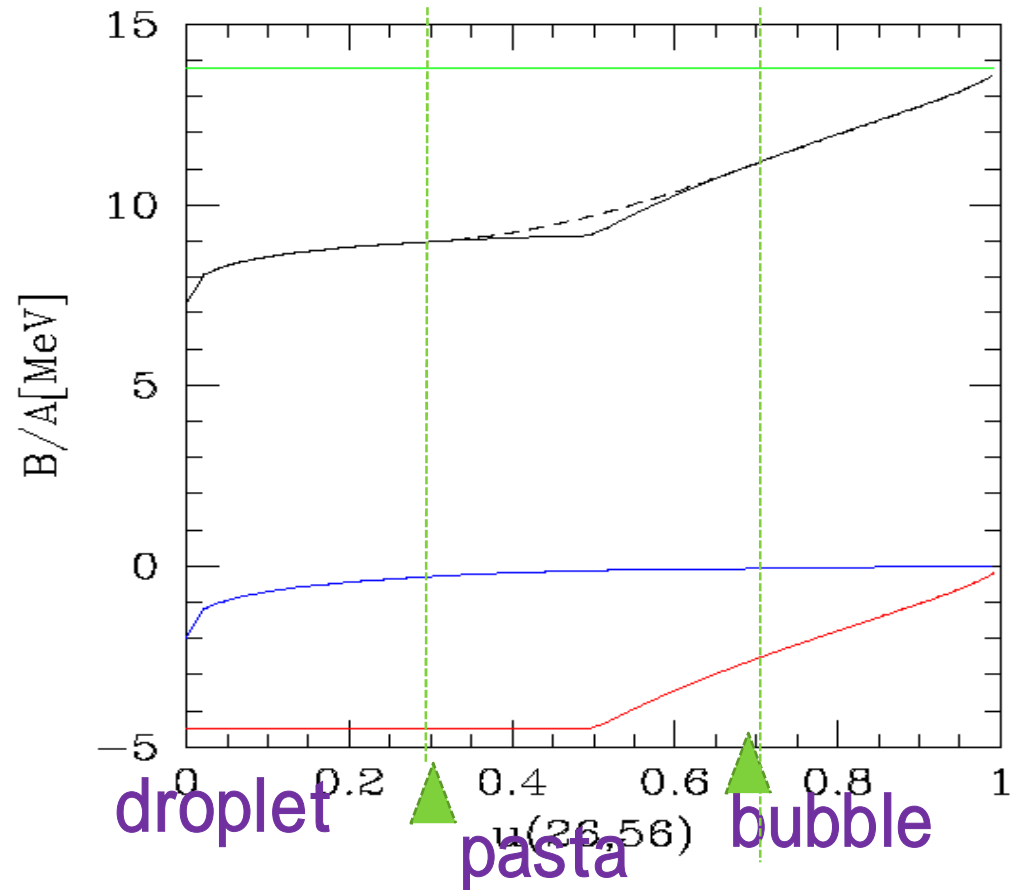
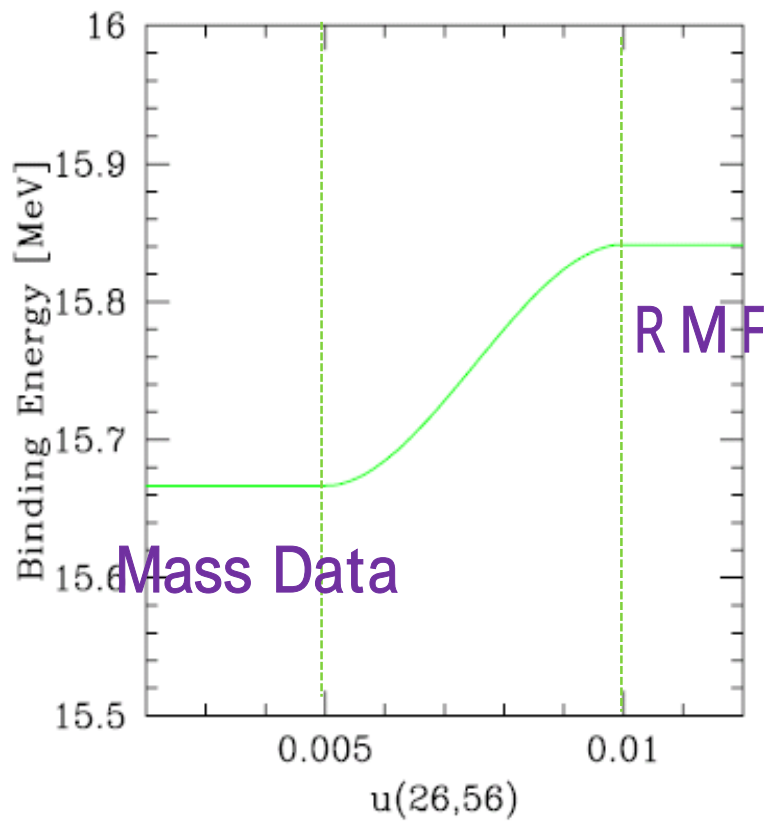
$$A_i F_{bulk}^{RMF}(T, n_s, Z_i/A_i)$$

