

相対論的磁気リコネクション

* 加藤 祐悟

広島大学理学研究科宇宙物理学研究室

平成 22 年 8 月 31 日

概要

中性子星の中でも特に強い磁場をもつマグネターの場合には、その表面で起こる磁気リコネクションを考えるとときには相対論的に扱う必要がある。マグネターのひとつである SGR ではフレアが観測され磁気リコネクションが深く関わっている。今回の発表では Sweet-Parker 模型について相対論的な場合と非相対論的な場合の最大リコネクション率を比較した M.Lyutikov & D.Uzdensky(2003) と Lyubarsky(2005) のレビューである。相対論的な場合でもリンクエスト数 S による非相対論的な場合の依存性 $v_{\text{in}} \propto S^{-1/2}$ は変化はない。

*yugo@theo.phys.sci.hiroshima-u.ac.jp

目次

動機	3
1 非相対論的 Sweet-Parker 模型	4
1.1 磁気拡散方程式	4
1.2 Sweet-Parker 模型	4
1.3 最大磁気リコネクション率	5
2 相対論的 Sweet-Parker 模型	7
2.1 Sweet-Parker 模型	7
2.2 最大磁気リコネクション率	7
3 一般的な相対論的磁気リコネクション	9
4 まとめと今後の課題	10

動機

平均的な中性子星の磁場は $10^{13} \sim 10^{14}$ [G] である。中性子星の中でもマグネターと呼ばれるものは特に磁場が強く $10^{14} \sim 10^{15}$ [G] の大きさを持つ。マグネターには軟ガンマ線リピーター (SGR) と異常 X 線パルサー (AXP) の二種類がある。SGR は非常に強いバーストがあり軟 X 線のパルスが見られる天体である。通常のパルサーが自転エネルギーを電磁放射エネルギー源としているが、AXP は自転エネルギー以上の放射をするため磁場駆動の機構による放射をしている。SGR のフレアが観測が観測されている。フレアの機構の中で磁気リコネクションが関わっている。マグネターの磁気圏ではプラズマの静止質量エネルギーとくらべて磁気エネルギーが同程度となるため、相対論的に磁気リコネクションを扱う必要がある。今回は磁気リコネクションの模型の一つである Sweet-Parker 模型の最大磁気リコネクション率を相対論的な場合と非相対論的な場合で比較をした。

1 非相対論的 Sweet-Parker 模型

非相対論的な場合の Sweet-Parker 模型での最大磁気リコネクション率を求める。

1.1 磁気拡散方程式

オームの法則 (Ohm's law) の法則から

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{\sigma} \quad (1)$$

アンペールの法則より

$$\vec{j} = \vec{\nabla} \times \vec{B} \quad (2)$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \nabla \times \vec{B} \quad (3)$$

全体に $\vec{\nabla} \times$ を掛けると
ファラディの法則より

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

ここでベクトル公式

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \quad (5)$$

ここで Maxwell 方程式より

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (6)$$

ゆえに磁場の式は

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B} \quad (7)$$

となる。式 7 は磁気拡散方程式と呼ばれる。

1.2 Sweet-Parker 模型

Sweet-Parker 模型は 2 次元定常の磁気リコネクション模型である。定常なので $\partial_t = 0$ である。2 次元の問題より z 軸方向に対して一様な状態である。よって $\partial_z = 0$ である。

速度 \vec{v} について $\vec{v} = (v_x, v_y, 0)$ の x, y 二成分。電磁場について初期状態は $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ 、 $\vec{E} = (0, 0, E_z)$ 、電流について $\vec{j} = (0, 0, j_z)$ のみである。Maxwell 方程式のアンペールの式、ファラデーの式と $\partial_z = 0$ より

$$\partial_t E_x = j_x - \partial_y B_z = 0 \quad (8)$$

$$\partial_t E_y = j_y + \partial_x B_z = 0 \quad (9)$$

$$\partial_t B_z = -\partial_x E_y + \partial_y E_x = 0 \quad (10)$$

なので $E_x = E_y = 0, B_z = 0, j_x = j_y = 0$ のままである。変化のある物理量は $E_z, B_x, B_y, j_z, v_x, v_y$ である。