$$M_i = M_i^{data} + E_i^s(n'_n, n'_p, n_e) + E_i^c(n'_p, n_e) - [E_i^C]_{\rho, n'_p, n'_n=0} - [E_i^S]_{\rho, n'_p, n'_n=0}$$

$$M_i = A_i F^{RMF}(T, n_s, Z_i/A_i) + E_i^s(n'_n, n'_p, n_e) + E_i^c(n'_p, n_e)$$

# 内挿をなめらかにする(3次関数)

束縛エネルギー (Fe 56) 核力 + 対称 クーロン 表面



## 自由エネルギーのまとめ

### 低密度側

$$f = \underbrace{\eta f_{p,n}^{RMF}(n'_p, n'_n)}_{\rightarrow 1} + \sum_i n_i \left\{ \underbrace{(1 - nb/ns) E_i^{kine}}_{\rightarrow 1} + \underbrace{M_i}_{\rightarrow M_{data}} \right\}$$

通常の実験値を使った理想気体NSEに

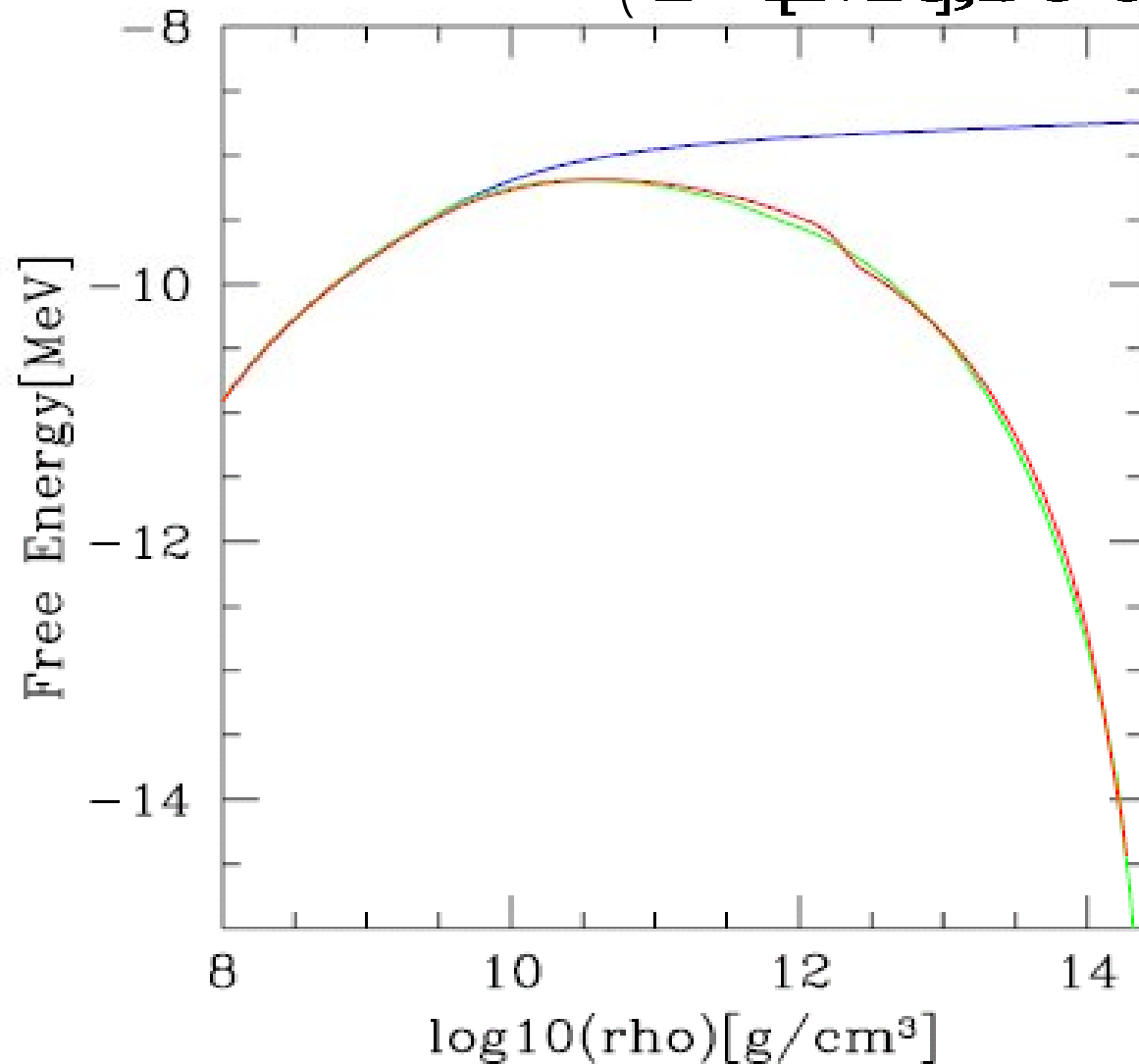
### 高密度側

$$f = \underbrace{\eta f_{p,n}^{RMF}(n'_p, n'_n)}_{\rightarrow 0} + \sum_i n_i \left\{ \underbrace{(1 - nb/ns) E_i^{kine}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{A_i F_{bulk}^{RMF}(T, n_s, Z_i/A_i)}_{\rightarrow 0} + \underbrace{E_i^{surf}(n'_n, n'_p)}_{\rightarrow 0} + E_i^{coul}(n'_p) \right\}$$

RMF計算だけ残る

### 3、結果

結果 単位バリオンあたりの自由エネルギー  
( $T=1\text{MeV}, Y_e=0.5$ )

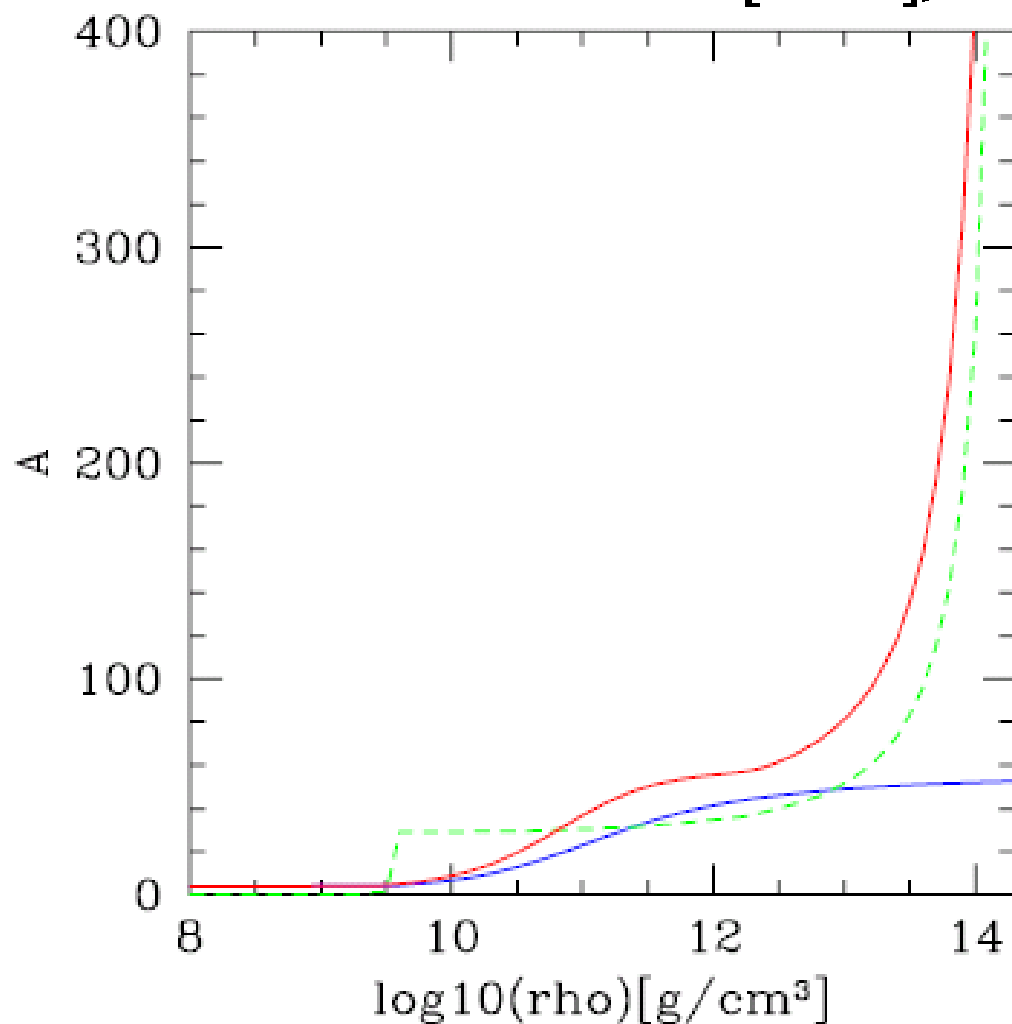


- 本研究
- RMF (Shen)
- NSE (理想気体)

ShenEOSほぼ一致。