1.3 最大磁気リコネクション率

最大リコネクション率とは入射したプラズマの磁場エネルギーのすべてが粒子の加速に使われると仮定した場合の単位時間あたりのリコネクションが起こる割合を表している。

変位について $\partial_x \sim 1/l$ とすると

$$v_i = \frac{\eta}{l} \quad (11)$$

v_i, v_o はそれぞれプラズマの入る速度と出て行く速度である。

これを变形すると無次元量のリンクエスト数 S が現象を決定するパラメーターであることが示される。

$$S = \frac{v_A l}{\eta} \quad (12)$$

電場 \vec{E} について inflow しているプラズマなので

$$E = v_i B_i \quad (13)$$

中心での電場について、 j_N は中心の電流とすると

$$E = \frac{j_N}{\sigma} \quad (14)$$

また電場と磁場の関係から

$$\vec{j}_N = \sigma \vec{E} \quad (15)$$

またアンペールの法則より

$$j_N = \frac{B_i}{\mu l} \quad (16)$$

入出するプラズマ質量の保存より

$$Lv_i = lv_o \quad (17)$$

ここで式 11 より

$$v_i^2 = \frac{\eta v_o}{L} \quad (18)$$

アルベンマッハ数 (Alfvén Mach number) M_i

$$M_i = \frac{v_i}{v_{Ai}} \quad (19)$$

磁気レイノルズ数 (magnetic Reynolds number) R_{mi}

$$R_{mi} = \frac{Lv_{Ai}}{\eta} \quad (20)$$

を用いて書き直すと

$$M_i = \frac{\sqrt{\frac{v_o}{v_{Ai}}}}{\sqrt{R_{mi}}} \quad (21)$$

となる。 v_i, v_o の関係式が分かったので、与えられた L について

$$l = L \frac{v_i}{v_o} \quad (22)$$

初期磁場 B_i に対して出て行くプラズマの磁場 B_o は、磁気フラックスの保存より

$$v_i B_i = v_o B_o \quad (23)$$

$$B_o = B_i \frac{v_i}{v_o} \quad (24)$$

ここで

$$j \approx \frac{B_i}{\mu c} \quad (25)$$

次元を見ていくと

$$(\vec{j} \times \vec{B})_x = j B_o = \frac{B_i B_o}{\mu l} \quad (26)$$

これが $\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})v_x$ と等しいので

$$\rho \frac{v_o}{L} \sim \frac{B_i B_0}{\mu l} \quad (27)$$

$$\frac{B_o}{l} = \frac{B_i}{L} \quad (28)$$

さらに計算をすると

$$v_o = \frac{B_i}{\sqrt{\mu \rho}} = v_{Ai} \quad (29)$$

$$v_i = \frac{v_{Ai}}{R_{mi}^{1/2}} \quad (30)$$

ゆえにリコネクション率は磁気レイノルズ数に対して反比例する。

2 相対論的 Sweet-Parker 模型

Lyubarsky(2005)[2] を参考に相対論的磁気リコネクションでの最大磁気リコネクション率を求める。

2.1 Sweet-Parker 模型

正反対の方向の磁場がある場合でのリコネクション模型が Sweet と Parker に示された。中心には電流シートがありそこで磁気拡散が起こる。磁気拡散によりプラズマの磁場のエネルギーはプラズマ粒子の運動エネルギーとして粒子の加速に使われる。

2.2 最大磁気リコネクション率

上下方向の圧力が平衡となっている。

$$p = \frac{B_0^2}{8\pi} \quad (31)$$

ここで p はシート内の圧力、 B_0 は外部磁場の大きさである。今の場合には磁場の向きは x 軸方向である。

拡散領域の設定は x 軸に対して $2l$ 、 y 軸に対しては 2Δ とする。

運動量の方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x}(w v_{\text{out}}^2 \gamma_{\text{out}}^2 + p) = -j_z B_y \quad (32)$$

ここで w はプラズマのエンタルピー、 v_{out} は外への速度、 γ_{out} は外へのローレンツ因子。また $c = 1$ としている。

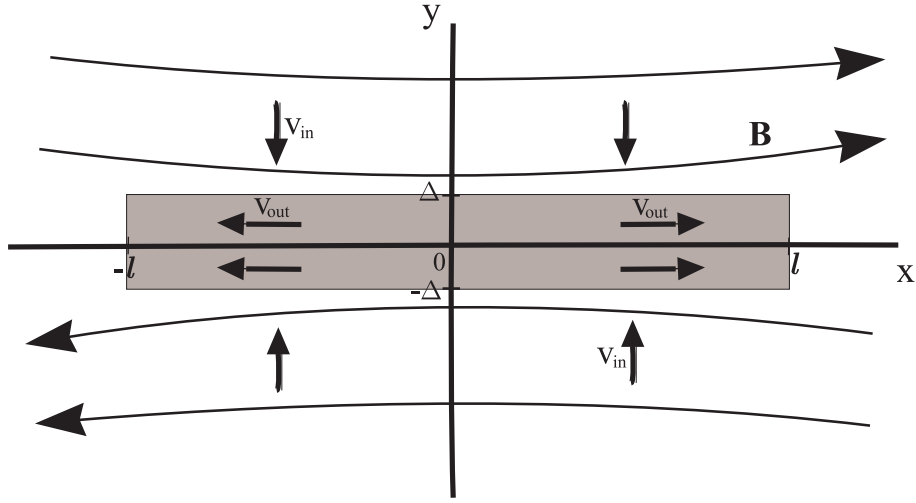


図 1: Sweet-Parker model Lyubarsky(2005)[2]