## 結果 平均質量数

$$T = [Me], Y_e = 0.5$$



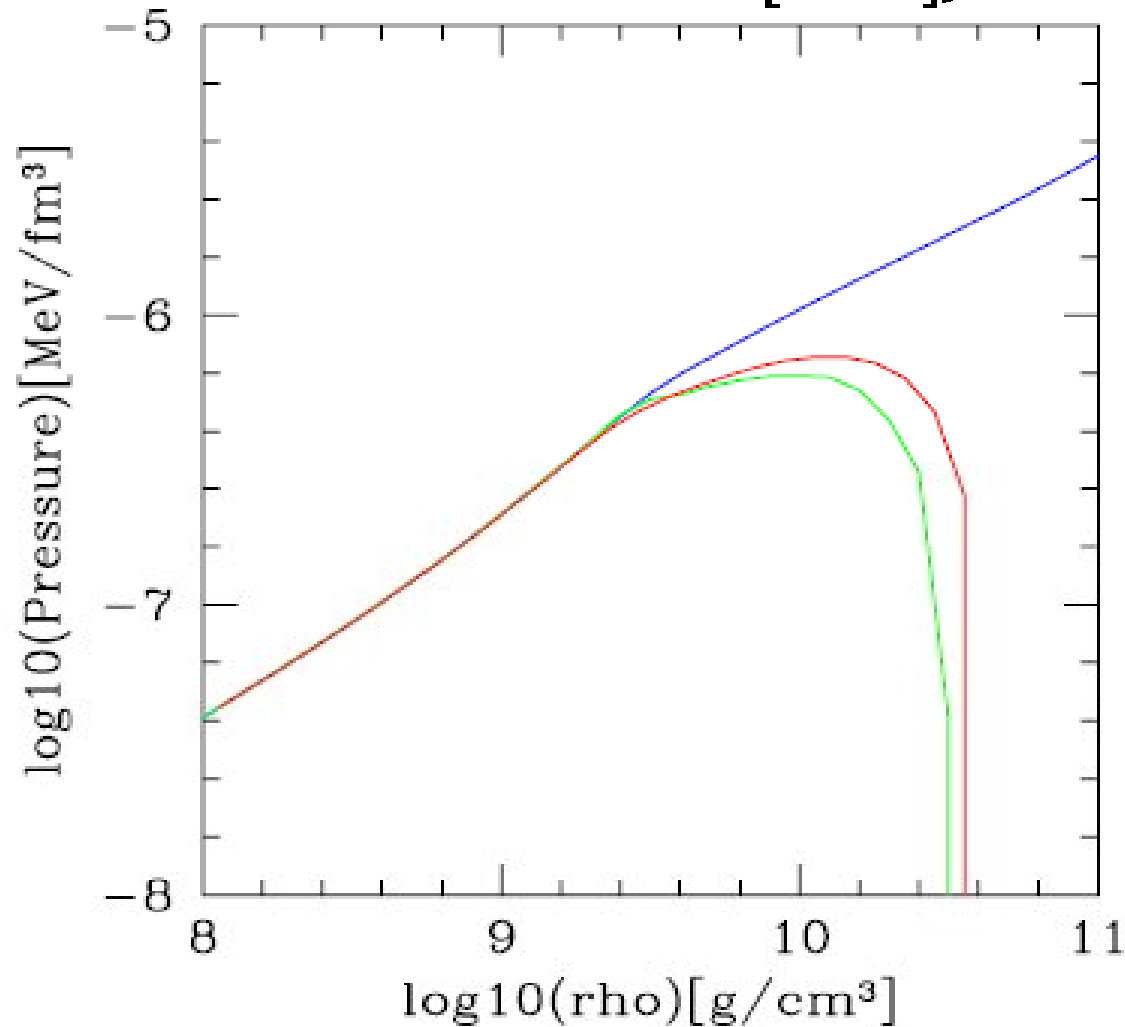
- 本研究
- RMF (Shen)
- NSE (理想気体)

・初めは $\alpha$ 粒子  
→ 重い原子核  
( $A = 56$  近傍)

・高密度側では、  
さらに大きくなる (Pasta  
相に向かう)

## 結果 バリオンによる圧力

$$T = [MeV], Y_e = 0.5$$



- 本研究
- RMF (Shen)
- NSE (理想気体)

・低密度側: ほぼどれも同じ

・高密度側:

クーロン項からくる負の圧力によっておちる

効き始めが違う。

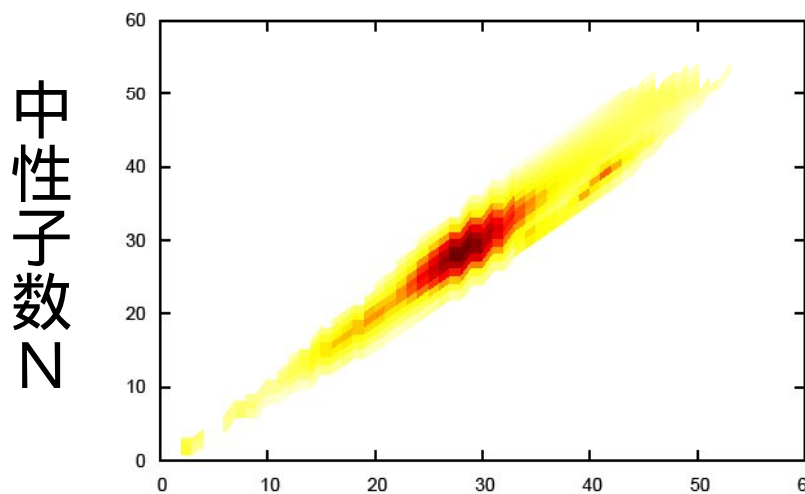


# 結果 原子核存在比の分布

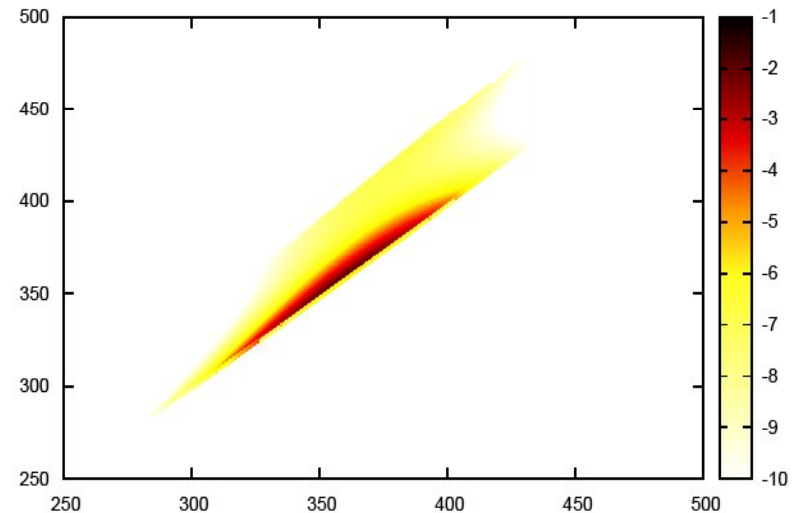
(Ye=0.5 , T=1MeV)

Log(Y(A,Z))

$\rho = 10^{10} [\text{g/cm}^3]$



$\rho = 2 \times 10^{14} [\text{g/cm}^3]$



陽子数 Z

陽子数 Z

先行研究と違い原子核の分布が出せる

## 4、まとめと今後の課題

高密度補正、RMF計算、原子核形状の変化、を考慮した自由エネルギーから、NSEを用いて

**原子核存在比**を含む状態方程式を作成。

- ・Free EnergyやPressureはShen EOSとさほど変わらない
- ・平均質量数は変わる。
- ・各状態における原子核存在比を出せる。

### 今後の課題

- ・飽和密度の温度、密度依存
- ・重力崩壊以外の現象に適応

完成したらTable化して公表するので是非使ってください。