アンペールの法則から

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial E}{\partial t} = \vec{j} \quad (33)$$

具体的な成分は

$$\frac{\partial}{\partial x} B_y - \frac{\partial}{\partial y} B_x = j_z \quad (34)$$

$$j_z = -\frac{B_0}{4\pi\Delta} \quad (35)$$

式 33 の微分について

$$\frac{1}{l}(wv_{\text{out}}^2\gamma_{\text{out}}^2 + p) = -j_z B_y \quad (36)$$

これに式 35 を代入して

$$wv_{\text{out}}^2\gamma_{\text{out}}^2 + p = \frac{B_0 B_y}{4\pi\Delta} \quad (37)$$

フラックスの保存より (または傾きより $B_0/B_y \sim l/\Delta$)

$$B_y \sim \frac{\Delta B_0}{l} \quad (38)$$

式 31 を p に代入して

$$wv_{\text{out}}^2\gamma_{\text{out}}^2 - \frac{B_0^2}{8\pi} = \frac{B_y B_0 l}{4\pi\Delta} \quad (39)$$

相対論的な場合、 $p = \rho/3$ より $w = 4p$ となる。

$$v_{\text{out}}^2 \gamma_{\text{out}}^2 \sim 1 \quad (40)$$

より $v_{\text{out}} \sim 1$ 、 $\gamma_{\text{out}} \sim 1$ 。
エネルギーフラックスの保存から

$$v_{\text{in}} \frac{B_0^2}{4\pi} l = 4pv_{\text{out}} \Delta \quad (41)$$

式 31 より

$$\frac{v_{\text{in}}}{v_{\text{out}}} \sim \frac{\Delta}{l} \quad (42)$$

非圧縮性としている。
電場について、内部はオームの法則より

$$E_z = \eta j_z \quad (43)$$

外部はアンペールの式より

$$E_z = v_{\text{in}} B_0 \quad (44)$$

$$v_{\text{in}} = \frac{\eta}{4\pi \Delta} \quad (45)$$

式 42 とリンクエスト数 S

$$S = \frac{4\pi l c}{\eta} \gg 1 \quad (46)$$

より

$$v_{\text{in}} = S^{-1/2} \quad (47)$$

よって非相対論的な場合と比較してプラズマ入射速度のリンクエスト数依存性は変わらない。

3 一般的な相対論的磁気リコネクション

Sweet-Parker 型の磁気リコネクション意外にも別の磁場配置の磁気リコネクションを考えることができる。また定常ではない場合も考えられる。プラズマと電磁場の一般的な場合の方程式系は以下の様になる。

ρ を質量密度、 ρ_e を電荷密度とする。

連続の式

$$\partial_t \rho + \nabla(\rho v) = 0 \quad (48)$$

運動方程式

$$\partial_t \gamma \rho v + \nabla(\gamma^2 \rho v v) = -\vec{\nabla} p + \vec{j} \times \vec{B} + \rho_e \vec{E} \quad (49)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (50)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_e \quad (51)$$

ファラデーの式

$$\partial_t \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (52)$$

アンペールの式

$$-\partial_t \vec{E} + \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j} \quad (53)$$

オームの法則

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j} + (\partial_t + \nabla) \vec{u} \quad (54)$$

電場と磁場の大きさの関係は

$$\frac{E}{c} \sim B \quad (55)$$

となっている。式 48 に電荷密度 ρ_e が含まれる。またこの電荷密度によるローレンツ力も含まれている。さらに変位電流の項が付け加わる。また相対論的な電磁場の効果が含まれている。

4 まとめと今後の課題

今回は Sweet-Parker 型の磁気リコネクション模型を用いて非相対論的と相対論的の二つの場合について最大磁気リコネクション率を比較した。相対論的な場合では電場が磁場と同じくらいの大きさとなる。そのために変化が現れると予想される。しかし、二次元定常問題としたときに新しい項は消えている。そのために相対論的な磁気リコネクション率は非相対論的な場合と形は変わらなかった

今後、二つの影響が磁気リコネクション率にどう影響するか研究を進める。

謝辞

木坂将大先輩には多くの部分で協力してもらい感謝しています。研究室のメンバーには数多くの指摘を受けて分かりにくい部分を改善できました。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] Magnetic Reconnection Priest, Eric; Forbes, Terry
- [2] Y.E.Lyubarsky MNRAS 358 113-119 (2005)
- [3] M.Lyutikov & D.Uzdensky ApJ 589 893-901 (2003)